

Harmonic Analysis of SVPWM with Central Symmetrical Loss Switching Losses Model

YU Shiqiu

College of Electronic Information, Yangtze University, Jingzhou, China

Abstract: The basic principle of Voltage Space Vector PWM is introduced. The modulation signal function and waveform of SVPWM are acquired. Driving signal function expression is proposed. With Fourier series, the driving signal is analyzed and its Fourier series coefficient is obtained. In examples, the base and major harmonic coefficient of driving signal is calculated with different carrier ratio N. The results shows ratio between base and major harmonic, and the affect of carrier ratio N to major harmonic, and the reference and improved ways are proposed for designers. The results are confirmed by the theory.

Keywords: space vector PWM, loss switching losses model, harmonic

SVPWM 中心对称低开关损耗模式谐波分析

余仕求

长江大学电子信息学院, 湖北, 荆州, 中国, 434023

摘要: 介绍电压空间矢量脉宽调制 (SVPWM) 的基本原理, 得到 SVPWM 调制信号函数及波形, 提出中心对称低开关损耗模式下 SVPWM 驱动信号函数表达式。用付氏级数分析驱动信号, 得到驱动信号的付氏级数表达式。以实例计算在不同载波比 N 条件下驱动信号基波和主要谐波系数, 计算结果表明了各次谐波分量与基波的比例关系, 以及载波比对各次谐波分量的影响, 并为设计者提供了参考数据和改进方向。计算结果得到了理论的印证。

关键词: 空间矢量 PWM, 低开关损耗模式, 谐波

1 前言

电压空间矢量脉宽调制(SVPWM)控制是异步电动机变频调速控制方法之一。与正弦波脉宽调制(SPWM)方法相比, 电压空间矢量脉宽调制的谐波电流和转矩脉动都更小, 直流电压利用率更高^[1]。从电压的空间矢量组合方式来说, 有七段式和低开关损耗模式^[2]; 从 PWM 驱动波形位置来说, 有中心对称方式和中心的不对称方式。本文正是在以前的研究的基础上, 根据现有的成果并加以改进和分析, 针对中心对称低开关损耗模式下驱动信号进行谐波分析, 当忽略开关管的开关过程时, 驱动信号与逆变器的输出电压基本相同的。分析结果表明了主要谐波分量的大小以及载波比 N 对谐波分量的影响。

2 电压空间矢量控制算法

2.1 基本电压空间矢量

若用上桥开关状态表示三相逆变器开关的状态, “1”表示开关是导通的, “0”表示开关是断开的。共有 8 种开关状态: 000、100、110、010、011、001、101、111, 对应产生 8 个基本电压空间矢量, 这 8 个基本电压空

间矢量分别是用 $\vec{V}_0, \dots, \vec{V}_7$ 来表示。其中 $\vec{V}_1, \dots, \vec{V}_6$ 为 6 个非零基本电压空间矢量, \vec{V}_0, \vec{V}_7 为 2 个零基本电压空间矢量。6 个非零基本电压空间矢量大小相等, 空间上互差 60° , 并且将整个平面等分为 6 个区间, 这 6 个区间分别用 0 至 5 表示^[3], 每个区间都是占 60° 的, 合成电压空间矢量 \vec{V} 总是处在其中的一个区间内, 并由该区间相邻的 2 个基本电压空间矢量合成。

基本电压空间矢量和基本电压的空间矢量合成分别如下列的图 1 和图 2 所示:

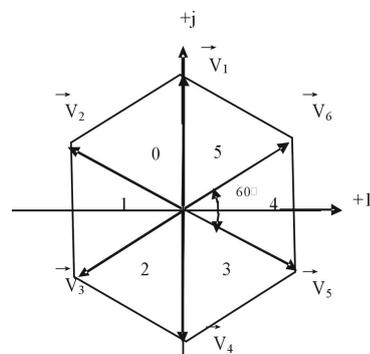


Figure 1. Base voltage space vector
图 1. 基本电压空间矢量

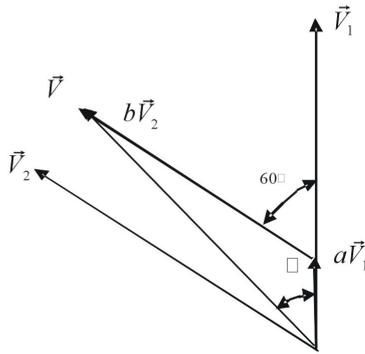


Figure 2. Base voltage space vector compound
图 2. 基本电压空间矢量合成

2.2 电压空间矢量合成

根据电压空间矢量控制要求,合成电压空间矢量 \vec{V} 应跟随参考电压空间矢量 \vec{V}_{ref} (\vec{V}_{ref} 是由电动机压频曲线和运行频率决定的)。如果将 0 区间分为若干个很小的时间片段,每个时间片段时长为 T 。在时间 T 内,使 \vec{V}_1 作用时间为 aT , \vec{V}_2 作用时间为 bT , 零矢量 \vec{V}_0, \vec{V}_7 作用时间为 $(1-a-b)T$, 其结果即是合成电压空间矢量 \vec{V} 。设 n 为区间号,当 \vec{V} 处在 n 区间第 k 个 PWM 周期 T 内,系数 a, b 及 \vec{V} 的计算如下^[4]:

$$a(n, k) = \frac{2|\vec{V}| \sin[\pi/3 - (k\omega T - n\pi/3)]}{\sqrt{3}U_d} = M \sin[\pi/3 - (k\omega T - n\pi/3)] \quad (1)$$

$$b(n, k) = \frac{2|\vec{V}| \sin(k\omega T - n\pi/3)}{\sqrt{3}U_d} = M \sin(k\omega T - n\pi/3)$$

$$\vec{V} = a(n, k)\vec{V}_1 + b(n, k)\vec{V}_2 \quad (2)$$

式中 M 为调制度。

3 中心对称低开关损耗模式

3.1 低开关损耗模式开关导通时间

将每个区间上的基本电压空间矢量的作用时间转换到每相上桥开关导通时间,则每相上桥开关导通时间就可以得出来了。从表中我们很容易地可以看出,每个区间都有一相上桥开关总是断开的,这就是低开关损耗模式^[5]。

如表 1 所示:

3.2 对称低开关损耗模式调制波函数

如用高电平表示开关导通,低电平表示开关断开,则可用驱动波形表示开关的通断。在一个 PWM 周期内,若驱动波形是中心对称的,则称之为中心对称低开关损

表 1. 各区间上桥开关导通时间表

区间号	BU (U 相)	BV (V 相)	BW (W 相)
0	$(a+b)T$	b	0
1	aT	$(a+b)T$	0
2	0	$(a+b)T$	bT
3	0	aT	$(a+b)T$
4	bT	0	$(a+b)T$
5	$(a+b)T$	0	aT

耗模式。以 U 相上桥开关导通时间为例,设 U 相上桥开关导通时间的调制函数为 $BU(\omega t)$ 。由于参数 a, b 与区间无关,故从表 1 可以看出开关导通时间具有对称特性。为分析方便起见,不妨以 0 区间起点作为坐标原点,由式(1)和表 1,可得到 $[-\pi, \pi]$ 区间内 T_{BU} 的表达式:

$$T_{BU} = \begin{cases} 0; & -\pi \leq \alpha t \leq -2\pi/3 \\ MT\sin(\alpha t + 2\pi/3); & -2\pi/3 \leq \alpha t \leq 0 \\ MT\sin(\alpha t + \pi/3); & 0 \leq \alpha t \leq 2\pi/3 \\ 0; & 2\pi/3 \leq \alpha t \leq \pi \end{cases} \quad (3)$$

式中 ω 为 T_{BU} 的角频率,显而易见,如果将 T_{BU} 移相 120° 和 240° 就可以分别得到 T_{BV} 和 T_{BW} 的表达式。

用 T_{BU} 作为调制波,三角波作为载波,载波周期即为 PWM 周期。采用规则采样法^[6]确定 PWM 波形的宽度,又波形是中心对称的,这样就得到开关驱动波形。由于 T_{BU} 的对称性,只分析 $[0, \pi]$ 区间内任一 PWM 周期 T 内驱动波形桥开关导通时间为 δ ,由式(3)可得:

$$\delta = MT \sin[(k - \frac{1}{2})\omega T + \pi/3] \quad (4)$$

驱动波形如图 3 所示, T_{BU} 波形如图 4 所示。单周期驱动信号 BU 波形如图 5 所示。

3.3 驱动信号的付氏级数

设驱动信号 $BU(\omega t)$ 的高度为单位“1”,载波比 N 为 3 的整数倍,则在调制波的 $2\pi/3$ 区间内包含整数个 PWM 周期。由图 5 可得到 $BU(\omega t)$ 表达式:

$$BU(\alpha) = \begin{cases} 1; & \alpha_1 \leq \alpha t \leq \alpha_2 \\ 0; & (k-1)\omega T \leq \alpha t < \alpha_1; (1 \leq k \leq \frac{N}{3}) \\ 0; & \alpha_2 < \alpha t \leq k\omega T \end{cases} \quad (5)$$

其中 t_1, t_2 如图 5 所示,其值为:

$$t_1 = kT - \frac{T}{2} - \frac{\delta}{2}; t_2 = kT - \frac{T}{2} + \frac{\delta}{2} \quad (6)$$

驱动信号 $BU(\omega t)$ 是纵轴对称的。因此进行付利叶分解时,驱动波形 $BU(\omega t)$ 不包含正弦函数,只有

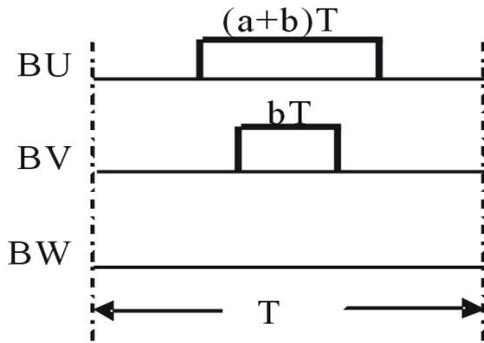


Figure 3. Central symmetrical loss switching losses
图 3. 中心对称低开关损耗模式

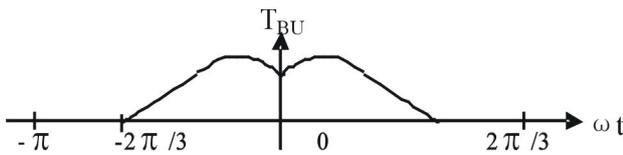


Figure 4. TBU waveform
图 4. T_{BU} 波形图

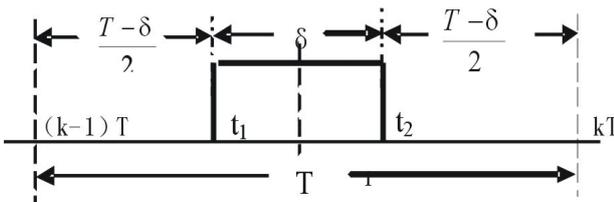


Figure 5. BU drives waveform in a pwm period
图 5. 单周期 BU 驱动波形

直流分量和余弦函数。其付氏级数为：

$$BU(\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) \quad (7)$$

其中：

$$a_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} BU(\omega t) d(\omega t) \quad (8)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} BU(\omega t) \cos(n\omega t) d(\omega t)$$

将驱动信号 $BU(\omega t)$ 表达式(5)代入，上式可变为：

$$a_0 = \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\frac{N}{3}} \int_{\omega[(k-\frac{1}{2})T-\frac{\delta}{2}]}^{\omega[(k-\frac{1}{2})T+\frac{\delta}{2}]} d(\omega t)$$

$$= \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\frac{N}{3}} M\omega T \sin\left(\frac{2k-1}{2}\omega T + 60^\circ\right) \quad (9)$$

$$= a_{0M} \sin\left(\frac{N/3+1}{2}\omega T + 60^\circ\right)$$

利用矢量法^[6]可方便地计算 a_{0M} ：

$$a_{0M} = \frac{2}{\pi} M\omega T * \frac{\sin \frac{N}{6} \omega T}{\sin \frac{1}{2} \omega T} \quad (10)$$

系数 a_n ：

$$a_n = \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\frac{N}{3}} \int_{\omega[(k-\frac{1}{2})T-\frac{\delta}{2}]}^{\omega[(k-\frac{1}{2})T+\frac{\delta}{2}]} \frac{1}{n} \sin(n\omega t) d(\omega t) \quad (11)$$

$$= \frac{4}{n\pi} \sum_{k=1}^{\frac{N}{3}} \cos\left(\frac{2k-1}{2}n\omega T\right) * \sin \frac{\omega\delta}{2}$$

由上式可见，付氏级数的系数与载波比 N 、调制度 M 和 PWM 周期 T 等参数有关。通过上式就可以计算驱动信号的基波和各次谐波的大小。假设开关管是理想的，则驱动信号波形与逆变器输出相电压波形是一致的。

3.4 驱动信号有效值

若任一周期函数 $u(t)$ ，且有如式 (7) 所示的付氏级数。根据有效值定义，则函数 $u(t)$ 的有效值 U 为：

$$U = \sqrt{\frac{1}{T'} \int_0^{T'} u^2 dt} \quad (12)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 + \dots)}$$

为与 PWM 周期 T 相区别，上式用 T' 表示函数 $u(t)$ 的周期。对于驱动信号 $BU(\omega t)$ 来说，由于 $BU(\omega t)$ 是简单的 0、1 双值函数，因此信号 $BU(\omega t)$ 的有效值 BU 可写为：

$$BU = \sqrt{\frac{1}{T'} \int_0^{T'} BU(\omega t) dt} \quad (13)$$

利用系数 a_0 的计算结果，考虑到 $BU(\omega t)$ 的对称性，上式变为：

$$BU = \sqrt{\frac{1}{\omega T'} \int_0^{2\pi} BU(\omega t) d(\omega t)} \quad (14)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi} * \frac{\pi}{2} * 2a_0} = \sqrt{\frac{a_0}{2}}$$

3.5 驱动信号谐波计算与分析

下面通过实例计算付氏级数系数，然后对计算结果进行谐波分析。用付氏级数进行谐波分析时，一般计算到 7 次谐波就可以说明问题了。

3.5.1 付氏级数系数的计算

现举例计算谐波系数。计算条件如下：1) 假设调制度 $M=1$ ；2) 载波比 N 分别取 18、30、60；3) 计算 ωT ： $\omega T = 2\pi / N$ 。然后由公式(4)、(9)、(10)、(11)

表 2. 驱动信号 $BU(\omega t)$ 付氏级数系数计算值

载波比	$a_0/2$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
N=18	0.4213	0.5746	-0.0029	-0.1101	0.0077	0.0046	-0.0177	0.0025
N=30	0.4450	0.5763	-0.0009	-0.1161	0.0029	0.0019	-0.0240	0.0014
N=60	0.4600	0.5775	-0.0003	-0.1200	0.0008	0.0005	-0.0265	0.0002
与基波的百分比 (%)			0.5~0.052	19~21	1.3~0.14	0.8~0.09	3~4.6	0.4~0.035

算出付氏级数各系数 $a_0/2$ 、 $a_1 \cdots a_7$ 。计算结果如表 2 所示。

3.5.2 谐波分析

分析表 2 数据, 可以得到以下结果:

1) 谐波中, 3 次谐波最强, 占基波的 19~21%; 6 次谐波次之, 占基波的 3~4.6%; 其它次谐波都比较小, 而 7 次谐波最小, 只占基波的 0.5% 以下。

2) 随着载波比 N 的提高, 直流分量、基波及 3 的整数倍谐波分量略微增强; 而其它次谐波分量则快速下降;

前面已指出, 若开关管为理想时, 逆变器输出相电压与驱动信号波形一致, 因此上述结果同样适用于逆变器输出相电压。需说明的是, 逆变器输出线电压中不存在直流分量及 3 的整数倍谐波分量, 主要考虑 5 次和 7 次谐波对负载的影响, 提高载波比有利于减弱 5 次和 7 次谐波。

3.5.3 验证结果

可从两方面验证计算结果的正确性。

1) 基波分量。理论分析表明, SVPWM 的基波分量用直流电压利用率来表示。

即 $K_C = U_{PM} / U_D = \sqrt{3} / 3 = 0.5774$ [8], 它表示当 $M=1$ 时逆变器输出相电压基波幅值 U_{PM} 为直流母线电压 U_D 的 0.5774 倍, 表 2 计算得到的 a_1 实际上就是当 $M=1$ 和直流母线电压为 1 时相电压基波幅值, 也就是直流电压利用率。从表 2 看出, a_1 计算值与理论值是吻合的。

2) 有效值。按有效值计算公式(12), 当载波比 N 分别为 18、30、60 时, 很容易计算表 2 有限个谐波分量的有效值分别为 0.5907、0.6092、0.6212。而按式(14) 计算得到对应的全分量有效值分别为 0.6491、0.6671、0.6782, 后者略大于前者, 是合理的。

4 结束语

SVPWM 广泛应用于交流变频调速技术, 而逆变器输出电压中的谐波分量对电动机运行会产生影响。作者从分析驱动信号出发, 忽略一些实际误差, 计算得到了逆变器输出电压低次谐波分量大小以及谐波分量与载波比的关系, 这为设计者提供了参考数据和改进方向。

当然, 实际的开关管都存在一定的开关时间, 并且载波比 N 会连续变化, 因此, 本计算结果与实际情况会有一定的误差。

References (参考文献)

- [1] Wang JiaQing, Su Baolong, Wang Lei. Study on Induction Motor Inverter Based on SVPWM. 王加庆, 苏宝龙, 王磊等. 采用 SVPWM 实现的感应电动机变频器的研究. 防爆电机, 2007 (3): 10-13.
- [2] Li Tao, Zhang Kunlun. The SVPWM Produce Method of seven-sets. 李桃, 张昆仑. 七段式算法的空间电压矢量生成方法. 四川电力技术, 2008 年 10 月. 49-51.
- [3] Huang Hai, Li Baiya, Li Qiang. Space Vector PWM Modulating Technique Based on Minimum Switch Losses. 黄海, 李白雅, 李强等. 基于最小开关损耗的 SVPWM 调制技术. 自动化与仪表, 2007 (1): 5-7.
- [4] Xie WeiKun. Space Vector PWM Technique Used in AC Induction Motor Control. International Journal of Systems and Control, 2007(2):150-158.
- [5] Yuan zhejian, Zhong YanRu, Yang Geng. Technique of Minimum Switching Losses PWM Based on Voltage Vector. 袁泽剑, 钟彦儒, 杨耕等. 基于空间电压矢量的最小开关损耗 PWM 技术. 电力电子技术, 1999 年第 3 期. 12-15.
- [6] Xu ShiZhang. Motor. 许实章, 电机学(下册). 北京: 机械工业出版社, 1981. 14-15
- [7] Huang Jun, Wang ZhaoAn. Power Electronics Inverter Technology. 黄俊, 王兆安. 电力电子变流技术. 北京: 机械工业出版社, 1999. 214-215.
- [8] Mei Congli, Liu GuoHai, Liao Zhiling. Study on Harmonics and Influence on the Electro-Magnetic Torque of SVPWM. 梅从立, 刘国海, 廖志凌. 空间矢量 PWM 谐波分析及其对电机转矩的影响. 微特电机, 2004 年第 7 期. 16-18.