

New Method for Generating Balancing Chaotic Sequences with Finite Precision

Guang-Lang Jin¹, Hong-Hao Hu²

College of Mechanical and Electrical Engineering, Jingdezhen Ceramic Institute, Jingdezhen, China

1. e-mail Jinguanglang@126.com, 2. e-mail Hhh1332@yahoo.com.cn

Abstract: This text put forward BIFOLIATE MAP, by fitting the Mean-Curve of the chaotic sequences, BIFOLIATE MAP ensured its sequences approximately in the balance status when it vary the bifurcation parameter with finite precision. Therefore BIFOLIATE MAP can generate the balancing continuous chaotic sequences and digital chaotic sequences easily. The results of the theoretic analysis and simulation show that the BIFOLIATE chaotic sequences have good balance characteristic, good randomness and better confidentiality, etc, so they have high reference value and good application prospect.

Key words: chaotic map; finite precision; varying bifurcation parameter; BIFOLIATE MAP; balance characteristic

在有限精度下产生平衡混沌序列的新方法

金光浪¹, 胡鸿豪²

景德镇陶瓷学院, 景德镇, 中国, 333000

1.E-mail Jinguanglang@126.com, 2. E-mail Hhh1332@yahoo.com.cn

【摘要】本文提出了双叶映射, 该映射通过对混沌序列的均值曲线的拟合, 保证了在有限精度条件下进行变参数映射时序列的基本平衡, 因此双叶映射容易产生平衡的连续值混沌序列和平衡的数字混沌序列; 理论分析与仿真结果表明, 双叶数字混沌序列具有良好的平衡性和随机性, 更高的保密性, 等等, 因此具有很高的参考价值和良好的应用前景。

【关键词】混沌映射; 有限精度; 变分岔参数; 双叶映射; 平衡特性

1 引言

近年来, 关于混沌理论及应用得到了广泛研究^[1], 混沌通信被众多国内外专家给予了厚望^[2], 混沌序列也被认为是新一代扩频码的最佳选择之一^[3]。但是目前基于混沌序列的扩频通信研究大多数仍然处于实验与仿真阶段, 离实用还有较大距离。主要原因是有限的运算精度会使混沌序列退化为周期序列^[4]。目前还没有很好的来解决这个问题。

本文通过对采用变分岔参数映射和扰动序列值来解决有限精度效应的分析, 指出了由此带来的序列不平衡问题, 首次提出了一种新的复合映射, 并较好地拟合了复合映射在变参数映射时的均值拟合曲线和量化阈值拟合曲线, 给出了利用拟合曲线可以很容易地产生平衡的连续值混沌序列和平衡的数字混沌序列的方法。利用该方法产生的混沌序列具有良好的平衡性和良好的相关特性。

2 有限精度效应

离散混沌序列由离散混沌映射经过一系列的迭代运算获得, 不考虑计算精度时理论上可以得到性能良好的混沌序列, 但是事实上运算设备的计算精度都是有限的, 结果引起混沌序列退化成为短周期序列, 文献[4]研究了 Logistic 映射在不同精度下的短周期效应, 部分结果如表 1 所示:

表 1. 有限精度下 Logistic 映射在不同精度下所表现的周期

| m | M=2 ^m | 周期 p (个数 n) |
|----|------------------|---|
| 8 | 256 | 1 (4 个)、4 (252 个) |
| 16 | 65536 | 1 (4 个)、7 (112 个)、18 (1574 个) 79 (43998 个)、119 (19848 个) |

解决的办法有: 提高计算精度、采用变参数映射^[5]、扰动序列值^[6]等。

2.1 提高计算精度

从表 1 可以看出,提高精度可以改善短周期效应。精度越低,周期越短越明显,提高精度可以减小短周期效应的影响,如果周期足够长,序列数量足够多,也是可以应用到实际中去的,但是精度再高也不能够消除短周期效应。而且要剔除所有可能的短周期序列所需计算工作量非常大。以 32 位计算精度为例,即使使用每秒万亿次计算的超级计算机,要计算 $2^{31} \approx 2 \times 10^9$ 个初始值所产生序列的周期性,也需要花费几十天的时间。如果是 64 位精度,则计算量之大超乎想象。

2.2 采用变参数映射

在有限精度下当分岔参数确定时,无限的混沌行为会退化成有限的周期轨道,当分岔参数改变后,周期轨道的形状会发生变化。如果用适当的方案来改变分岔参数,就可以产生任意长的非周期序列。变分岔参数映射不会使映射值超出范围,而且序列的复杂度也得到极大的提高。但是分岔参数不同,所产生序列的均值也不同,图 1 是 Logistic 映射 $x_{n+1}=r*x_n*(1-x_n)$ 的均值 $E(X)$ 随分岔参数 r 变化的曲线,图 2 是 Chebyshev 映射 $x_{n+1}=\cos(r*\cos^{-1}(x_n))$ 的均值 $E(X)$ 随分岔参数 r 变化的曲线。改变分岔参数的结果会使得混沌序列的均值难以预测,因此难以产生平衡的混沌序列。

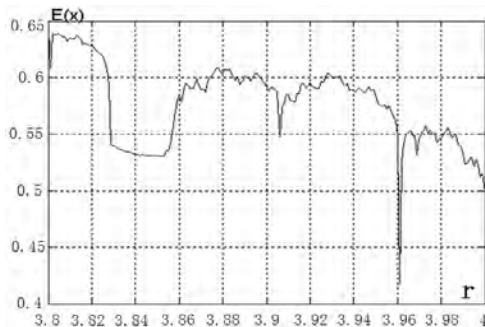


图 1. Logistic 映射序列的均值曲线

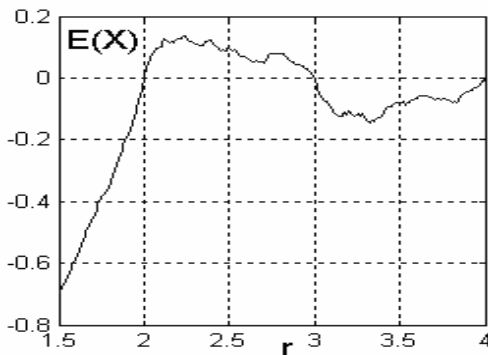


图 2. Chebyshev 映射序列的均值曲线

2.3 扰动序列值

在有限精度下若不改变分岔参数,则每个初始值所产生的序列只能固定在某个确定的周期轨道上,如果人为地以某种方式对序列值进行扰动,则可以使序列在不同轨道上不停的切换,利用这个办法也可以产生任意长的非周期序列。扰动序列值有时会使得序列值跳出映射范围,为此要适当修改映射规则避免此类现象发生。扰动序列值破坏了混沌轨道,因此序列的均值也遭到破坏。图 3 和图 4 分别是在有限精度 ($m=16$) 时 Logistic 序列和 Chebyshev 序列在受到不同程度扰动时的均值变化情况。可以看出,序列均值对扰动非常敏感且极不规则。

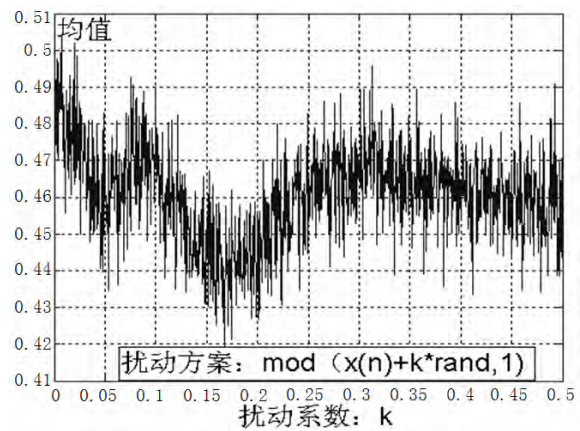


图 3. Logistic 序列的扰动均值

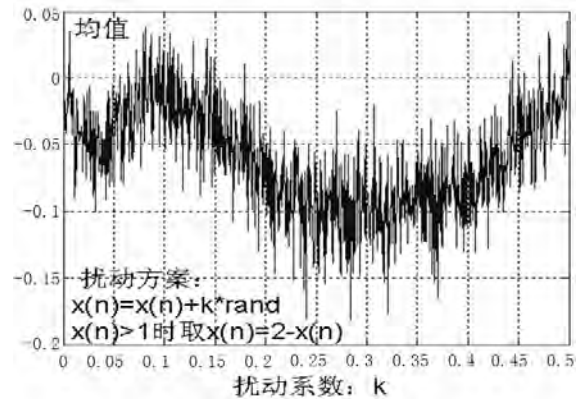


图 4. Chebyshev 序列的扰动均值

另外有一些方法也可以产生非周期混沌序列,如 Chebyshev 映射的门限值法^[7],结合线形移位寄存器的收缩法^[8],改进 Logistic 混沌序列产生的方法^[9],等等,但是这些方法都很难保障序列的平衡。有鉴于此,本文提出一个新的变参数混沌映射,利用拟合均值曲线来产生平衡混沌序列。

3 双叶映射

在变参数映射时传统的混沌映射序列，双叶映射是本文作者首次提出的一个复合映射，映射表达式如下：

$$f(x) = 4x \cdot (1-x) + p \cdot 4x \cdot (1-x) \cdot [1 - 4x \cdot (1-x)] \quad (3.1)$$

它的映射关系如图 5 所示，它是一个单峰映射，在分岔参数 $p \in [0, 1]$ 下，它的映射曲线随参数变化的范围犹如双叶，故以此命名。该映射在 p 的取值范围内都是满映射，分岔图如图 6 所示。在 p 的取值范围内它的 Lyapunov 指数总是大于 0，如图 7 所示，因此双叶映射是混沌映射。由该映射产生的混沌序列的均值也是变化的，但是变化比较平滑，相对容易进行曲线拟合，如图 8 所示。

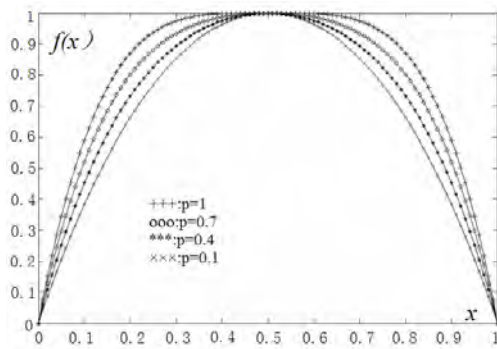


图 5. 双叶映射的映射图

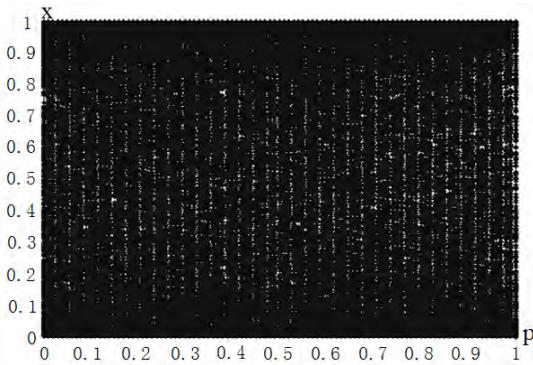


图 6. 双叶映射的分岔图

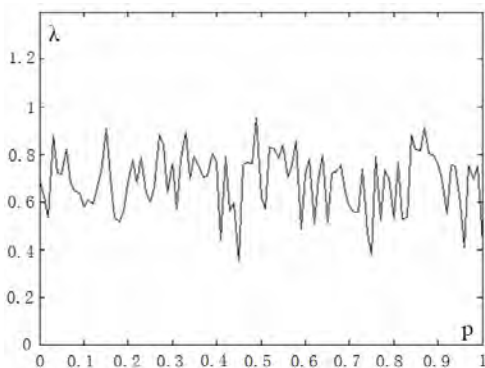


图 7. 双叶映射的 Lyapunov 指数

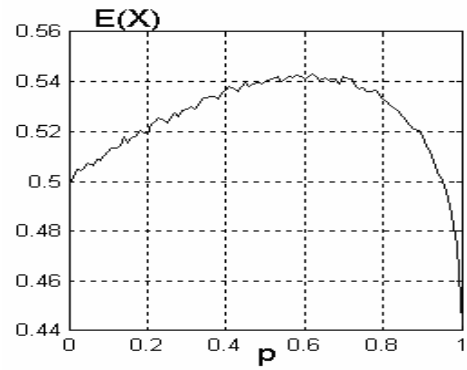


图 8. 双叶映射的均值曲线

4 拟合曲线

经过反复拟合，得出双叶映射均值拟合曲线为：

$$E_x(p) = 0.5 + 0.14 \cdot p / (1+p) - 0.0085 \cdot p / (1.065-p) \quad (4.1)$$

为了得到平衡的数字混沌序列，又得到双叶映射量化阈值拟合曲线为：

$$X_Q(p) = 0.5 + 0.3 \cdot p / (1+p) - 0.025 \cdot p / (1.1-p) \quad (4.2)$$

均值拟合曲线与均值的统计曲线如图 9 所示，平衡阈值统计曲线与拟合曲线如图 10 所示：

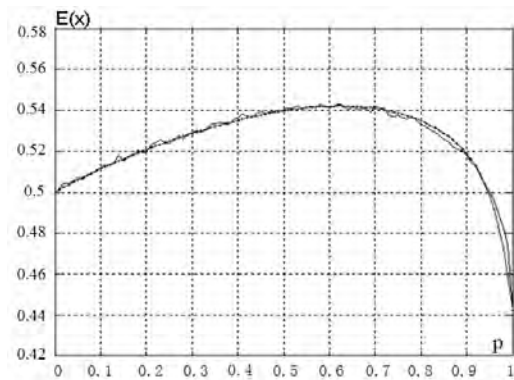


图 9. 均值拟合曲线

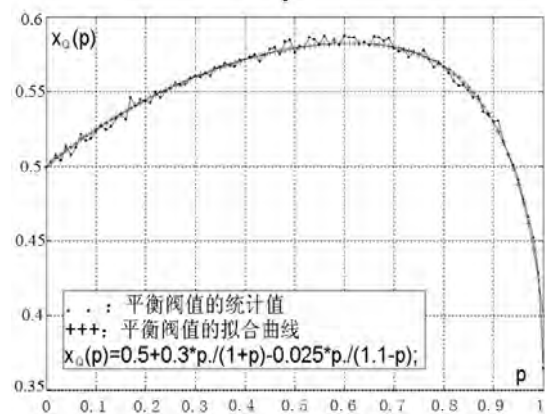


图 10. 量化阈值拟合曲线

5 序列的平衡性

当采用变参数双叶混沌映射时，利用拟合曲线可以容易地得到平衡的连续值混沌序列和平衡的数字混沌序列，图 11 所示展示了在不同精度等级下变分岔参数双叶混沌序列的平衡性，可以发现，无论是 8 位精度、16 位精度还是 32 位精度，都能够就较快地收敛到 0，说明序列具有良好的平衡特性。图 12 所示为不同分岔参数下的双叶数字混沌序列与 Logistic 的数字混沌序列平衡性的比较。

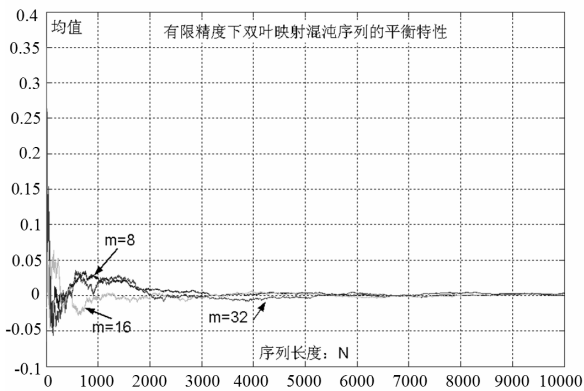


图 11. 不同精度下的双叶连续序列的平衡性

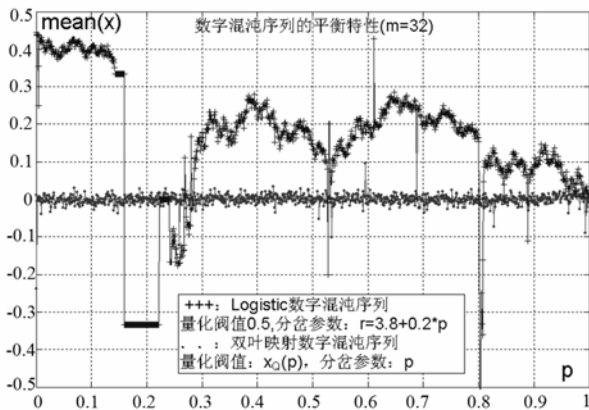


图 12. 双叶数字混沌序列的平衡性

数字混沌序列若要应用到扩频通信，需要序列严格平衡，即序列长度为偶数时，1 和 0 的个数相等，若序列长度为奇数时，1 的个数比 0 的个数多一个。为了得到平衡的数字混沌序列，可以在更长的混沌序列中去截取，因为在无穷长的混沌序列中，总是有很多的序列段是平衡的。例如在某一随机初始值产生的长度为 10000，有限精度 $m=16$ 的变参数双叶映射数字混沌序列中，可以截取的平衡序列的数量见表 2。

表 2. 长度为 10000 的双叶数字混沌序列中所含平衡短序列的数量

| N | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |
|---|------|-----|-----|-----|-----|------|
| m | 1395 | 958 | 684 | 586 | 351 | 183 |
| n | 203 | 100 | 50 | 24 | 12 | 7 |

N: 截取短序列的长度
 m: 可截取平衡序列数量 (有重叠)
 n: 可截取平衡序列数量 (不重叠)

6 相关特性

在 16 位精度下采用变参数双叶混沌映射生成一系列平衡混沌序列，这些序列具有良好的随机特性，图 13 所示为平衡的连续混沌序列的自相关特性，图 14 所示为平衡的连续混沌序列的互相关特性，它的相关特性非常接近理想的 Logistic 混沌序列，如自相关旁瓣方差和互相关方差都接近理想值 $(1/4N)$ 。

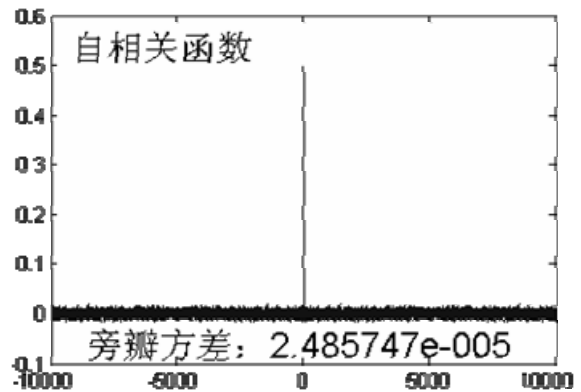


图 13. 连续混沌序列的周期自相关特性

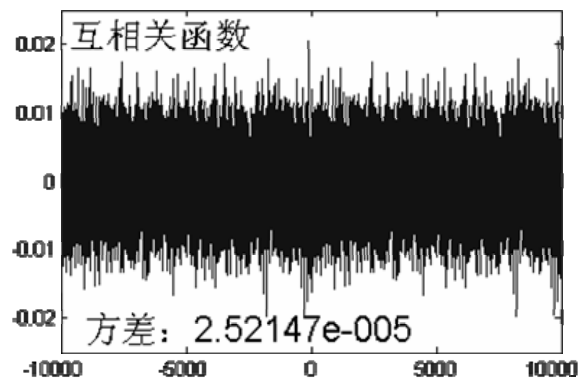


图 14. 连续混沌序列的周期互相关特性

图 15 所示为平衡的数字混沌序列的自相关特性，图 16 所示为平衡的数字混沌序列的互相关特性，它非常接近随机二进制序列的相关特性。

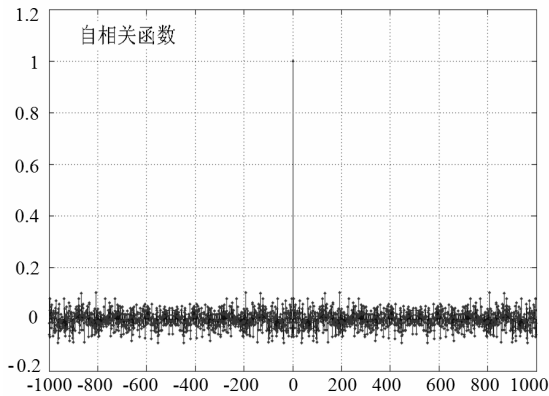


图 15. 数字混沌序列的周期自相关特性

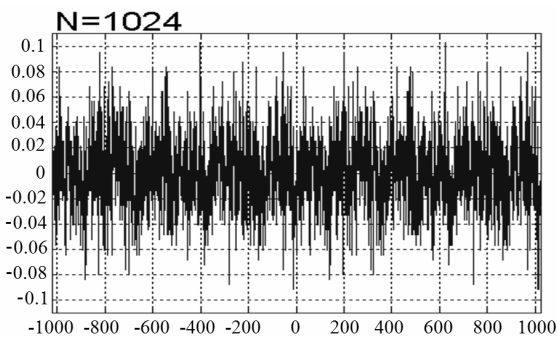


图 16. 数字混沌序列的周期互相关特性

结束语

在有限精度下采用本文提出的变参数双叶混沌映射，并利用拟合曲线可以容易地产生平衡的连续混沌序列和平衡的数字混沌序列，仿真与研究表明，用该办法生成的混沌序列具有非常好的相关特性，完全可以作为新的混沌载波或新的扩频码。另外由于采用了变参数混沌映射，大大提高了序列的复杂度，使通信的安全性得到极大提高，但是也同时提高了设备的复杂度。

References(参考文献)

- [1] James Gleick. Chaos : making a new science. [M].Penguin Books. 1987-08-31
- [2] KENNEDY M P, KOLUMBaN G, KIS G, JaKo A. Recent advances in communication with chaos [J]. IEEE Int Symp on Circuits and Systems, ISCAS98, Monterey, CA: [s. n.], 1998: 461-464.
- [3] Heidari-Bateni G, McGillem C D. Chaotic sequences for spread spectrum: an alternative to PN-sequences [A] . Proc. IEEE International Conference on Selected Topics in wireless communications [C] .Canada:Vancouver, 1992.437~440
- [4] Heidari-Bateni G, Chaotic signals for digital communication. [D].,West Lafayette:Purdue University,1992: 70~77
- [5] Zhang Wei, Hu Han-Ping Li De-Hua. A New Approach to Generate Chaotic Sequences. [J].Journal of Huazhong University of Science and Technology. 2001, 11: 64~66 张巍,胡汉平,李德华. 一种新的混沌序列生成方式. [J].华中科技大学大学学报, 2001年 11期: 64~66
- [6] 大学学报, 2001年 11期: 64~66
- [7] Liu Bin, Luo Xiang-Yang, Liu Fen-Lin. A Perturbing Scheme of Digital Chaos. [J].Journal of Shanghai Jiaotong University. 2006, 11(2): 172-176
- [8] 2006, 11(2): 172-176
- [9] Cai Guo-Quan,Zheng Xiao-Dong. Performance Analysis of the Chaotic Spread spectrum Sequences with Finite Precision. [J]JOURNAL OF INFORMATION ENGINEERING INSTITUTE, 2000,1(3) 19~22 蔡国权, 郑晓东, 有限精度下混沌扩频序列的性能分析, [J].郑州, 信息工程大学学报, 2000年第 1卷第 3期, 19~22
- [10] Wang Hong-Xia,Yu Jue-Bang. New Method of Realizing Logistic-Map Chaotic Spread-Spectrum Sequence With Finite Precision. [J].Systems Engineering and Electronics. 2002,24(2),88~92 王宏霞, 虞厥邦, Logistic_Map 混沌扩频序列的有限精度实现新方法, [J].北京, 系统工程与电子技术, 2002年第 24卷第 2期, 88~92
- [11] Wu Zhi-lu; Ren Guang-hui; Zhao Nan; Yang Shui-Wang. Study on finite precision of chaotic spread spectrum sequences. [J]Journal of Harbin University of Commerce(Natural Sciences Edition). 2006,22(1),42~45 吴芝路, 任广辉, 赵楠, 杨水旺. 混沌扩频序列有限精度研究, [J].哈尔滨, 哈尔滨商业大学学报(自然科学版), 2006年第 22卷第 1期, 42~45