

Research on WUL Algorithm of Galileo System

GU Shouzhou^{1,2}, BEI Jinzhong^{1,3}, DANG Yamin^{1,2}

1. Chinese Academic of Surveying and Mapping, Beijing, China

2. Shandong University of Science and Technology, Qingdao, China

3. Wuhan University, Wuhan, China

e-mail: shouzhou2003@163.com

Abstract: According to the analysis on the computing process of Worst User Location(WUL)in Galileo system, the process of computing WUL should be divided into three steps: firstly, determining WUL on to a great circle of sphere; secondly calculating its coordinate on the sphere; lastly transforming the coordinate from sphere to ellipsoid. The results show that the distance errors based on different epochs and same orbit error are in centimeter level with 1.6cm as the greatest difference, and the distance errors based on the same epoch and different orbit errors are in centimeter level, indeed in millimeter level with 0.36cm as the difference between maximum and minimum. They all prove that this method can meet the demanding precision of WUL and the distance errors calculated are stable and high precision. This method has a certain reference value and the guide meaning for the development of GNSS integrity theory

Keywords: Galileo system; WUL; dangerous circle; orbit error; elevation angle

Galileo 系统 WUL 算法研究

谷守周^{1,2}, 秘金钟^{1,3}, 党亚民^{1,2}

¹中国测绘科学研究院, 北京, 中国, 100039

²山东科技大学, 青岛, 中国, 266510

³武汉大学, 武汉, 中国, 430079

e-mail: shouzhou2003@163.com

摘要: 详细分析了 Galileo 系统中计算 WUL 三个步骤: 首先把 WUL 点从空间固定到球体的一个大圆, 然后确定出 WUL 在球体上的坐标, 最后利用椭球和球之间的关系, 把 WUL 点转化到椭球面上。通过实例进行分析, 结果表明, 在相同误差不同历元之下, 该 WUL 算法计算出的 WUL 距离误差都在几个厘米且变化范围较小, 最大差异为 1.6 厘米; 在同一卫星同一轨道位置不同的轨道误差之下, 计算出的 WUL 的距离误差变化较小, 最大值和最小值之差为 0.36 厘米, 进而可知该 WUL 算法得出的距离误差具有数值稳定性且精度较高, 能够满足 WUL 的计算要求。该方法为 GNSS 完备性理论的发展具有一定的参考价值和指导意义。

关键词: 伽利略系统; 最差用户位置; 危险圆; 轨道误差; 高度角

随着 Galileo 系统设计实施, 而完备性的研究是 Galileo 系统的重点内容。SISE/SISA 是描述 Galileo 系统完备性的一个重要指标, 而有效估计最差用户位置 WUL(Worst User Location)是 SISE 完备性算法的一个重要部分。本文就 WUL 的计算方法进行详述, 并进行相关分析。

1 WUL 确定的基本原理

由于卫星钟差对卫星可视区域内的所有用户产生

相同的影响, 而卫星轨道误差产生的影响则随用户位置不同而不同。因此, WUL 主要依赖于卫星轨道误差。WUL 是指 SISE 在卫星的可视域内引起的最坏的影响位置, 称为最坏用户位置。由 WUL 的定义可知, 计算 WUL 就是找到具有最大的距离误差的用户所在位置。根据误差的传播规律易知, 当延长(或反方向延长)轨道误差矢量时, 与地球表面的交点应具有最大的距离误差, 即为 WUL(图 1)。通过分析易知, 这个投影点并不一定在卫星的覆盖范围以内, 在这种情况下, WUL 在卫星所对应的该覆盖范围的边缘。在假定地球是一个球体的条件下, 称卫星的覆盖范围所形成的圆为危险圆。

基金项目: 科技部导航领域 863 项目 (2007AA12Z313, 2006AA12Z306, 2007AA12Z316); 国家自然科学基金 (40874012)

作者简介: 谷守周, 男, 山东菏泽人, 硕士研究生, 主要研究方向 GPS 数据处理, Email: shouzhou2003@163.com

WUL 是三维空间中的一个概念,为了将其处理成一个二维问题,不妨假设地球是一个球体,在球的表面计算 WUL 的位置。在假定地球是一个球体的条件下,易知地心、卫星和轨道误差形成了一个平面,该平面切地球所形成的一个截面形成了地球球体的一个大圆。由上述的分析可知,假设用户在地球的表面,WUL 应该在上述平面与地球所形成的大圆上,这样使得把 WUL 点求定问题由三维变成了二维。在上述假设之下,利用球体的性质和

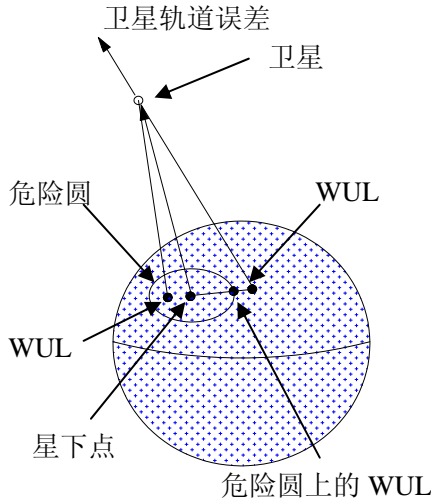


Figure 1. The sketch map of WUL principle
图 1. WUL 原理示意图

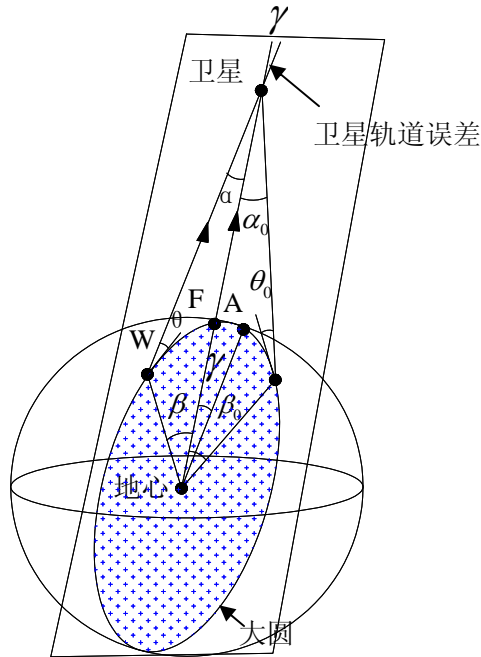


Figure 2. The sketch map of angles relation with WUL
图 2. 与 WUL 相关的各个角度示意图

卫星星下点等的位置关系,确定出 WUL 在球面上的坐标,进而利用椭球和球之间的关系,求出 WUL 在椭球面上的位置。

2 基于球模型下的 WUL 的计算

2.1 WUL 在球面上初始值的确定

卫星的坐标可以通过卫星的广播星历或者是精密星历来得到。地心到卫星方向的单位矢量可以表示为

$$e_{sat} = \left(\frac{x_s}{\rho}, \frac{y_s}{\rho}, \frac{z_s}{\rho} \right) \quad (1)$$

其中, ρ 表示卫星与地心之间的距离 $\rho = \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2}$, x_s, y_s, z_s 是地心地固坐标系下的坐标,求出在球模型下卫星星下点 F 的经纬度 ϕ_f 和 λ_f 。

卫星覆盖范围内基本的各种角度见图 2。其中轨道误差所对应的天底角,中心角和高度角分别由 α, β, θ 来表示。 r_e 表示地球半径。 α_0 是给定的截止角 θ_0 所对应的天底角, β_0 是相应的中心角,各个角度用弧度进行表示。假定轨道误差用向量 $s_E = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 进行表示,对其单位化得矢量 e_E 。

卫星轨道误差与地心与卫星连线方向的矢量之间的夹角可以表示为

$$\gamma = \cos^{-1}(e_{sat} \cdot e_E) \quad (2)$$

进而可得天底角 α

$$\alpha = \begin{cases} \gamma & \cos(\gamma) \geq 0 \\ \pi - \gamma & \cos(\gamma) < 0 \end{cases} \quad (3)$$

从地心与卫星轨道误差矢量平行的直线交大圆于 A 点,计算其经纬度 ϕ_A 和 λ_A 。

由球面三角形定理可得 AF 的方位角:

$$azi_{AF} = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\lambda_f - \lambda_A)}{\cos(\phi_A) \tan(\phi_f) - \sin(\phi_A) \cos(\lambda_f - \lambda_A)} \right) \quad (4)$$

进而可得 WUL 的经纬度 ϕ_{wul} 和 λ_{wul} :

$$\phi_{wul} = \frac{\pi}{2} - a \cos(\cos(\gamma + \beta) \cos(\frac{\pi}{2} - \phi_A)) + \sin(\gamma + \beta) \sin(\frac{\pi}{2} - \phi_A) \cos(azi_{AF}) \quad (5)$$

$$\lambda_{wul} = \lambda_A \pm a \cos \left(\frac{\cos(\gamma + \beta) - \cos(\frac{\pi}{2} - \phi_A) \cos(\frac{\pi}{2} - \phi_{wul})}{\sin((\frac{\pi}{2} - \phi_A) \sin(\frac{\pi}{2} - \phi_{wul}))} \right)$$

其中 λ_{wul} 需根据 λ_A 和 λ_F 的关系而确定。

WUL 在地心地固坐标系下的坐标:

$$\begin{aligned} x_w &= r_e \cos(\phi_{wul}) \cos(\lambda_{wul}) \\ y_w &= r_e \cos(\phi_{wul}) \sin(\lambda_{wul}) \\ z_w &= r_e \sin(\phi_{wul}) \end{aligned} \quad (6)$$

由于计算中存在误差导致了 WUL 点不一定在由卫星轨道误差和地心与卫星连线确定的平面内, 因而需要进行归化改正。

2.2 归化 WUL 点

计算地心与点 A 连线的单位矢量 e_A 和地心与点 F 其连线的单位矢量 e_F . 将矢量 e_A 与 e_F 作向量积得单位矢量 e_{AF} :

$$e_{AF} = \frac{e_A \times e_F}{|e_A \times e_F|} \quad (7)$$

对(6)式中计算的 WUL, 单位化地心与其连线的矢量得单位矢量 e_w 。在理想的状况下, 矢量 e_{AF} 与 e_w 应该是相互垂直。但上述计算误差使得两个矢量之间的夹角不等于 $\frac{\pi}{2}$, 因而需要进行改正。

首先计算两个向量之间的夹角 φ :

$$\varphi = a \cos(e_{AF} \bullet e_w) \quad (8)$$

计算其与 $\frac{\pi}{2}$ 之差 η :

$$\eta = \varphi - \frac{\pi}{2} \quad (9)$$

设定一个限值, 若 η 超过了该限值, 则用其对 AF 的方位角进行改正:

$$azi_{AF} = azi_{AF} - \eta \quad (10)$$

进而重复上述计算直到满足精度要求为止。

3 椭球模型下的 WUL 的计算

首先延长地心与球面上 WUL 点的连线交椭球与 W' (图 3), 计算此时 W' 点处的卯西圈曲率半径 N .

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - (2f - f^2) \sin^2(\phi_{wul})}} \quad (11)$$

其中: a 表示椭球的长半轴, f 表示椭球的扁率。

然后计算 W' 到地心的距离 $R_{W'}$

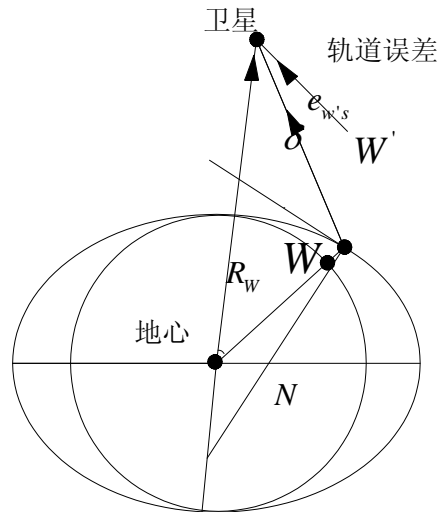


Figure 3. The e sketch map of transform WUL

图 3. WUL 由球面转化到椭球面示意图

$$R_{W'} = N(\cos^2(\phi_A) + (1 - f)^2 \sin^2(\phi_A)) \quad (12)$$

可根据(6)式计算 W' 的坐标。

3.1 WUL 在危险圆内侧

首先求得 W' 点与卫星连线的矢量并单位化得 $e_{w's}$ 与卫星的轨道误差之间的夹角 $\Delta\alpha$:

$$\Delta\alpha = a \cos(e_{w's} \bullet e_E) \quad (13)$$

计算等效距离误差: $d = 2d_{w's} \sin(\frac{\Delta\alpha}{2})$, 其中 $d_{w's}$ 表示 W' 与卫星之间的距离。设定一个距离误差的限制, 比如 100m, 若 d 小于 100m, 则不需要进行改正, 若大于 100m, 则用 $\Delta\alpha$ 对中心角 β 进行改正;

$$\beta = \beta - \Delta\alpha \quad (14)$$

重复上述计算过程直到满足要求为止。

3.2 WUL 在危险圆外侧

需要计算当前 W' 处该卫星的高度角 δ , 首先单位化卫星与 W' 点连线的并单位化后的矢量的 $e_{w's}$ 和 W' 点的当地坐标系在地心地固坐标系下的 z 轴的方向 k :

$$k = (\cos(\phi_{wul}) \cos(\lambda_{wul}) \quad \cos(\phi_{wul}) \sin(\lambda_{wul}) \quad \sin(\phi_{wul}))^T \quad (15)$$

进而可得卫星高度角 δ

$$\delta = \frac{\pi}{2} - a \cos(e_{w's} \bullet k) \quad (16)$$

将高度角 δ 和截止高度角 θ_0 进行比较, 求两者之间的差值 $\Delta\theta$:

$$\Delta\theta = \theta_0 - \delta \quad (17)$$

对 $\Delta\theta$ 设定一个限值, 比如 1.0×10^{-8} , 若小于此值则 W' 就是所求的点。如大于此值, 则用 $\Delta\theta$ 对中心角 β_0 进行改正:

$$\beta_0 = \beta_0 - \Delta\theta \quad (18)$$

将其代入到式(5), 重复上述计算, 直到满足要求。

3.3 WUL 在危险圆附近

在计算过程中可能出现跳跃, 比如在球面上 WUL 在危险圆的内侧而在椭球面上 WUL 却在危险圆的外侧, 另外一种情况就是在球面上, WUL 在危险圆的外侧而在椭球面上 WUL 却在危险圆的内侧。

3.3.1 WUL 在危险圆的内侧附近

首先计算由 W' 点和卫星连线方向的矢量并单位化得 $e_{w's}$, 与地心和卫星连线方向单位矢量之间的夹角 e_{sat} :

$$\alpha' = a \cos(e_{w's} \bullet e_{sat}) \quad (19)$$

将 α' 与 α 进行比较, 设定两个角度之间的差值的限值, 若此时超过限值, 则将其归化到限值以内。然后按照式(16)计算卫星高度角 δ , 若此时卫星高度角 δ 大于卫星的截止高度角则该点就是 WUL 点, 若小于截止高度角, 则按照 WUL 在危险圆外侧时的计算方法求得 WUL。

3.3.2 WUL 在危险圆外侧附近

首先计算由式(6)得到的 W' 点, 按照式(16)计算卫星高度角, 按照 WUL 在危险圆外侧的计算方法将其归化到卫星截止高度角处所在位置, 然后计算 α' , 若此时 $\alpha' \leq \alpha$ 则该点就是 WUL 点, 反之, 则按照 WUL 在危险圆内侧的计算方法求得 WUL 点。

Table 1. Orbit error

表 1. 轨道误差表

序号	dx	dy	dz	序号	dx	dy	dz	序号	dx	dy	dz	序号	dx	dy	dz
1	0.4	-0.6	-0.7	9	0.1	-0.7	-0.6	17	0.4	-0.9	-0.5	25	0.4	-0.9	-0.5
2	0.3	-0.5	-0.7	10	0.8	-0.7	-0.6	18	0.4	-0.9	-0.5	26	0.5	-1.4	-0.2
3	0.5	-0.6	-0.7	11	0.8	-0.7	-0.6	19	0.5	-0.9	-0.5	27	0.5	-1.4	-0.2
4	0.2	-0.6	-0.7	12	0.9	-0.6	-0.6	20	0.5	-0.9	-0.5	28	0.5	-1.3	-0.3
5	0.4	-0.8	-0.6	13	0.9	-0.6	-0.6	21	0.2	-0.9	-0.5	29	0.5	-1.4	-0.2
6	0.4	-0.8	-0.6	14	0.4	-0.9	-0.5	22	0.4	-0.9	-0.5	30	0.5	-1.4	-0.2
7	0.7	-0.8	-0.6	15	0.4	-0.9	-0.5	23	0.4	-0.9	-0.4				
8	0.4	-0.8	-0.6	16	0.4	-0.9	-0.5	24	0.4	-1	-0.5				

4 计算结果

图 4 为设定轨道误差为(0.325, 0.384, -0.315), 对 2009 年 1 月 23 日精密星历中的 3 号卫星进行 60 个历元的 WUL 的计算, 历元间隔为 15 分钟。其中坐标轴横轴表示卫星的历元数, 纵轴表示相应的距离误差; 从中可以看出同一卫星在相同轨道误差不同历元下计算的 WUL 的距离误差都在厘米级, 最大为 3.26 厘米。随着卫星位置的不断变化, 距离误差变化范围较小, 最大值和最小值之差小于 1.6 厘米; 可知该 WUL 算法在相同误差不同的卫星位置之下计算出的 WUL 具有数值稳定性且精度较高。

图 5 为设定 30 种不同轨道误差(见表 1)在同一卫星位置下的距离误差变化较小, 最大值和最小值之差在 0.36 个厘米, 可知该算法对于不同的轨道误差计算的 WUL 也具有数值稳定性。

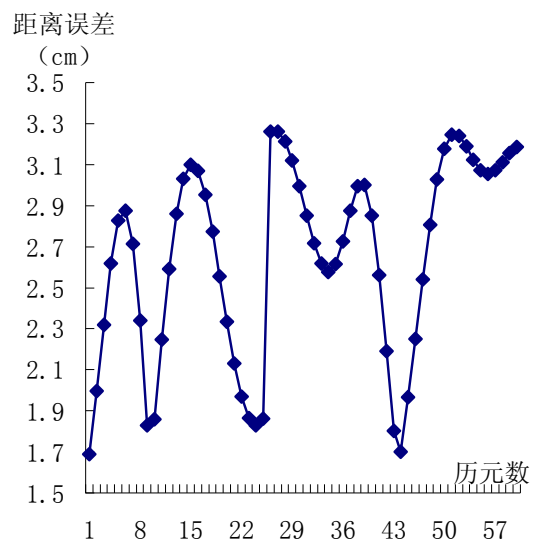


Figure 4. The precision of WUL based on different epochs of PRN3
图 4. 3 号卫星不同历元下 WUL 的解算精度

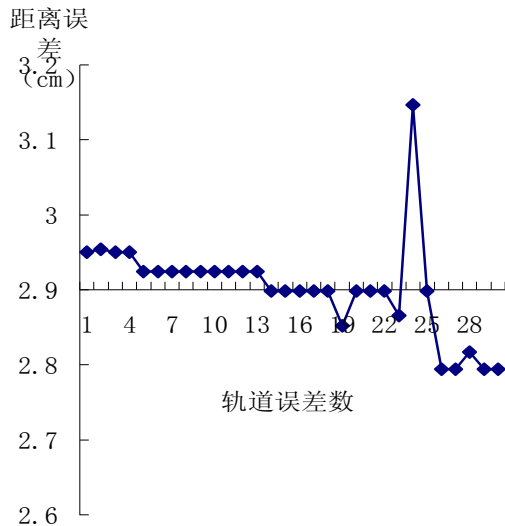


Figure 5. The precision of WUL based on different orbit errors of PRN2

图 5.2 号卫星不同轨道误差下 WUL 的解算精度

5 结论

本文通过一个平面把 WUL 从空间转化到二维平面上，通过球体的相关性质确定出 WUL，进而再把 WUL 从球面上转换到椭球面上。利用该方法对 WUL 进行了计算，由结果可知，该 WUL 的计算方法确定出的 WUL 的精度在厘米级，且对于不同的轨道误差和不同的卫星位置计算出的 WUL 的距离误差具有数值稳定性且精度较高，能够满足 WUL 的计算精度要求，具有一定的理论价值。

References (参考文献)

- [1] Bei jinzhong ,Dang yamin, Jiang zhihao, Zhang peng. Study on GPS Orbit Determination Based on CORS Station from State Bureau of Surveying and Mapping. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science) .2009, 25(2)(Ch).
秘金钟, 党亚民, 蒋志浩, 张鹏. 基于国家测绘局GPS连续运行参考站的定轨研究[J].辽宁工程技术大学学报(自然科学版).2009, 25(2).
- [2] DANG Yamin, BEI Jinzhong,CHENG Yinyan. Pinciples and applications of Global Navigation Satellite System[M]. Beijing: SinoMaps Press.2007(Ch).
党亚民, 秘金钟, 成英燕. 全球导航卫星系统原理与应用[M]. 北京: 测绘出版社, 2007
- [3] Shaojun Feng and Washington Y. Ochieng. An Efficient Worst User Location Algorithm for the Generation of the Galileo Integrity Flag. ION GNSS 18th International Technical Meeting of the Satellite Division, 13-16 September 2005, Long Beach, CA. 2005: 2374-2384.The Galileo Integrity Concept and Performance.
- [4] Veit Oehler, Francesco Luongo, Hans L. Trautenberg, Juan-Pablo Boyero, Jan Krueger, Tanja Rang.The Galileo Integrity Concept and Performance. Galileo Industries GmbH.
- [5] Esperanza Herráiz-Monseco, Alvaro Mozo García, Miguel M. Romay Merino, Ana Belén Martín Peiró. A New System Level Integrity Concept for Galileo: The Signal In Space Accuracy.GMV S.A.
- [6] Carlos Hernández Medel, Laura Perea i Virgili, Álvaro Mozo García, Juan Ramón Martín Piedelobo, Miguel M. Romay Merino. SISA Computation Algorithms and their applicability for Galileo Integrity. GMV SA, Tres Cantos (Madrid), Spain.
- [7] Helmut Blomenhofer, Walter Ehret, Arian Leonard, THALES ATM GmbH. GNSS/Galileo Global and Regional Integrity Performance Analysis. Eduarda Blomenhofer, NavPos Systems GmbH.