

Analysis the Measure of Proportional Conflict Redistribution Rules

Hongfei LI, Kangsheng TIAN, Hongbin JIN

Air Force Radar Academy, Wuhan 430019, China

E-mail: jhb0817@tom.com

Abstract: The research on identity identification of high conflicting evidence is a popular but difficult problem. Proportional conflict redistribution rules are a series of effective methods for dealing with high conflicting evidence. This paper introduces and analyses the series of proportional conflict redistribution rule. Six methods are compared and analyzed through numeric simulation, and the result suggests that the rules are effective. The foundation for application and improvement of the rules is provided.

Key words: identity identification; DS_m Theory; conflicting evidence; proportional conflict redistribution

比例冲突再分配规则方法分析

李鸿飞, 田康生, 金宏斌

空军雷达学院, 湖北 武汉 430019

E-mail: jhb0817@tom.com

摘要: 高冲突证据下的目标识别方法研究一直是热点和难点问题。比例冲突再分配规则正是处理高冲突证据的一种有效方法。本文介绍并分析了比例冲突再分配系列规则 (PCR1 至 PCR6 规则), 并通过具体的例子对六种方法进行了仿真验证, 得出了有益的结论, 为目标识别工程应用和方法的改进提供了依据。

关键词: 目标识别; DS_m 理论; 冲突证据; 比例冲突再分配

1 引言

目标识别又称身份融合, 是信息融合中饱含生命力的一个重要内容。目标识别不仅是战场态势与威胁估计的基础, 也是战场决策的重要依据。在“发现即消灭”的现代战争中, 目标识别重要性不言而喻。然而, 高技术条件下的战争对传统的目标识别方法提出了严峻的挑战, 特别是在信息对抗的环境下, 目标的种类、行为日趋复杂, 使得传统的基于单传感器的目标识别方法难以取得令人满意的效果。

目标识别将关于目标身份的多源信息进行融合, 产生比系统中任一单源更有效、更精确的身份估计和判决。D-S 证据理论适合于无先验信息的融合, 而且在不确定性的表示、量测和组合方面具有优势, 同时它符合人类推理的决策过程。但在证据发生高冲突情况下证据合成会产生与直觉相反的结论^[1]。如何在证据高度冲突下实现多源信息的有效融合是一个迫切需要解决的问题。许多专家认为这是组合规则造成的并加以改进^[2], 但是效果不是十分理想。针对这种情况, Dezert 和 Smarandache 等学者在 2002 年提出了 DS_mT^[3,4]。DS_mT 是经典 D-S 证据理论的延伸, 但又

跟 D-S 证据理论本质上不同。

比例冲突再分配规则是 Dezert 和 Smarandache 在 DS_m 理论的基础上提出的证据组合规则^[5,6]。比例冲突再分配规则是处理高冲突证据的一种有效方法。本文介绍并分析了比例冲突再分配系列规则^[7-10] (PCR1 至 PCR6 规则), 并通过具体的例子对六种规则进行了仿真比较。

2 DS_mT 介绍

D-S 证据理论有其根本的缺陷, 在处理证据的强冲突时显得无能为力, 而且经常得到不符合常理的结论。由于很难判别证据冲突是由哪些焦元引起, 故用改进组合公式的方式来处理证据冲突的方法都有其不可避免的局限性。DS_mT 提出将冲突的焦元选项看作有用信息一律保留来进行融合, 这样从根本上解决了证据理论不能处理强冲突证据的问题。

定义 (DS_mT 组合规则): 假设识别框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$, 在其框架下有两个信度分配 $m_1, m_2: G^\Theta \rightarrow [0, 1]$, 其中 $\sum_{Y \in G^\Theta} m_i(Y) = 1, i = 1, 2$ 。

DS_mT 组合规则被定义为 $\forall (X \neq \emptyset) \in G^\Theta$:

$$m_{\cap}(X) = \begin{cases} 0 & X = \emptyset \\ \sum_{\theta_i, \theta_j \in D^{\Theta}, \theta_i \cap \theta_j = X} m_1(\theta_i)m_2(\theta_j) & X \neq \emptyset \end{cases} \quad (1)$$

由于 DS_mT 保留了矛盾焦元，不需要将其基本概率函数进行平均分配，所以该规则不需要像原始的 D-S 证据理论那样进行归一化，而 $m_{\cap}(X)$ 确定了一个新的基本概率赋值函数。对于多个证据的组合，可用组合规则对证据进行两两组合。

3 PCR 系列规则

比例冲突再分配规则是将冲突信度按照某种比例分派到合成信度上，从而更有效的利用证据。根据分派比例的不同，PCR 规则分为 PCR1 至 PCR6 规则。PCR 规则可以使用在 DS_m 理论下，也可以使用在 D-S 理论下。

PCR 规则有如下三个优点：(1) 在任何条件下合成结果的合理性，条件包括证据数量、基本信度函数值、框架结构等；(2) 对证据顺序没有要求；(3) 空信度的合成后对结果的中立影响。如果有基本信度分配 $m_v(\Theta) = 1$ ， $m_v(\cdot)$ 被称为空信度。中立影响为 $[m_1 \oplus \dots \oplus m_s \oplus m_v](X) = [m_1 \oplus \dots \oplus m_s](X)$ 。

下面依次对 PCR1 至 PCR6 系列规则进行分析。

3.1 PCR1 规则

PCR1 规则是一种全局冲突局部分配的规则，认为冲突的产生与多个信源都有关系，它将每次组合后产生的冲突信息按照多个信源的单焦元之和的置信指派进行再分配。PCR1 规则被定义为 $\forall (X \neq \emptyset) \in G^{\Theta}$ ：

$$m_{PCR1}(X) = m_{\cap}(X) + \frac{c_{12}(X)}{d_{12}} \cdot k_{12} \quad (2)$$

其中， $m_{\cap}(X)$ 表示 DS_mT 组合规则对 X 的合成信度。 $c_{12}(X)$ 代表信源对命题 X 的支持信度和。 d_{12} 代表总的信度和。 k_{12} 表示全局冲突。

PCR1 规则可处理在退化和非退化数据，并且符合准结合律，处理冲突时有较好的效果。但 PCR1 规则不能保持空信度的合成后对结果的中立影响。PCR1 规则对全局冲突进行分派，分派的比例因子分母 d_{12} 包括未产生冲突的部分，导致分配不够精确。

3.2 PCR2 规则

PCR2 规则也是一种全局冲突局部分配的规则，认为冲突的产生与多个信源都有关系，它将每次组合后产生的冲突信息按照多个信源的单焦元之和的置信指派进行再分配，但是分配时只考虑了冲突涉及的焦

元。PCR2 规则被定义为 $\forall (X \neq \emptyset) \in G^{\Theta}$ ：

$$m_{PCR2}(X) = m_{\cap}(X) + C(X) \cdot \frac{c_{12}(X)}{e_{12}} k_{12} \quad (3)$$

其中， $C(X) = \begin{cases} 1, & \text{当 } X \text{ 涉及到冲突} \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases}$

e_{12} 为冲突涉及的所有焦元的信度和， k_{12} 表示全局冲突。

PCR2 规则把分派比例做了改进，分派比例只与冲突涉及到的焦元有关，解决了 PCR1 规则不能保持空信度的合成后对结果的中立影响，但分配时仍使用全局冲突使结果不够精确。

3.3 PCR3 规则

PCR3 规则是一种局部冲突局部分配的规则，认为冲突的产生与多个信源都有关系，它将每次组合后产生的冲突信息按照多个信源的单焦元之和的置信指派进行再分配，但是分配时只考虑了冲突涉及的焦元，分配时将全局冲突分解成局部冲突依次分配指派。

PCR3 规则被定义为 $\forall (X \neq \emptyset) \in G^{\Theta}$ ：

对不考虑有证据均为 0 的情况时：

$$m_{PCR3}(X) = m_{\cap}(X) + c_{12}(X) \cdot \sum_{\substack{Y \in G^{\Theta} \\ Y \cap X = \emptyset}} \frac{m_1(Y)m_2(X) + m_1(X)m_2(Y)}{c_{12}(X) + c_{12}(Y)} \quad (4)$$

其中， $m_1(Y)m_2(X) + m_1(X)m_2(Y)$ 表示局部冲突。

PCR3 规则保持了空信度的合成后对结果的中立影响。但分配仍然比较粗糙，没有将不同数据源对同一假设的信度合成分开进行处理。

3.4 PCR4 规则

PCR4 规则是一种局部冲突局部分配的规则，认为冲突的产生与多个信源都有关系，它将每次组合后产生的冲突信息按照多个信源的合成信度的置信指派进行再分配。思路与 Dempster 合成规则有类似之处。PCR4 被定义为 $\forall (X \neq \emptyset) \in G^{\Theta}$ ：

$$m_{PCR4}(X) = m_{\cap}(X) + \sum_{\substack{Y \in G^{\Theta} \\ Y \cap X = \emptyset}} m_{\cap}(X) \cdot \frac{m_1(Y)m_2(X) + m_1(X)m_2(Y)}{m_{\cap}(X) + m_{\cap}(Y)} \quad (5)$$

PCR4 规则比 Dempster 合成规则更加准确，保持了空信度的合成后对结果的中立影响。虽然在分派比例上做了改进，将合成信度加入到分派比例中，但并没有将不同数据源对同一命题的信度合成分开进行处理。

3.5 PCR5 规则

PCR5规则是一种局部冲突局部分配的规则,认为冲突信息的产生来自于辨识框架中有明确决策的单焦点元之间冲突,并集产生的不确定信息不参与产生冲突,并且单焦点产生冲突的作用大小与其本身的置信指派成正比。于是,它将每次组合后产生的冲突信息按照单焦点的置信指派进行再分配。

$$\begin{aligned}
 & \text{PCR5 被定义为 } \forall (X \neq \emptyset) \in G^\Theta : \\
 & m_{\text{PCR5}}(X) = m_\cap(X) \\
 & + \sum_{\substack{Y \in G^\Theta(X) \\ Y \cap X = \emptyset}} \left[\frac{m_1(X)^2 m_2(Y) + m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_1(X) + m_2(Y) + m_2(X) + m_1(Y)} \right] \\
 & = m_\cap(X) \\
 & + \sum_{\substack{Y \in G^\Theta(X) \\ Y \cap X = \emptyset}} \left[\frac{m_1(X)}{m_1(X) + m_2(Y)} \cdot m_1(X) m_2(Y) + \frac{m_2(X)}{m_2(X) + m_1(Y)} \cdot m_2(X) m_1(Y) \right]
 \end{aligned} \tag{6}$$

PCR5 规则保持了空信度的合成后对结果的中立影响,得到的结果更加准确。在处理两个证据源的证据时,计算量适中,但处理三个或三个以上的证据源的证据时,计算量较大。

3.6 PCR6 规则

PCR6 规则是一种局部冲突局部分配的方法,认为冲突的产生与多个信源都有关系,它将每次组合后产生的冲突信息按照每个信源的单焦点的置信指派进行再分配,但是分配时只考虑了冲突涉及的焦点,分配时将局部冲突分解成部分冲突依次分配指派。PCR6 规则被定义为 $\forall (X \neq \emptyset) \in G^\Theta$, M 表示数据源个数:

$$\begin{aligned}
 m_{\text{PCR6}}(X) &= m_\cap(X) + \left(\sum_{i=1}^M m_i(X)^2 \right) \cdot \\
 & \sum_{\substack{j=1 \\ (Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (G^\Theta)^{M-1}}}^{M-1} \left(\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})} \right)
 \end{aligned} \tag{7}$$

其中, $m_\cap(X)$ 表示 DSmt 组合规则对 X 的合成信度, $Y_j \in G^\Theta$ 对应证据源 j , $m_j(Y_j)$ 是其相关的信度函数, σ_i 表示从 1 到 M 的数中排除 i , 即:

$$\begin{cases} \sigma_i(j) = j & i < j \\ \sigma_i(j) = j+1 & j \geq i \end{cases}$$

PCR6 处理多个证据合成时比 PCR5 规则有更符合直觉的结果,当处理两个证据源时,PCR6 规则和 PCR5 规则是一致的。但 PCR6 规则在计算分派比例时,不像 PCR5 规则那样要计算证据的合成,而是采取证据间的求和形式,所以在处理多个证据的合成时 PCR6 规则比 PCR5 规则计算量小得多,适合在对计算量比较敏感的实时系统中使用。目前已有实用的目标识别系统中采用 PCR6 规则^[11,12]。

4 算例分析

通过 2 个算例,对比 Dempster 合成规则、PCR1 规则、PCR2 规则、PCR3 规则、PCR4 规则、PCR5 规则、PCR6 规则,并进行分析验证。算例 1 为高冲突证据,算例 2 为低冲突证据。

4.1 算例 1—高冲突证据

假设识别系统中有 2 个传感器,空中目标有 $\{A, B, C\}$ 三个型别,在某时刻获得的基本概率赋值函数(bba)如表 1 所示。表 2 中显示的是目标识别出来的结果。

Table 1. The basic probability assignment function of high conflict evidence

表 1. 高冲突证据的基本概率赋值函数

目标类型 \ bba	m_1	m_2
A	0.9	0
B	0	0.9
C	0.1	0.1

Table 2. The recognition results of seven methods among algorithm 1

表 2. 算例 1 中七种方法的识别结果

方法 \ 结果	Dempster	PCR1	PCR2	PCR3	PCR4	PCR5	PCR6
$m(A)$	0	0.4455	0.4455	0.47864	0.47864	0.486	0.486
$m(B)$	0	0.4455	0.4455	0.47864	0.47864	0.486	0.486
$m(C)$	1	0.1090	0.1090	0.04272	0.04272	0.028	0.028

从表 2 中的结果可以看出, Dempster 合成规则得出了与直觉相悖的结果。冲突的产生与 A 、 B 、 C 均有关系,也就是识别框架中所有命题都与冲突有关, $\frac{c_{12}(X)}{d_{12}}$ 等于 $\frac{c_{12}(X)}{e_{12}}$, 所以 PCR1 规则与 PCR2 规则得

到相同的结果。PCR3 的分派比例 $\frac{c_{12}(X)}{c_{12}(X) + c_{12}(Y)}$ 与

PCR4 的分派比例 $\frac{m_\cap(X)}{m_\cap(X) + m_\cap(Y)}$ 相等, PCR3 规则

和 PCR4 规则得到相同的结果。当两条证据时 PCR6 规则退化成 PCR5 规则, PCR6 规则和 PCR5 规则得到相同的结果。

4.2 算例 2—低冲突证据

假设识别系统中有 2 个传感器,空中目标有 $\{A, B, C\}$ 三个型别,在某时刻获得的基本概率赋值函数(bba)如表 3 所示。表 4 中显示的是目标识别出来的结果。

Table 3. The basic probability assignment function of low-conflict evidence
表 3. 低冲突证据的基本概率赋值函数

目标类型 \ bba	m_1	m_2
A	0.6	0.4
B	0.3	0.4
C	0.1	0.2

Table 4. The recognition results of seven methods among algorithm 2
表 4. 算例 2 中七种方法的识别结果

方法 \ 结果	Dempster	PCR1	PCR2	PCR3	PCR4	PCR5	PCR6
$m(A)$	0.63158	0.550	0.550	0.57484	0.62769	0.57457	0.57457
$m(B)$	0.31579	0.337	0.337	0.33824	0.32572	0.33543	0.33543
$m(C)$	0.05263	0.113	0.113	0.08692	0.04659	0.09000	0.09000

从表 4 中的结果可以看出，当处理低冲突时，PCR4 规则和 Dempster 合成规则有更好的效果，但与其他方法得到的结果相差不大。PCR 系列规则对于处理低冲突证据也都能得到比较理想的结果。

通过上面的算例分析可以看出，PCR 规则是将冲突信度按照某种比例加到合成信度上，从而更有效的利用证据。在比例冲突再分配系列方法中，PCR1、PCR2 规则是对全局冲突信度进行重分配，而 PCR3-PCR6 规则是对部分冲突进行重分配。考虑重分配的比例时，PCR1-PCR3 规则是考虑不同信源对一命题的信度和，PCR4、PCR5 规则是考虑合成规则的结果，PCR6 规则是考虑部分冲突的各项。从 PCR1-PCR6 规则，规则的复杂度和对冲突进行重分配的精确度逐渐升高。除了 PCR1 规则，所有的规则都保持了空信度的合成后对结果的中立影响。所有的规则都可以在 DSm 理论和 D-S 理论中使用。PCR6 规则是目前最有效的规则，它不仅能得到很好的合成结果，而且在计算量上比 PCR5 规则有优势，因此也开始用于实际工程。

5 结束语

在目标识别中，比例冲突再分配方法对于高冲突证据下的识别是有效和可行的，随着方法的不断改进，PCR6 规则在处理大量证据的合成时比 PCR5 规则在计算量上有优势，更适应实时性系统的要求。可见，

比例冲突再分配方法有着很好的发展空间和广阔应用领域。但是，PCR6 规则在在处理大量证据的合成时计算量还是比较大，是下一步研究和改进的方向。

致谢

感谢 Jean Dezert 先生和 Florentin Smarandache 先生在 DSmT 和 PCR 理论上所做的开创性工作。

References (参考文献)

- [1] Zedeh L A. Review of Shafer's "A mathematical theory of evidence"[J]. AI Magazine, 1984, 5(3): 81-83.
- [2] Yin Huilin, Wang Lei. A Review of Modification Methods of D-S Evidence Theory[J]. Computer Engineering and Applications, 2005, 41(27): 22-24.
尹慧琳,王磊. D-S 证据推理改进方法综述[J]. 计算机工程与应用. 2005, 41(27):22-24.
- [3] Dezert J. Foundations for a new theory of Plausible and Paradoxical reasoning [J]. Information and Security Journal, 2002, 12(1): 26-30.
- [4] Smarandache F, Dezert J. An introduction to DSm Theory of Plausible, Paradoxist, Uncertain, and Imprecise Reasoning for Information Fusion[J]. Octagon Mathematical Magazine, 2007, 15(2): 681-722.
- [5] Smarandache F,Dezert J. Proportional Conflict Redistribution for Information Fusion[A].in: Smarandache, F., Dezert, J. (Eds.), Advances and Applications of DSmT for Information Fusion(Collected Works Vol.II). American Research Press, Rehoboth, 2006,3-66.
- [6] Smarandache F, Dezert J. Information Fusion Based on New Proportional Conflict Redistribution Rules[A]. Information Fusion, 2005 8th International Conference on [C], Philadelphia, PA, USA, 2005,2: 25-28.
- [7] Smarandache F,Dezert J. A simple Proportional Conflict Redistribution Rule[J].International Journal of Applied Mathematics and Statistic,2005,3(5): 1-36.
- [8] Li Xinde, Huang Xinhuan, Jean Dezert. Research and SLAM Application of Information Fusion Theory Based on ESMS Filter[J]. Computer Science, 2006, 33(12): 117-121.
李新德,黄心汉, Jean Dezert. 基于 ESMS 过滤器的信息融合理论及应用[J]. 计算机科学. 2006, 33(12): 117-121.
- [9] Martin A, Osswald C. A new generalization of the proportional conflict redistribution rule stable in terms of decision. in: Smarandache, F., Dezert, J. (Eds.), Advances and Applications of DSmT for Information Fusion(Collected Works Vol. II). American Research Press, Rehoboth, 2006,69-88.
- [10] Dambreville F. Modeling evidence fusion rules by means of referee functions[A]. Information Fusion, 2009. FUSION '09. 12th International Conference on [C]. Seattle, USA, 2009: 1226-1233.
- [11] Norden W, Bolderheij F, Jonker C. Combining System and User Belief on Classification Using the DSmT Combination Rule[A]. Information Fusion, 2008 11th International Conference on [C]. Cologne, Germany, 2008:1-8.
- [12] Martin A, Osswald C. Generalization proportional conflict redistribution rule applied to Sonar imagery and Radar targets Classification[A]. in: Smarandache, F, Dezert, J. (Eds.), Advances and Applications of DSmT for Information Fusion(Collected Works Vol. II). American Research Press, Rehoboth, 2006, 89-304.