

The Basic Architecture of Grey System Theory

Qiaoxing Li^{1,2}, Yi Lin³

¹School of Management, Lanzhou University, Lanzhou, China

²School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou, China

³Department of Mathematics, Slippery Rock University, Slippery Rock, PA, USA

Email: liqiaoxing@eyou.com; liqx@lzu.edu.cn

Abstract: The grey system theory has been taken sharp as a practically applicable subject matter in the past twenty plus years. However, as an actively developing area of science, many issues and details still need to be investigated. We discuss the research objects, purposes and approaches of grey system theory, and look at the architecture of the theory, and then elaborate on every content. On the basis of the basic viewpoints of epistemology of the dialectical materialism, we discuss the philosophical foundation, and revisit the contents of the fundamental principles proposed by Deng Julong, the founder of the theory, and then present the material system of grey mathematics. We also summarize the various research approaches of grey theory, and forecast the forthcoming research areas of grey engineering. At last, the future research points of grey theory are pointed out.

Keywords: grey system theory; poor information; research object; research purpose; research approach; theoretical system

灰色系统理论基本体系研究

李桥兴^{1,2}, 林 益³

¹兰州大学管理学院, 兰州, 中国, 730000

²华南理工大学工商管理学院, 广州, 中国, 510641

³ Department of Mathematics, Slippery Rock University, Slippery Rock, PA, USA 16057

Email: liqiaoxing@eyou.com, liqx@lzu.edu.cn

摘 要: 经过二十多年的发展, 灰色系统理论已成为一门初具规模的应用型学科, 但是很多课题还需要深入研究。本文首先论述了灰色系统理论的研究对象、研究目的和研究方法并探讨该学科的内容体系, 然后对每一部分内容做了简单陈述。根据辩证唯物主义认识论的基本观点探讨了灰色系统理论的哲学基础, 并重新阐述了邓聚龙教授提出的基本原理; 根据灰色哲学的基本原理探讨了灰色数学的内容体系; 对灰色系统理论的研究方法做了简单概括; 提出灰色系统工程的研究领域; 最后概括了灰色系统理论的未来研究方向。

关键词: 灰色系统理论; 贫信息; 研究对象; 研究目的; 研究方法; 理论体系

1 引言

灰色系统理论是中国学者邓聚龙教授在 1982 年提出的一门新学科, 致力于研究少数据、贫信息不确定性问题^[1]。由于系统的复杂性, 人们得到的有关研究对象的信息总是不完全的, 因而贫信息不确定性系统普遍存在, 也决定了这一新理论十分广阔的发展前景。经过二十多年的发展, 灰色系统理论已经初步建

立起学科的理论体系和结构, 在众多领域得到较成功的应用, 赢得国际、国内学术界的广泛肯定和关注。中国、英国、美国、德国、日本、澳大利亚、加拿大、俄罗斯、台湾、香港等国家和地区众多学者从事灰色系统理论研究。1989 年在英国创办的英文版国际学术刊物 *The Journal of Grey System* 已成为《美国数学评论》(MR)、《德国数学文摘》(MA)、美国科学引文索引数据库(SCI)重要国际文摘机构的收录刊源。台湾的英文版期刊 *Journal of Grey System* 也得到国内外学者的密切关注和热心支持。国际上有 1000 余种学

资助项目: 兰州大学中央高校基本科研业务费专项资金 (No.09LZUJBWZY014) 和中国博士后科学基金特别资助项目 (200902321)

术期刊接受和刊登灰色系统论文, 如 *Applied Mathematical Modelling*、*European Journal of Operational Research* 和 *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 等。美国计算机学会会刊、台湾《模糊数学通讯》、系统与控制国际杂志 *Kybernetes* (SCI 刊源) 等出版了灰色系统专辑。世界上有 100 多所大学如华中科技大学、南京航空航天大学、美国马里兰大学、日本丰桥大学、维也纳经济大学、法国宇航中心、台湾中央大学等知名高校或开设灰色系统理论课程, 或招收和培养灰色系统专业方向的博士、硕士研究生。国内外著名出版机构如科学出版社、台湾全华科技图书出版社、日本理工出版会、美国 IIGSS 学术出版社、德国 Springer-Verlag 出版社等出版灰色系统学术著作 100 余种。各专业领域的专家学者结合灰色系统理论提出了一批新兴边缘学科如灰色水文学、灰色投入产出分析、灰色复杂网络和灰色可拓分析等。国家及各省、市科学基金积极资助灰色系统研究。中国国家科技部编撰出版的《中国科学技术兰皮书(第 8 号)》把灰色系统理论作为中国学者创立的软科学新方法加以肯定。许多重要国际会议如不确定性系统建模国际会议、系统预测控制国际会议、国际一般系统研究会年会、系统与控制世界组织年会、计算机与工业工程国际会议等把灰色系统理论列为讨论专题。2007 年南京航空航天大学成功举办首届灰色系统国际会议, 为灰色系统理论发展发挥积极的作用。

然而, 灰色系统理论作为一门新兴学科在发展中遇到了很多难题, 包括灰概念及灰色系统理论基本原理的内涵及确切阐述; 灰色运算体系的构造和灰色模型的建模机理等^[2]。另外, 有关灰预测和灰决策等内容只采用白化计算技术, 而白化计算是一种近似计算, 不能完全体现灰色系统理论的独有特征。本文根据辩证唯物主义认识论的基本观点阐述灰色系统理论的研究对象、研究目的和研究方法并探讨了该学科内容的基本体系。

2 灰理论的学科条件及内容体系

中国科学院科技政策与管理研究所徐伟宣研究员曾经指出: 新学科必须同时具备三个基本条件, 即研究对象、研究目的和研究方法等。作者认为灰色系统理论作为一门新学科的三个基本条件如下:

(1) 研究对象: 灰色系统理论的研究对象是具有贫信息特征的客观事物内涵的认知问题。由于世界万物

是相互联系的, 认知事物的内涵需要把该事物置于某个系统之中。系统的功能是提供认知客观事物内涵的有关信息。信息是认知的基础和手段。由于系统的复杂性和信息技术的局限性, 人们在客观事物内涵的认知过程中所获取的信息是不充分的或不完全的, 即贫信息。贫信息导致客观事物内涵认知的不确定性, 使人们不足以实现对客观事物内涵的完全认知。事物内涵不依赖于人们的认知能力而客观存在。由于数据是信息的一种但不是唯一的纪录形式。数据量不是认知问题所需信息含量的充分必要条件。因此, 研究对象应去掉“少数据”这个前提条件而只使用“贫信息”。

(2) 研究目的: 灰色系统理论的研究目的是通过收集有关研究对象的信息并进行处理, 实现对客观事物内涵的相对认知, 并利用相对认知达到对系统进行分析和控制等目的。由于贫信息条件下不能实现事物内涵的完全认知, 因此, 人们只能实现研究对象的相对认知。相对认知即客观事物内涵处在所获取的认知范围之内。要实现客观事物内涵的相对认知, 就需要尽可能地收集能正确反映认知对象特征的信息。所以, 灰色系统理论研究的主要目的就是信息的收集和处理, 以期达到对客观事物内涵的相对认知。

(3) 研究方法: 根据研究对象和研究目的, 人们可以确定灰色系统理论的研究方法就是收集和处理能客观反映事物内涵的信息的方法。由于贫信息作用, 人们只能实现客观事物内涵在满足一定精度条件的近似认知。所谓近似认知就是对认知问题的表述或反映非常接近事物的内涵。在灰色系统理论中, 近似认知就是白化的表述或反映。由于近似认知已经基本满足人们对客观事物内涵认知的需要, 因此, 目前已经取得的白化处理技术的方法体系也自然成为灰色系统理论的研究方法体系之内。经过多种信息处理技术, 人们可以找到客观事物内涵的若干近似认知, 并且这些近似认知组成的范围能够包含客观事物的内涵, 从而实现客观事物内涵的相对认知。综合之, 灰色系统理论的研究方法包括两大部分: 一是信息的收集与处理方法体系, 二是白化处理方法体系。信息的收集和处理是定性的、宏观的; 白化处理技术是定量的、微观的。前者包含了后者且相互渗透。后者是前者的独特表现形式, 属于数据信息的处理。因此白化方法体系最后还要归于信息收集和处理的方法体系之内。白化处理技术成为灰色系统理论的信息处理方法体系的独特内容。当前取得的有关灰色系统理论的白化处理方

法主要包括灰分析、灰建模、灰预测、灰决策、灰控制和灰评估等^[3]。

根据以上指出的三个基本条件，可以把灰色系统理论的主要内容重新概括为：

(1) 灰色哲学基础。哲学基础是学科的思想之源。灰色哲学主要由公理体系和基本原理组成。

(2) 灰色数学基础。数学基础是学科的奠基石。一门学科如果没有完善的数学基础，就不能称之为科学。灰色数学基于灰色朦胧集并体现辩证思维和形式逻辑的运算体系，是一种全局性近似计算形式。

(3) 灰色方法体系。灰理论的研究方法体系包括信息的收集和处理方法体系和白化处理方法体系。

(4) 灰色系统工程。根据灰理论的基本原理、运算法则和方法体系，结合其他专业领域知识而提出的边缘学科统称为灰色系统工程。目前取得的灰色系统工程研究成果主要有灰色水文学、灰色投入产出分析、灰色复杂网络和灰色可拓方法等。这些学科根据灰色系统理论的基本原理和方法提出了在贫信息条件下获取研究对象相对认知的比较系统的概念和方法体系，实现对研究对象所处的系统进行分析与控制的目的。

3 灰理论哲学基础初步探讨

一门学科要真正地成为一门科学，应该具备完善的哲学体系和运算体系，也就是学科的哲学基础和数学基础。提出和完善灰色哲学基础对确立灰色系统理论作为一门学科具有重要的意义。

邓聚龙教授曾提出了灰色系统理论的九个基本原理即默承认原理、默否认原理、差异信息原理、信息认知原理、白化原理、解的非唯一性原理、新信息优先原理、最少信息原理和灰性不灭原理等并得到若干性质^[3]。这些原理和性质一起构成了灰色系统理论的哲学部分。本节根据辩证唯物主义认识论的基本观点提出灰色系统理论的公理体系。

(1) 客观事物内涵的唯一性。

辩证唯物主义认为，真理的根本属性是客观性，真理的内容也是客观的。同时真理是具体的，也是一元的，即在同一时间、地点和条件下，人们对同一事物的真理性认识只能有一个。内涵反映事物的某个本质部分，也是客观存在的。人们对客观事物内涵的探索过程构成一个认知问题。灰色系统理论的研究对象是客观事物内涵的认知问题，即为了找到客观事物在特定条件下的内涵。根据真理的一元性，客观事物的

内涵也是一元的，即完全认知的唯一性。

(2) 客观事物内涵的相对性。

辩证唯物主义还认为，真理是绝对性和相对性的统一。真理的绝对性即客观性，是不依赖于人的意志而独立存在的。真理的相对性即正确认识的有限性，表现在三个方面：一是从广度上说，任何真理都只是—定范围的正确认识；二是从深度上说，任何真理都只是对客观事物和规律的近似的正确认识而有待深化；三是从进程上说，任何真理都只是对事物发展的—定阶段的正确认识而有待发展。因此，客观事物的内涵是相对的。人们只能通过正确的调查手段来获取反映客观事物内涵的信息并进行处理，从而实现事物内涵的相对认知。

(3) 信息客观存在，是共性和个性的统一。

信息是现代科学中与物质、能量相并立的一类客观实在。一个系统由物质、能量和信息等构成。信息有广义和狭义两种理解。灰色系统理论涉及的信息是广义的信息。广义的信息有两个基本意义：从物质论上，信息是事物运动的状态和方式；从认识论上，信息则是事物运动的状态和方式的某种表述或反映，是观察者所观察或感受到的物质运动的状态和方式^[4]。消息、信号、数据、情报、知识等都是信息的纪录形式但不能等同于信息。同时信息也是共性和个性的统一体。信息的共性，是指信息是无差别的。相同的信息对于这个事物的某个内涵来说是信息，对于另外一个事物的同一个内涵（或同一事物的不同内涵或不同事物的不同内涵）而言也是信息。信息的个性是指对于特定事物的特定内涵来说信息具有特殊的效用。同一信息对于不同的事物内涵具有的效用不同，对同一观察者在不同状态下的效用也是不一样的。

以上三个公理一起构成了灰色系统理论的公理体系。在这个公理体系之下，可以推导出以下几个基本原理：

(1) 默承认原理。

若没有理由认为命题 A 不成立，则默认 A 成立。

默承认原理是三个公理共同作用的结果。命题是对一个认知问题的判断语句，包括认知对象及其特征等要素。默否认原理和默承认原理是对立的。在一定的贫信息条件下，默承认和默否认二者只居其一。默否认原理的舍弃可以精炼原理的内容。

默承认原理也可以简称默认原理。

(2) 差异信息原理。

不同信息必有差异，同一信息从不同角度分析也有差异；差异也是信息。

差异信息原理是第三个公理的具体体现。这个原理告诉人们应尽可能收集能正确反映事物内涵的不同信息，同时对收集到的信息尽可能使用不同的信息处理手段以获取新信息。

(3) 信息认知原理。

认知以信息为根据，凡认知必有根据。

信息认知原理是后面两个公理共同作用的结果。认知的根据是信息。通过对信息的加工和处理，可以实现对某个命题的有效判断而得到事物内涵的近似或相对认知。邓聚龙教授提出的白化原理和解的非唯一性原理也都是后面两个公理共同作用的结果，同时也是默认原理和信息认知原理共同作用的结果。由于白化技术不是灰色系统理论的研究目的而只是一种处理方法，同时白化解也是解的非唯一性的一种反映，因此灰哲学可舍弃白化原理和解的非唯一性原理。

(4) 新信息优先原理。

新信息在信息处理上具有优先性。

新信息相对于旧信息而言，是指信息的收集时间具有滞后性。一般来说，新信息对人们认知客观事物的内涵具有更多效用，可以降低相对认知的不稳定性。

(5) 信息处理的不确定性原理

信息处理可以提高或降低认知精度。

对原始信息的加工和处理，可以得到认知事物内涵的新信息。这种加工信息既可以实现对客观事物内涵的近似表述或反映，也能够使这种表述或反映更偏离事物的内涵。

(6) 灰性不灭原理。

人类的认知为灰。

这是由认知的相对性决定的。灰色系统理论的研究对象是具有贫信息特征的客观事物内涵的认知问题。贫信息是系统的基本特性，是由系统的复杂性决定的。贫信息导致了认知的相对性。认知的相对性即是灰认知。

4 灰理论数学基础的初步探讨

灰色数学是在灰色哲学的指导下，结合经典数学的形式逻辑推理准则，在辩证思维和形式逻辑体系下构建的运算体系。灰色朦胧集是灰色系统理论的集合论基础。灰色数学是在灰色朦胧集基础上建立的运算体系^[3,5]。由于灰色数学是灰色哲学和经典数学的完美

结合，是辩证思维和形式逻辑的统一体，意味着只要经典数学所涉及的内容，都可以成为灰色数学的研究课题。灰色数学基础的研究内容包括灰色集合论、灰色代数、灰色数学分析和灰色几何等。灰色数学是一种整体性近似计算，属于相对认知的范畴。客观事物内涵的唯一性对应于灰色数学中的灰数，就是它的真实值是唯一的。由于在贫信息条件下不能实现完全认知，因此称为唯一潜真值。当事物达到完全认知时，灰色数学就退化为经典数学。由于灰色数学具备形式逻辑的特点，是近似计算数学的范畴，因此灰色数学与经典数学在运算形式上是一致的，即除了具有加、减、乘、除等基本运算形式之外，还有极限、微分和积分等运算形式。另外，灰色数学具有的辩证思维特征使之还具有自身特色的运算法则和独特的运算形式。灰色数学的运算主要包括四种形式：灰运算、覆盖运算、白化运算和唯一潜真运算等，其中灰运算和唯一潜真运算是实质，是内涵的运算；覆盖运算和白化运算是形式，是外延的运算。覆盖运算是整体性近似计算；白化运算是经典数学意义上的确定性形式的近似计算。灰运算和覆盖运算是辩证思维和形式逻辑的有机统一，是灰色数学独具特色的运算体系。在灰色数学中，重要的问题就是要解决灰运算和覆盖运算。灰运算是具有不确定性特征的定量运算，需要进行定性分析；覆盖运算是在灰运算基础上具有演化特征的运算形式。二者不能脱离信息的收集和处理这个环节。

目前有关灰色数学基础研究取得的成果不多。邓聚龙教授在文[3]中提出灰色集合论基础，给出灰色朦胧集的定义并探讨了灰数的基本运算即灰运算和覆盖运算。文[5-7]进一步探讨了灰色朦胧集的构造，初步建立起灰色代数的框架体系。

尽管灰色数学的研究成果有限，但学术界对“灰数”的直观理解基本一致，即灰数是只知道大概取值范围，不知道确切数值的一个实数。这个由贫信息导致认知不确定的实数是客观存在的，其数值被称为唯一潜真值；获得的取值范围即相对认知称为灰数的数值覆盖^[5]。数值覆盖是一个实数集。在这个集合内的每一个实数都是满足一定精度条件的近似值，称为白化数。灰色数学的运算体系中有一条基本的运算法则即 $\otimes - \otimes = 0$ ，其中 \otimes 表示灰数。这个运算规则是建立在灰色朦胧集的基础上，经过定性分析和定量计算得到了运算定律，符合辩证思维规律和形式逻辑推理准则，是灰色数学运算体系中最基础的运算。另外，根

据公理“信息是共性和个性的统一”，文[5-7]得到另一条基本定理即 $\otimes_1 = \otimes_2 \Leftrightarrow d_1^\circ = d_2^\circ$ ，其中 \otimes_1 和 \otimes_2 是灰数， d_1° 和 d_2° 分别为两个灰数的唯一潜真值。读者可在文献[5-9]中系统理解灰色数学相关成果。

5 灰理论方法体系的初步探讨

完善的应用型学科除了具备较完备的哲学和数学基础之外，还应提出能解决实际问题的方法体系。结合前面阐述的灰哲学和灰数学内容，可以概括灰色系统理论的方法体系主要包含以下内容：

(1) 信息的收集和处理方法。在考察研究对象之前，首先要根据对象所处的系统进行信息的收集并进行处理。信息处理即信息加工，是有目的地对信息进行变换、整理、组织和加工的过程。在信息处理的过程中，可以改变信息的载体，也可以不改变信息载体而只改变信息的形式^[4]。信息的收集和处理是定性分析和定量处理的过程。通过信息加工，可以把不易识别的信息以一种明显的易于认识和有用的形式表现出来，使人们达到认知客观事物内涵的目的。目前，有关信息科学的研究内容很多，涉及的研究领域也很多。但是，各个学科对信息研究的目的不同。灰色系统理论对信息收集和处理的目的是为了获取客观事物内涵的相对认知。根据信息处理的结果得到研究对象的相对认知称为事物内涵的一个覆盖。由于灰色系统理论与信息的关系密不可分，研究和开发信息的收集和处理方法必将为信息科学带来重要的发展契机。灰色系统理论也可以借鉴信息科学的成果，发展独具特色的灰色系统理论信息观。目前在灰色系统理论的领域内取得的有关信息处理的研究成果主要有该理论的创始人邓聚龙教授和福州大学张歧山等学者。

(2) 白化处理技术方法体系。白化处理技术是针对特定的信息载体即数据进行加工处理的过程。在满足一定的认知精度条件下取得的关于事物内涵的近似认知称为内涵的外延。这种近似认知符合灰色系统理论的第二个公理内容即客观事物内涵的相对性。因此白化处理方法是可取的。灰色系统理论自提出二十多年来，在白化处理技术方法上获得了较丰富的成果，形成了独特的方法体系。白化处理方法的内容主要包括灰序列生成方法体系、灰关联分析体系、灰色模型体系、灰色评估方法体系以及灰预测和灰决策等^[3]。南京航空航天大学刘思峰和武汉理工大学肖新平等学者在白化方法领域取得较丰富的成果。但是白化处理

的结果只是接近事物内涵的一个近似值。灰色系统理论的研究目的是获取客观事物内涵的相对认知即包含事物内涵的一个覆盖，因此根据信息的差异原理，利用不同的白化结果（也是一种信息），再通过信息处理获取包含事物内涵的覆盖。

6 灰色系统工程

基于上面的分析，我们把其它领域的专业知识与灰色系统理论的基本原理和方法相结合所产生的边缘学科统称为灰色系统工程，如根据灰色系统理论基本原理和方法研究贫信息条件下水文的现象和规律，形成水文学特有的概念和方法体系，称之为灰色水文学。当前有关灰色系统工程研究取得的成果主要有：灰色投入产出分析^[8-9]、灰色水文学^[10-11]和灰色可拓学^[12]等。由于系统复杂性经常导致信息的不完全、不充分，因此贫信息现象在复杂系统中总是存在的，即贫信息是绝对的，完全信息是相对的。所有研究复杂系统的专业领域，都可以找到灰色系统理论的用武之地。灰色系统理论作为一门应用学科的前景非常广阔。灰色系统工程涉及的领域将非常宽广。

7 灰理论的研究要点

灰色系统理论作为一门新兴的应用型学科，还有很多工作需要进一步探讨。当前取得的成果也还是初步的。基于前文阐述，使灰色系统理论成为一门较成熟的科学体系，需要做好以下几个方面的研究工作：

(1) 灰色哲学基础的研究。灰哲学的主要研究方向有：对灰色公理体系更深入地阐述；对灰色系统理论基本原理和性质的进一步研究；对认知规律的探索；灰色信息观等。

(2) 灰色数学基础研究。主要内容有：灰色集合论的探讨，包括灰色朦胧集的构造、性质研究、集合运算等；灰色代数包括灰色数论、灰色函数论、灰色矩阵论、灰色行列式理论等的灰运算规则和覆盖运算的形式；灰色数学分析探讨和灰色几何学创建等。另外灰色数学与其它不确定数学分支的比较分析也是一个重要的研究内容。

(3) 信息的收集和处理方法及白化处理方法体系研究。信息是灰色系统理论的灵魂，贯穿于认知问题的整个过程。信息的收集和处理技术对于灰色系统理论方法体系的完善具有不可或缺的作用。尽管白化处理方法的研究成果最多，但是由于信息的收集和处理

技术没有贯穿到最后过程，以至于无法得到包含事物内涵的覆盖。今后在具体问题的研究中应尽量避免出现这类问题。另外关于白化处理方法的机理研究也可以从信息处理的角度得到满意的答案。

(4) 灰色系统工程研究。在进一步深化已经取得的有关灰色系统工程的研究成果之外，应积极拓展灰色系统理论在其它领域的运用。

8 结束语

本文探讨了灰色系统理论的研究对象、研究目标和研究方法，提出并分别阐述了学科的内容体系，指出进一步研究的方向和要点。要使灰色系统理论成为一门完善的应用型学科，让国际学术界真正理解和自觉应用灰色系统理论的原理和方法去解决实际问题，还需要更多的学者投入研究，也需要更长的时间接受考验。

致 谢

本文是在由北京高等科学技术中心资助的第十六届全国灰色系统学术研讨会（2008年4月）文稿的基础上修改而成。

References (参考文献)

- [1] DENG Julong, The Control Problems of Grey Systems[J], Systems and Control Letters, 1982, (5): 288- 294.
- [2] LIU Sifeng, Emergence and Development of Grey System Theory and Its Forward Trends[J], Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004, 36(2):267-272 刘思峰.灰色系统理论产生与发展[J], 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2004, 36(2): 267- 272.
- [3] DENG Julong, Elements on Grey Theory, Huazhong University of Science and Technology Press, Wuchang, 2002. 邓聚龙.灰理论基础[M].武昌:华中科技大学出版社, 2002.
- [4] WANG Xiaoyan, Conspectus to Philosophy and Science[M], South China University of Technology Press, Guangzhou, 2007. 王小燕.哲学与科学概论[M].广州:华南理工大学出版社, 2007.
- [5] LI Qiaoxing, Research on the Grey Input-output Analysis and the Extensive Adjustment of Direct Consumption Coefficient[D], Ph.D. Thesis of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 2007. 李桥兴.灰色投入产出分析及直接消耗系数可拓调整研究[D].南京,南京航空航天大学博士学位论文, 2007.
- [6] LI Qiaoxing, LIU Sifeng, The Foundation of the Grey Matrix and the Grey Input-output Analysis[J], Applied Mathematical Modelling, 2008, 32(3): 267- 291.
- [7] LI Qiaoxing, LIU Sifeng, Some Results about Grey Mathematics[J], Kybernetes, 2009, (3/4): 297- 305.
- [8] LI Qiaoxing, The Cover Solution of Grey Linear Programming[J], The Journal of Grey System, 2007, (4): 309- 320.
- [9] LI Qiaoxing, The Grey Dynamic Input-output Analysis[J], Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2009, (359): 514- 526.
- [10] XIA Jun, Identification of a Grey Parameter Model and Its Application to Hydrological Mid-long Term Forecasting[J], Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1994, 22(1): 55-60. 夏军.一类灰参数模型识别及其在水文预报中的应用[J], 华中理工大学学报, 1994, 22(1):55-60.
- [11] ZHANG Wensheng, WANG Yintang, Application of the Time Series Decomposable Model in Medium and Long-term Hydrologic forecasting, Hydrology, 2001, 21(1):21-24. 张闻胜,王银堂.时间序列分解模型在水文要素中长期预报中的运用[J], 水文, 2001, 21(1): 21- 24.
- [12] Qiaoxing Li, The grey extensible set[J], Proceedings of International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2008.