

# Microwave Reflective Behavior of Gradually Conductive Slabs

Zhao-yang Zeng, Heng Liu, Xu-liang Lü

Camouflage Teaching Group, Engineering Institute of Engineer Corps, PLA Univ. of Sci. & Tech., Nanjing, 210007, China

Email: zengzy1212@hotmail.com

**Abstract:** For the purpose of analyzing the microwave absorbing potentiality of conductive material, numerical calculations are carried out to investigate the microwave transport property of multi-layer conductive slabs. The dependence of the sample reflectivity on thickness and conductivity of different layers are obtained and discussed. Also discussed is the dependence of sample reflectivity on microwave frequency. It is concluded that gradual conductivity can not effectively improve the microwave absorbing ability of conductive slabs, which means gradual conductivity design is not an ideal way for new microwave absorbing research.

**Keywords:** microwave absorbing; conductive slab; gradual conductivity

## 梯度导电材料的微波反射特性

曾朝阳, 刘珩, 吕绪良

解放军理工大学工程兵工程学院伪装工程教研室, 南京, 210007

Email: zengzy1212@hotmail.com

**摘要:**为探讨导电材料的微波吸收潜力,对梯度导电材料的微波传输行为进行了数值计算和分析。数值计算针对多层平板样品进行,分析内容是样品的电导梯度结构与其微波反射率的关系,包括样品中各层的电导率与厚度对整个样品微波反射率的影响,也包括微波频率对样品反射率的影响。结果表明,对平板样品而言,电导率的梯度设计并不能够有效降低样品的微波反射,这意味着通过梯度结构实现导电材料的微波低反射和高吸收的设想是不现实的,薄型微波吸收材料的研究必须寻求其他的技术途径。

**关键字:** 梯度材料; 微波吸收; 电导材料

### 1、引言

依据麦克斯韦波动方程,可知电导损耗、介电损耗和磁损耗是微波吸收的三种基本机制。在波动方程中,如果将电导率作为介电常数的虚部,可以写成

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - i \frac{\sigma}{\omega} \quad (1)$$

其中,  $\sigma$ 、 $\omega$  分别是材料的电导率和微波的圆频率。这意味着即使分析的材料是电导材料,也可以等同成一定的电介质材料来处理,只要把电导率换算成相应的介电常数即可,这就是所谓的有耗介质模型<sup>[1-2]</sup>。在各种微波吸收材料中,电导材料有非常特殊的地位,这一点可以从微波在材料中的传播常数进行判断。传播常数  $k$  为

$$k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} = \omega \sqrt{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \left( \varepsilon_r - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right)} \quad (2)$$

等式中,  $\mu_r$ 、 $\varepsilon_r$  分别是相对磁导率和相对介电常数。由于传播常数的虚部对应于微波在材料中的衰减系数,因此介电常数的虚部、磁导率的虚部以及电导率都可以引起微波的衰减。所不同的是这三种参数的变化范围,尽管经过了多年的研究,目前各种微波吸收材料的磁导率和介电常数的取值仍然无法显著增加,尤其是这些参数的虚部<sup>[3-4]</sup>。而这正是当前薄型吸波材料研究进展迟缓的根本原因。不过,电导率的变化范围却大得多,在  $10^{-20} \sim 10^8$  S/m 范围内可以轻易变化。即便是  $\sigma = 180$  S/m 的导电材料,其所对应的相对介电常数虚部值就高达 180。这意味着电导损耗是高效的微波衰减机制,正因为如此,目前在新型防雷

Supported by the Key Lab of Jiangsu Province on inorganic matter and its composite materials, No.Wjjqfhxc1200705

达遮障的研究中, 电导材料总是特别地受到重视<sup>[5, 6]</sup>。不过, 高的电导损耗总是与高的界面反射并存, 所有电导样品并不能够直接成为有效的微波吸收材料, 除非有办法降低其表面反射。在各种降低表面反射的设想中, 梯度电导最为人们所熟悉。不过, 到目前为止, 还没有利用梯度电导材料实现高效率微波吸收的报道。本文的目的在于, 借助于有耗介质模型分析梯度电导材料的微波传输行为, 说明其在防雷达伪装中的应用潜力。

## 2、多层平板样品微波反射率的计算方法

在多层平板样品中, 赋予不同层以不同的电导率, 就能够得到电导梯度材料样品。多层阻抗渐进型结构的思想是在电磁波入射方向上使电导率逐渐增加, 从而增加进入高电导率衰减层的入射波, 起到增大衰减的效果, 其结构示意图如图 1 所示。

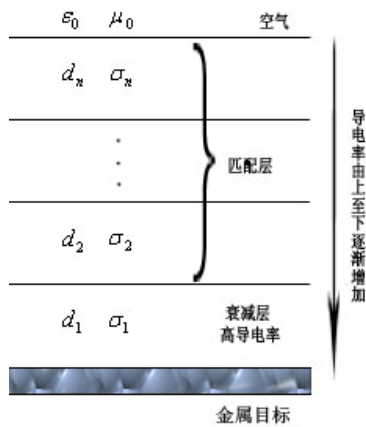


Fig.1 The structure of gradual conductivity sample.  
图 1 梯度电导样品结构

以均匀平面波为入射波, 讨论第  $m$  层和第  $m-1$  层交界面上的电磁波入射问题。如图 2,  $xy$  坐标平面与分界面重合,  $z$  轴与分界面垂直, 电场垂直于入射面, 第  $m$  层中入射波与反射波的合成电场可由  $E_m = E_{my} e_y$  表示。

令  $E_m^+$  和  $E_m^-$  分别为入射波电场和反射波电场振幅, 略去时间因子  $\exp(i\omega t)$ , 则  $E_{my}$  可表示为:

$$E_{my} = E_m^+ a - E_m^- b \quad (3)$$

式中:  $a = \exp[ik_m(x \sin \theta_m + z \cos \theta_m)]$ ;

$$k_m = \omega(\mu_0 \mu_m \epsilon_0 \epsilon_m)^{1/2};$$

$$b = \exp[-ik_m(x \sin \theta_m - z \cos \theta_m)].$$

由麦克斯韦方程可知

$\nabla \times E_m = -i\omega \mu_0 \mu_m H_i$ , 将式 (3) 代入上式并简化可得合成磁场的两个分量为

$$H_{mx} = (1/\eta_i)(-\cos \theta_m E_m^+ a + \cos \theta_m E_m^- b) \quad (4)$$

$$H_{mz} = (1/\eta_i)(\sin \theta_m E_m^+ a + \sin \theta_m E_m^- b) \quad (5)$$

式中:  $\eta_i = [\mu_0 \mu_m / \epsilon_0 \epsilon_m]^{1/2}$  为第  $m$  层的特征阻抗。

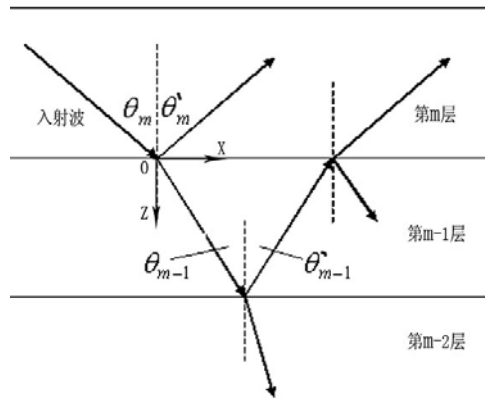


Fig.2 Microwave reflection and transmission in multi-layer samples.

图 2 多层材料中微波的散射和透射

同理可得第  $m-1$  层中合成电场和合成磁场的分量分别为:

$$E_{(m-1)y} = E_{m-1}^+ c + E_{m-1}^- d \quad (6)$$

$$H_{(m-1)x} = (1/\eta_{m-1})(-\cos \theta_{m-1} E_{m-1}^+ c + \cos \theta_{m-1} E_{m-1}^- d) \quad (7)$$

$$H_{(m-1)z} = (1/\eta_{m-1})(\sin \theta_{m-1} E_{m-1}^+ c + \sin \theta_{m-1} E_{m-1}^- d) \quad (8)$$

式中:  $c = \exp\{ik_{m-1}[x \sin \theta_{m-1} + (z - d_{m-1}) \cos \theta_{m-1}]\}$ ;

$$d = \exp\{ik_{m-1}[x \sin \theta_{m-1} - (z - d_{m-1}) \cos \theta_{m-1}]\}.$$

由边界条件可知界面上电场和磁场的切向分量均应连续, 因此入射波和反射波沿  $x$  方向的相速度在分界面上应相等, 即

$$\omega/(k_m \sin \theta_m) = \omega/(k_m \sin \theta_m'),$$

由此可得  $\theta_m = \theta_m'$ , 至此可将式 (3) 至式 (8) 中的  $\theta'$  更改为  $\theta$ 。

在 原点 处 利用 边界 条件 有  $E_{my} = E_{(m-1)y}$ ,

$H_{mx} = H_{(m-1)x}$  及  $\mu_m H_{mz} = \mu_{m-1} H_{(m-1)z}$  成立, 由此及式 (3) 至式 (8) 可有

$$E_m^+ + E_m^- = E_{m-1}^+ e + E_{m-1}^- f \quad (9)$$

$$(\cos \theta_m / \eta_m)(-E_m^+ + E_m^-) = (\cos \theta_{m-1} / \eta_{m-1})(-E_{m-1}^+ e + E_{m-1}^- f) \quad (10)$$

$$(\mu_m \sin \theta_m / \eta_m)(E_m^+ + E_m^-) = (\mu_{m-1} \sin \theta_{m-1} / \eta_{m-1})(E_{m-1}^+ e + E_{m-1}^- f) \quad (11)$$

式中： $e = \exp(ik_{m-1} d_{m-1} \cos \theta_{m-1})$  ;  
 $f = \exp(-ik_{m-1} d_{m-1} \cos \theta_{m-1})$ 。

由式 (9) 和式 (11) 可得

$$(\mu_m \varepsilon_m)^{1/2} \sin \theta_m = (\mu_{i-1} \varepsilon_{i-1})^{1/2} \sin \theta_{m-1} \quad (12)$$

电磁波在第  $i$  层与第  $i-1$  层分解面处的反射因数定义为  $\Gamma_m = E_m^- / E_m^+$ , 则由式 (9) 和式 (10) 可求得反射因数

$$\Gamma_m = (A + B\Gamma_{m-1}h) / (B + A\Gamma_{m-1}h) \quad (13)$$

式中： $A = \eta_{m-1} \cos \theta_m - \eta_m \cos \theta_{m-1}$ ;

$$B = \eta_{m-1} \cos \theta_m + \eta_m \cos \theta_{m-1};$$

$$h = \exp(-i2k_{m-1} d_{m-1} \cos \theta_{m-1})$$
。

由第 1 层与金属板分界面的边界条件可知  $z=0$  处有  $E_{my} = 0$ , 由此可计算  $\Gamma_1 = -1$ , 因此通过各层递推关系 (13) 可确定  $n$  层 RAM 对斜入射电磁波的反射因数。

当微波垂直入射时 (即入射角  $\theta$  等于 0), 根据式 (13) 可以得到其各层递推公式:

$$\Gamma_m = \frac{\eta_{m-1} - \eta_m + (\eta_{m-1} + \eta_m)\Gamma_{m-1} \exp(-i2k_{m-1} d_{m-1} \cos \theta_{m-1})}{\eta_{m-1} + \eta_m + (\eta_{m-1} - \eta_m)\Gamma_{m-1} \exp(-i2k_{m-1} d_{m-1} \cos \theta_{m-1})} \quad (14)$$

设第  $m$  层和第  $m-1$  层间的界面反射为  $Z_m$ , 则  $Z_m = (\eta_{m-1} - \eta_m) / (\eta_{m-1} + \eta_m)$ , 在式 (14) 等号右边分子分母同时除以  $(\eta_{m-1} + \eta_m)$  将等式变换一个形式得:

$$\Gamma_m = Z_m + \frac{(1 - Z_m^2)\Gamma_{m-1} \exp(-i2k_{m-1} d_{m-1} \cos \theta_{m-1})}{1 + Z_m \Gamma_{m-1} \exp(-i2k_{m-1} d_{m-1} \cos \theta_{m-1})} \quad (15)$$

### 3、梯度电导样品的微波反射特性

随着层数的增多, 匹配参量增多, 每一层的厚度、电导率对最后的吸波效果均有影响, 为了说明问题, 作如下设定:

- (1)、入射波频率为 10GHz 垂直极化波, 垂直入射;
- (2)、衰减层取一层并设其厚度设为 1 毫米, 电导率满足经一次反射的衰减率  $h$  达到 80%, 按照下面公式计算得电导率需在 30 以上, 因此衰减层电导率设为 30;
- (3)、在空气层与衰减层间设置若干层匹配层, 根据公式  $\Gamma_m = \frac{(\eta_{m-1} - \eta_m)}{(\eta_{m-1} + \eta_m)}$  由下至上依次计算界面反射, 使每两层之间的界面反射不大于 10% 来设置各匹配层电导率。匹配层厚度均设为 0.1 毫米。

按照上述原则, 得到多层材料结构参数见表 1。根据前面推得的公式计算模型的反射率为 0.62, 多层材料的总厚度有 2.2 毫米, 在这个厚度下, 如果电导

Table 1 electromagnetic parameters for different layers in gradual conductivity samples.

**表 1 多层阻抗渐进型吸波结构匹配层参数设置**

层数	电导率	厚度 (mm)
1	30	1
2	20	0.1
3	13	0.1
4	9	0.1
5	6	0.1
6	4	0.1
7	3	0.1
8	2	0.1
9	1.3	0.1
10	0.8	0.1
11	0.5	0.1
12	0.3	0.1
13	0.1	0.1

中的界面间反射不大于率按照理想情况即可以随意取值, 则在同样的入射条件和计算模型下单层材料最好可达到 0.5 以下, 这样比较来看多层材料的结果并不理想, 通过修改条件 310%, 例如改为 20%或 5%从而增加或减少匹配层数, 结果仍然不太理想。

为了验证多层渐进的结构能否对增加吸收产生效果, 可以这样考虑:

多层渐进匹配之所以被认为有作用, 是因为设想中通过加入匹配层使入射方向上阻抗由空气逐渐变化到衰减层, 从而使进入衰减层的微波增加以至达到比单层更好的吸波效果。如图 3 所示:

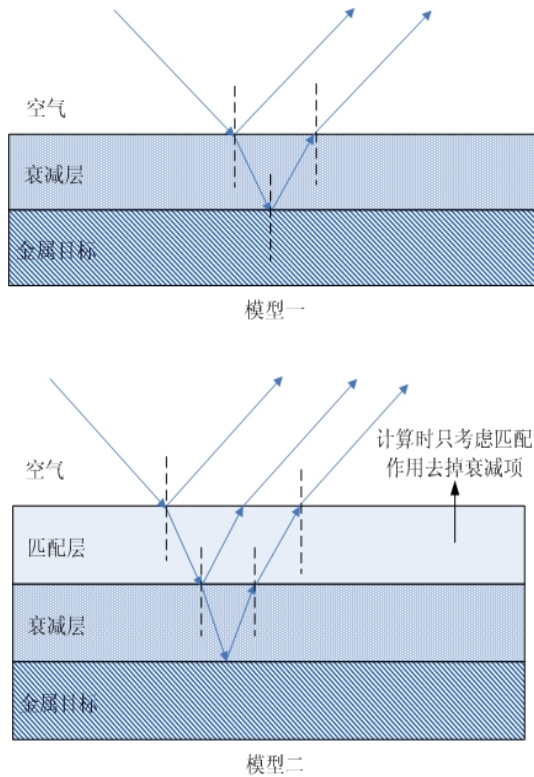


Fig.3 Comparison between samples with and without matching layer  
图3 有匹配层与无匹配层渐进型多层结构比较

图3中两模型的不同之处在于模型二在模型一的基础上加入若干层匹配层，模型一反射率计算仍按上面公式，计算模型二反射率时去掉匹配层的衰减项，只考虑其匹配作用，设衰减层与匹配层间界面为第j层，总层数为n，则模型二反射率计算公式如下：

$$\Gamma_m = Z_m + \frac{(1 - Z_m^2)\Gamma_{m-1} \exp(-i2k_{m-1}d_{m-1})}{1 + Z_m\Gamma_{m-1} \exp(-i2k_{m-1}d_{m-1})} \quad (m = 2,3,\dots,j)$$

$$\Gamma_m = Z_m + \frac{(1 - Z_m^2)\Gamma_{m-1}}{1 + Z_m\Gamma_{m-1}} \quad (m = j + 1,\dots,n)$$

在这样的计算模型下，模型二就相当于在模型一的基础上增加了若干层没有衰减的匹配层，如果计算结果显示模型二反射率小于模型一，则说明电导率的渐进匹配确实能够增加进入衰减层的微波，从而证明同厚度下按以上原则构建的多层渐进匹配吸波效果是可以优于单层材料的。计算时入射波为垂直入射的垂直极化波，频率(3-30)GHz。两模型的衰减层仍设为一层，厚度为1毫米，电导率30，模型2中匹配层的数据仍然采用表1中2-13层的数据，计算结果如下：

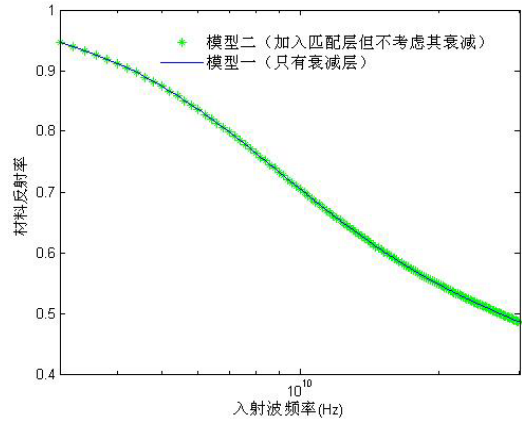


Fig.4 Comparison between the reflection rates for samples with and without matching layer.  
图4 有匹配与无匹配多层渐进结构反射率比较

从图中看出，两条曲线完全重合，说明模型二中的多层渐进匹配不能使电磁波更多地进入衰减层，导致方案一的计算结果不够理想。这可以解释为在方案一中，衰减层与匹配层被严格区分开，即电磁波的最终衰减几乎完全依附于衰减层，而匹配层的厚度都很小，衰减作用可以忽略，只考虑各层间具有良好的匹配，这种思想虽然使每相邻两层界面的反射很小，但是增加了界面的数量，从而增加了反射的次数，致使多层累加后反射并没有降低。

总之，通过对梯度电导结构样品的微波传输特性分析，我们发现，对平板样品而言，电导率的梯度设计尽管能够改善样品外表面与空气的匹配特性，然而，梯度结构的出现也导致样品内部界面数的增加，而样品的总反射率是由其内部所有界面共同作用的结果。从计算结果看，如果样品的电导可以随意取值，那么电导率的梯度设计并不能够提高样品的微波吸收效果。这样的结论对于微波吸收材料的研究具有很好的参考价值。

### References (参考文献)

- [1]. Lv Xuliang, Zeng Zhaoyang, New RCS model for anti-radar screens, Functional Material(in Chinese) [J] (Supplement ), 2007,Page 305~307.  
吕绪良，曾朝阳. 伪装遮障的雷达散射截面新模型[J]. 功能材料. 2007. 增刊: 305-307.
- [2]. Zeng Zhaoyang, Li Yan, Lv Xuliang, New diffraction model for absorptive anti-radar screens, Defense Technology (in Chinese)[J], No.1, 2009, Page 20~25.  
曾朝阳，李炎，吕绪良，兰永杰. 吸收散射型伪装遮障新模型理论分析[J]. 防护工程. 2009. 01: 20-25.
- [3]. Jiayuan Fang, Zhonghua Wu, "Generalized Perfectly Matched Layer for the Absorption of Propagating and Evanescent Waves in Lossless and Lossy Media", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol.44, No.12, pp.2216-2222, Dec. 1996.
- [4]. J. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic", J.Comp.phys.1994, Vol.114, No.2, pp.185~200.
- [5]. Van-Tan Truong etc, Conducting polymer based radar absorbing materials, SPIE Vol.3241.1997.