Scientific Research

# Differential Evolution Algorithm for Solving a Class of Stochastic Optimization Problems

**Haixia Chen, Tiegui Yang**

*Department of Basic Education, Zhengzhou Occupation Technology College, Zhengzhou, 450121, China*

*Email*: *y65558@163.com*

**Abstract:** A differential evolution algorithm to solve a class of stochastic optimization problem is proposed. the algorithm, which is easy to understand and operate in program, overcomes the shortcoming that stochastic optimization problem can't find global optimal solution efficiently. The numerical experiment results demonstrate that the proposed algorithm can rapidly converge to the optimal solution and is an efficient method because of its good robustness.

**Keywords:** stochastic optimization problems; differential evolution algorithm; uniform distribution

# 求解一类随机优化问题的差分进化算法

**陈海霞，杨铁贵**

郑州职业技术学院基础教育处，河南郑州, 450121

Email: y65558@163.com

**摘　要：**提出了一个解随机优化问题的差分进化算法. 该算法易理解，程序上易实现，克服了随机优化问题难以高效实现全局优化的缺点. 数值实验结果表明，所提出的算法能够快速地收敛到随机优化问题的最优解，并且具有良好的鲁棒性，是此类问题的一个高效求解算法.

**关键词：**随机优化; 差分进化算法; 均匀分布

## 1 引言

随机优化问题通常因为缺少结构信息，存在不确定因素，且因有时很难得到优化目标的精确解析表达式而很难高效的实现全局优化。另外，优化决策空间很大，且往往是连续量和离散量，逻辑量并存，优化涉及多个目标，并存在多个极小点，这更增大了此类问题的优化难度。因此，对随机优化问题的研究已成为国际学术界的一个重要研究课题[1-3]，许多学者都在为寻找一种高效的，鲁棒的优化算法而努力。

近年来，一些不依赖于初始点和梯度信息的智能优化算法得到了迅速发展，如：模拟退火算法；遗传算法；免疫算法；演化算法；粒子群算法等，这些算法在理论界和工程界都得到了高度重视[4,5]。Storn R 和 Price K 于 1995 年提出的差分进化(Differential Evolution, DE)算法[6-7]是一种随机的并行直接搜索算法，它可对非线性不可微连续空间函数进行最小化，以其易用性、稳健性和强大的全局寻优能力在多个领域取得成功。在 1996 年举行的第一届国际 IEEE 进化优化竞赛上，对提出的各种方法进行了现场验证，DE 算法被证明是最快的进化算法。目前，DE 算法已经在许多领域得到了应用[8,9]。本文结合近年来出现的一类新的智能算法——差分进化算法，提出了解随机优化问题的差分进化算法，该算法易理解，程序上易实现，且很多情况下比一般的遗传算法更有效，是一种高效的，鲁棒的优化算法。这不仅为随机优化问题的求解提供了一种新的途径，还为差分进化算法的应用拓展了新的空间。数值仿真结果表明了该方法的有效性。

## 2 差分进化算法

差分进化算法（DE）同其它进化算法一样,也是对候选解的种群进行操作,DE 的自参考种群繁殖方案与其它进化算法不同,它通过把种群中两个成员之间的加权差向量加到第三个成员上来产生新参数向量,该操作称为“变异”。然后将变异向量的参数与另外预先确定的目标向量参数按一定规则混合来产生试验向量,该操作称为“交叉”。若试验向量的代价函数比目标向量的代价函数低,试验向量就在下一代中代

替目标向量。最后的操作称为“选择”,种群中所有成员必须被作为目标向量这样操作一次,以便在下一代中出现相同个竞争者。在进化过程中对每一代都评价最佳参数向量,以记录最小化过程,这样利用随机偏差扰动产生新个体的方式可以获得一个有非常好收敛性的结果.

差分进化算法整体结构类似于遗传算法,与遗传算法的主要区别体现在以下方面:(1)遗传算法可以采用实值编码和二进制编码,而差异演化算法只采用实值编码方式;(2)遗传算法的交叉操作会产生新个体,而差异演化算法的交叉操作则不会产生新个体,其作用主要是增加群体的多样性;(3)差异演化算法的变异操作是把两个个体向量的差异化信息加到第三个个体向量上,这是不同于遗传算法的最大区别;(4)差异演化算法的选择操作直接将目标函数值作为适应度值,然后比较适应度值,适应度值小的个体保存到下一代(目标函数值为最小值),而不像遗传算法有各种复杂的选择策略。与遗传算法相比,差异演化算法操作简单,控制参数少,易编程实现,它尤其擅长求解多变量、非凸、多峰以及非线性的函数优化问题,所以很受研究者的青睐.

### 2.1 标准差分进化算法

DE 是一种基于群体进化的算法,具有记忆个体最优解和种群内信息共享的特点,即通过种群内个体间的合作与竞争来实现对优化问题的求解,其本质是一种基于实数编码的具有保优思想的贪婪遗传算法[1].算法首先在问题的可行解空间随机初始化种群 $X^0=[x_1^0,x_2^0,\cdots,x_{NP}^0,]$ , $NP$ 为种群规模.个体 $x_i^0=[x_{i,1}^0,x_{i,2}^0,\cdots,x_{i,D}^0,]$用于表征问题解,$D$ 为优化问题的维数.算法的基本思想是:对当前种群进行变异和交叉操作,产生另一个新种群;然后利用基于贪婪思想的选择操作对这两个种群进行一对一的选择,从而产生最终的新一代种群.具体而言,首先通过式(1)对每一个在 $t$ 时刻的个体 $x_i^t$ 实施变异操作,得到与其相对应的变异个体 $v_i^{t+1}$,即

$$v_i^{t+1}=x_{r1}^t+K(x_{r2}^t-x_{r3}^t)\,. \tag{1}$$

其中:$r1,r2,r3\in\{1,2,\cdots,NP\}$互不相同且与 $i$ 不同; $x_{r1}^t$ 为父代基向量; $(x_{r2}^t-x_{r3}^t)$ 称作父代差分向量;$K$ 为缩放比例因子.然后,利用式(2)对 $x_i^t$ 和由式(1)生成的变异个体 $v_i^{t+1}$ 实施交叉操作,生成试验个体,即

$$u_{i,j}^{t+1}=\begin{cases}v_{i,j}^{t+1},\ \text{if}\ (rand(j)\le CR)\ \text{ or }\ j=rnbr(i);\\ x_{i,j}^t,\ \text{else.}\end{cases} \tag{2}$$

其中:rand(j)为[0,1]之间的均匀分布随机数;CR 为范围在[0,1]之间的交叉概率;rnbr(i)为{1,2,⋯,D}之间的随机量.利用式(3)对试验个体 $u_i^{t+1}$ 和 $x_i^t$ 的目标函数进行比较,对于最小化问题,则选择目标函数值低的个体作为新种群的个体 $x_i^{t+1}$,即

$$x_i^{t+1}=\begin{cases}u_i^{t+1},\ \text{if}\ f(u_i^{t+1})<f(x_i^t);\\ x_i^t,\ \text{else.}\end{cases} \tag{3}$$

其中 f 为目标函数.上述过程是标准版本的 DE,表示为 DE/rand/1/bin.文献[5]中提供了其余有关 DE 的变种.DE 算法的搜索性能取决于算法全局探索和局部开发能力的平衡,而这在很大程度上依赖于算法的控制参数的选取,包括种群规模、缩放比例因子和交叉概率等.相对其他进化算法而言,DE 所需调节的参数较少.合理的参数选择指导参见文献[5,8].归纳起来,DE 算法具有如下优点:

1)算法通用,不依赖于问题信息;

2)算法原理简单,容易实现;

3)群体搜索,具有记忆个体最优解的能力;

4)协同搜索,具有利用个体局部信息和群体全局信息指导算法进一步搜索的能力;

5)易于与其他算法混合,构造出具有更优性能的算法.

### 2.2 差分进化算法流程

(1) 确定 DE 算法控制参数和所采用的具体策略，DE 算法控制参数包括:种群数量、变异算子、交叉算子、最大进化代数、终止条件等;

(2) 随机产生初始种群，进化代数 $k = 1$;

(3) 对初始种群进行评价，即计算初始种群中每个个体的目标函数值;

(4) 判断是否达到终止条件或进化代数达到最大。若是，则进化终止，将此时的最佳个体作为解输出；若否，继续;

(5) 进行变异和交叉操作，对边界条件进行处理，得到临时种群;

(6) 对临时种群进行评价，计算临时种群中每个个体的目标函数值;

(7) 进行选择操作，得到新种群;

(8) 进化代数 $k=k+1$，转(4)。

## 3 数值仿真结果

本文采用非凸二维随机 Rosenbrock 函数和多极小的随机 Goldstein-Price 函数进行仿真研究。文中参数选取如下：群体规模 $NP$=60，初始交叉 $CR$=0.3，初始缩放因子 $F$=0.1，最大截止代数见表 1，精度为 $1\times10^{-6}$。对下述问题进行 50 次计算，用 VC++6.0 编程，计算结果见表 1。

(1) 随机 Rosenbrock 函数

$$L(x_1,x_2,\xi)=100(x_1^2-x_2)^2+(1-x_1)^2+\eta\xi\quad;$$

这里 $|x_1,x_2|\le 2.048$；

其中：$\eta$ 为噪声幅度，取为 0.01 和 0.05，$\xi$ 为随机噪声，在此令其服从[0，1]的均匀分布。显然 $E[L(x_1,x_2,\xi)]$ 的最优解为（1，1），其最优值为 0。

(2) 随机 Goldstein-Price 函数

$$L(x_1,x_2,\xi)=[1+(x_1+x_2+1)^2(19-14x_1+3x_1^2-14x_2+6x_1x_2+3x_2^2)]\times[30+(2x_1-3x_2)^2(18-32x_1+12x_1^2+48x_2-36x_1x_2+27x_2^2)]+\eta\xi;$$

这里 $|x_1,x_2|\le 5.12$；

其中：$\eta$ 为噪声幅度，取为 0.01 和 0.05，$\xi$ 为随机噪声，在此令其服从[0，1]的均匀分布。

显然 $E[L(x_1,x_2,\xi)]$ 的最优值为 3。

**Table 1. Numerical results for stochastic optimization using differential evolution algorithm**

**表 1. 随机优化问题的差分进化算法数值结果**

| 函数 | 噪声幅度 $\eta$ 值 | 最大截止代数 | 搜到的最好值 | 搜到的最差值 |
|---|---|---|---|---|
| 随机 Rosenbrock 函数 | 0.01 | 1000 | 0.000023 | 0.005391 |
| | 0.01 | 2000 | 0.000001 | 0.008151 |
| | 0.05 | 1000 | 0.000007 | 0.014987 |
| | 0.05 | 2000 | 0.000012 | 0.010758 |
| 随机 GoldsteinPrice 函数 | 0.01 | 1000 | 3.000005 | 3.000265 |
| | 0.01 | 2000 | 3.000004 | 3.000583 |
| | 0.05 | 1000 | 3.000003 | 3.001292 |
| | 0.05 | 2000 | 3.000001 | 3.001467 |

基于以上仿真结果，本文可得如下结论：

(1) 差分进化算法解随机优化问题具有良好的鲁棒性。最大截止代数增大时，随机仿真结果与理论上的最优解较接近。

(2) 当噪声幅度较大时，在相同的参数下，随机仿真结果变的较差。

## 4 结束语

本文把差分进化算法用到求解随机优化问题中来，并通过数值仿真验证了这一方法的有效性和鲁棒性。文中用到的随机噪声均为均匀分布的，但现实问题中遇到的噪声可能复杂的多，所以，进一步研究的工作包括：通过把差分进化算法和其他的技巧相结合来进一步提高算法的效率和精度；进一步研究高效的适合高维随机优化问题的智能算法；针对随机组合优化问题推广研究此类算法，进一步拓广其应用领域。

## References（参考文献）

[1] WANG Lin, ZHANG Liang, ZHENG Dazhong. Advances in simulation optimization[J]. CONTROL AND DECISION, 2003, 18(3):257-262.
王凌，张亮，郑大钟. 仿真优化研究进展[J]. 控制与决策, 2003, 18(3):257-262.

[2] WANG Lin, ZHENG Dazhong. Simulated annealing approach based on hypothesis test for stochastic optimization problems[J]. CONTROL AND DECISION, , 2004, Vol.19, No.2:183-186.
王凌，郑大钟. 随机优化问题的一类基于假设检验的模拟退火算法[J]. 控制与决策, 2004, Vol.19, No.2:183-186.

[3] ZHANGL Liang, WANG Lin, ZHENG Dazhong. Hypothesis-test based genetic algorithm for stochastic optimization problem[J]. CONTROL THEORY & APPLICATIONS, 2004, Vol.21, No.6:883-889.
张亮，王凌，郑大钟. 随机优化问题基于假设检验的遗传算法[J]. 控制理论与应用, 2004, Vol.21, No.6:883-889.

[4] XIN Wenxun, XIE Jinxing. Modern optimization method[M ].Beijing: Tsinghua University Press,1999.
邢文训，谢金星. 现代优化计算方法[M ]. 北京：清华大学出版社, 1999.

[5] WANG Lin. Intelligent Optimization Algorithms with Applications[M ].Beijing: Tsinghua University Press,2001.
王凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京:清华大学出版社,2001

[6] Storn R, Price K. Differential evolution-A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces [R]. Berkeley: University of California, 2006.

[7] Lampinen J. A bibliography of differential evolution algorithm[EB/OL]. (2002-10-14). http://www. lut.fi/~jlampine/ debiblio.htm.

[8] Lin Y C, Hwang K S, Wang F S. Co-evolutionary hybrid differential evolution for mixed-integer optimization problems[J]. Engineering Optimization, 2001, 33(6): 663-682.

[9] Cheng S L, Hwang C. Optimal approximation of linear systems by a differential evolution algorithm [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: A, 2001, 31(6): 698-707.



978-1-935068-40-2 © 2010 SciRes.