The Mathematical Model of the Flow of the Viscoelastic Fluid through the Fractal Porous Media and Its Numerical Calculation

Bin Zhang, Zipeng Tian, Haiqing Cui, Shuyun Zhang
Petroleum Engineering College of Northeast Petroleum University, City Daqing, China
Email:zhangb@nepu.edu.cn; tzp841005@sina.com, cuihaiqing969@msn.com

Abstract: In this paper, the mathematical expression of the effective viscosity of viscoelastic fluid was derived, and the mathematical expressions of the fractal porosity and fractal permeability of porous media were given. The mathematic model of the flow of the viscoelastic fluid through the fractal porous media was established and the numerical solution of the mathematical model mentioned above was obtained using the finite difference method. In addition, the Lagrange interpolation method of the calculating rate of flow under the condition of stable flow and different pressure was presented. The practical calculation of the production of five wells which were flooded by ASP in the No. 4 Oil Recovery Factory of Daqing Oilfield was conducted. The calculation results show that the mathematical model of the flow of the viscoelastic fluid through the fractal porous media and the method of numerical calculation in this paper are correct.

Keywords: viscoelastic fluid; flow through fractal porous media; mathematical model; numerical calculation

粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型及其数值计算

张　斌，田子朋，崔海清，张淑云
东北石油大学石油工程学院，大庆市，中国，163318
Email: zhangb@nepu.edu.cn; tzp841005@sina.com, cuihaiqing969@msn.com

摘　要：本文推导了粘弹性流体有效粘度的数学表达式；给出了多孔介质的分形孔隙度和分形渗透率的数学表达式；建立了粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型；用有限差分方法对所建立的数学模型进行了数值求解；进而给出了计算稳定流状态不同压力下流量的拉格朗日插值法；并对大庆油田采油四厂 5 口三元复合驱井的产量进行了实例计算，结果表明，可以认为本文建立的粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型和数值计算方法是正确的。

关键词：粘弹性流体；分形多孔介质渗流；数学模型；数值计算

1 引言

自 Chang 和 Yortsos[1]将分形理论引入渗流力学以来，分形渗流理论的研究不断深入，并被广泛地用于石油工业的地质物探和油藏开发等领域，尤其是油藏数值模拟方面[13-16]。本文是在前人的研究基础之上[2]，将推导粘弹性流体在分形多孔介质中渗流的有效粘度的数学表达式，给出多孔介质的分形孔隙度和分形渗透率的数学表达式，建立粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型，用有限差分方法对上述数学模型进行数值求解，进而给出计算稳定流状态不同压力下流量的拉格朗日插值法，并对大庆油田采油四厂 5 口三元复合驱井的产量进行实例计算。

资助信息：国家科技重大专项示范工程项目（2008ZX05000-042）

2 数学模型

2.1 粘弹性流体的有效粘度

2.1.1 剪切粘度

粘弹性流体剪切粘度可用下式表示为[3]

$$\mu_s = H\dot{\gamma}^{n-1} \tag{1}$$

式中：μ_s 为剪切粘度，$\mathrm{Pa\cdot s}$；H 为稠度系数，$\mathrm{Pa\cdot s^n}$；$\dot{\gamma}$ 为剪切速率，$\mathrm{s^{-1}}$；n 为流性指数，无因次，一般情况下 $n<1$。

978-1-935068-37-2

非牛顿弱可压缩幂律流体的剪切粘度为[4]

$$\mu_{\mathrm{s}} = \mu_{\mathrm{w}} \left(\frac{r}{r_{\mathrm{w}}}\right)^{1-n} \qquad (2)$$

式中：r 为距汇的距离，m；r_{w} 为汇的半径，m；μ_{w} 为非牛顿流体在 $r = r_{\mathrm{w}}$ 时的粘度，$\mathrm{Pa \cdot s}$。

2.1.2 弹性粘度

描述粘弹性流体粘弹性的德博拉数定义为[5]

$$D_{\mathrm{e}} = t_{\theta} / t_{\mathrm{p}} \qquad (3)$$

式中：t_{θ} 为流体松驰时间，s；t_{p} 为流体特性时间，s。

弹性粘度与德博拉数、剪切粘度的关系用下式表示为[6]

$$\mu_{\mathrm{e}} = \mu_{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{C}_1 (D_{\mathrm{e}})^{\mathrm{m}_1} \qquad (4)$$

式中：C_1，m_1 均为常数，无因次，取决于多孔介质中孔隙几何形状的复杂程度；μ_{e} 为弹性粘度，$\mathrm{Pa \cdot s}$。

选定剪切速率 $\dot{\gamma}$ 的倒数为流体特性时间[7]，即

$$t_{\mathrm{p}} = \frac{1}{\dot{\gamma}} \qquad (5)$$

在层流条件下，流体的松驰时间与剪切速率、剪切应力及第一法向应力差之间存在下列关系[8]

$$t_{\theta} = \frac{1}{2\dot{\gamma}} \left(\frac{\tau_{11} - \tau_{22}}{\tau_{12}} \right) \qquad (6)$$

其中 $N_1 = \tau_{11} - \tau_{22} = A_1 \dot{\gamma}^{n_1}$ 为多孔介质中流体的第一法向应力差，Pa；$\tau_{12} = \mu_{\mathrm{s}} \dot{\gamma} = H \dot{\gamma}^{n}$ 为剪切应力，Pa；A_1、n_1 为弹性参数，无因次。将其代入（6）式中可得

$$t_{\theta} = \frac{A_1}{2H} \dot{\gamma}^{(n_1 - 1 - n)} \qquad (7)$$

联立（1）、（2）、（3）、（5）、（7）可求得德博拉数

$$D_{\mathrm{e}} = \frac{A_1}{2} \cdot \frac{\mu_{\mathrm{w}}^{\frac{n_1 - n}{n-1}}}{H^{\frac{n_1 - 1}{n-1}}} r_{\mathrm{w}}^{\,n_1 - n} \cdot r^{\,n - n_1} \qquad (8)$$

将（8）式代入（4）式中可得弹性粘度

$$\mu_{\mathrm{e}} = \frac{\mathrm{C}_1 \mu_{\mathrm{w}} A_1^{\mathrm{m}_1}}{2^{\mathrm{m}_1}} \cdot \frac{\mu_{\mathrm{w}}^{\frac{\mathrm{m}_1 (n_1 - n)}{n-1}} r_{\mathrm{w}}^{\mathrm{m}_1 (n_1 - n) + n - 1}}{H^{\frac{\mathrm{m}_1 (n_1 - 1)}{n-1}}} \cdot r^{(\mathrm{m}_1 - 1) n - \mathrm{m}_1 n_1 + 1} \qquad (9)$$

2.1.3 有效粘度

粘弹性流体在多孔介质中渗流的有效粘度可表示为[9,10]

$$\mu_{\mathrm{eff}} = \mu_{\mathrm{s}} + \mu_{\mathrm{e}} \qquad (10)$$

式中：μ_{eff} 为有效粘度，$\mathrm{Pa \cdot s}$。

将（2）式和（9）式代入（10）式中可得有效粘度的数学表达式

$$\mu_{\mathrm{eff}} = E r^{1-n} + F r^{(\mathrm{m}_1 - 1) n - \mathrm{m}_1 n_1 + 1} \qquad (11)$$

其中 $E = \mu_{\mathrm{w}} r_{\mathrm{w}}^{n-1}$，

$$F = E \times \frac{\mathrm{C}_1 A_1^{\mathrm{m}_1}}{2^{\mathrm{m}_1}} \frac{\mu_{\mathrm{w}}^{\frac{\mathrm{m}_1 (n_1 - n)}{n-1}} r_{\mathrm{w}}^{\mathrm{m}_1 (n_1 - n)}}{H^{\frac{\mathrm{m}_1 (n_1 - 1)}{n-1}}}。$$

2.2 多孔介质的分形描述

2.2.1 分形孔隙度

多孔介质的分形孔隙度可表示为[2]

$$\phi = \frac{V_{\mathrm{s}} \alpha}{G} r^{\mathrm{D-d}} \qquad (12)$$

式中：ϕ 为孔隙度，无因次；V_{s} 为分形微元体内储集流体的体积，m^3；G 表示某种对称性，其中对称性是与几何形状有关的常数；α 为与裂缝孔隙度有关的参数，无因次；D 为分形维数，无因次，它反应了分形体几何特性，是分形体复杂程度的重要标志；d 是分形体嵌入的欧式空间的维数，如果在平面内嵌入分形体，则 $d = 2$。

从（12）式可看出，ϕ 与 $r^{D-\mathrm{d}}$ 有关，ϕ 随半径 r 呈幂律分布，不再是常数，满足分形特性。当 $r = r_{\mathrm{w}}$ 时，有：

$$\phi_{\mathrm{w}} = \frac{\mathrm{V}_{\mathrm{s}} \alpha}{G} r_{\mathrm{w}}^{\mathrm{D-d}} \qquad (13)$$

式中：ϕ_{w} 为 $r = r_{\mathrm{w}}$ 处的孔隙度。

（12）、（13）两式相除得：

$$\phi = \phi_{\mathrm{w}} \left(\frac{r}{r_{\mathrm{w}}} \right)^{D-\mathrm{d}} \qquad (14)$$

（14）式即为多孔介质的分形孔隙度的数学表达式。

2.2.2 分形渗透率

多孔介质的分形渗透率为[2]

$$K(r)=\frac{\mathrm{m}\alpha V_{\mathrm{s}}}{G}r^{D-\mathrm{d}-\theta} \tag{15}$$

式中：m 为与裂缝模型有关的参数，无因次；θ 为异常扩散系数，简称为异常指数或分形指数，无因次；$K(r)$ 为分形渗透率，m^2。

在 $r=r_{\mathrm{w}}$ 处，$K(r)=K_{\mathrm{w}}$，则

$$K_{\mathrm{w}}=\frac{\mathrm{m}\alpha V_{\mathrm{s}}}{G}r_{\mathrm{w}}^{D-\mathrm{d}-\theta} \tag{16}$$

式中：K_{w} 为 $r=r_{\mathrm{w}}$ 处的渗透率，m^2。

（15）、（16）两式相除得：

$$K(r)=K_{\mathrm{w}}\left(\frac{r}{r_{\mathrm{w}}}\right)^{D-\mathrm{d}-\theta} \tag{17}$$

当 $d=2$ 时，代入（17）式得：

$$K(r)=K_{\mathrm{w}}\left(\frac{r}{r_{\mathrm{w}}}\right)^{D-\theta-2} \tag{18}$$

（17）式即为多孔介质的分形渗透率的数学表达式。从（17）式可以看出，分形渗透率不再是一个常数，而是随半径呈幂律分布，即具有分形特性；同时可知，分形渗透率不仅与多孔介质的分形体空间结构复杂程度有关，而且与分形网络的连通性有关，分别由 D 和 θ 来表示。

对于径向流 $d=2$，$G=2\pi h$，代入（15）式得

$$K(r)=\frac{\mathrm{m}\alpha V_{s}}{2\pi h}r^{D-\theta-2} \tag{19}$$

式中：h 为有效厚度，m。

2.3 粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型

2.3.1 假设条件

（1）粘弹性流体是微可压缩的；（2）多孔介质等厚、各向异性；（3）一维径向不稳定等温渗流；（4）忽略重力影响及毛细管力；（5）多孔介质中有一汇；（6）运动方程采用修正达西方程形式；（7）压力梯度小；（8）孔隙空间是分形的；（9）多孔介质骨架是分形的；（10）多孔介质骨架表面是分形的；（11）多孔介质的渗流网络是分形的；（12）渗透率 K 具有分形特性；（13）多孔介质是分形维数为 D 的分形网络嵌入到 d 维欧几里德岩块中（$d=1,2,3$），即发生流动的那部分介质是分形的。

2.3.2 连续性方程

粘弹性流体分形多孔介质渗流的连续性方程为[2]

$$-V_{\mathrm{s}}\cdot N(r)C_{\mathrm{L}}\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial q_{\mathrm{r}}}{\partial r} \tag{20}$$

式中：$N(r)$ 为座点密度，无因次；C_{L} 为流体压缩系数，Pa^{-1}；q_{r} 为微元层的流量，m^3/s；p 为压力，Pa；t 为时间，s。

2.3.3 状态方程

粘弹性流体分形多孔介质渗流的状态方程为[2]

$$\rho=\rho_0 \mathrm{e}^{C_{\mathrm{L}}(p-p_0)} \tag{21}$$

式中：ρ 为粘弹性流体的密度，$\mathrm{kg/m^3}$；ρ_0 为某一压力 p_0 下粘弹性流体的密度，$\mathrm{kg/m^3}$。

对于微可压缩流体，（21）式可近似为：

$$\rho=\rho_0[1+C_{\mathrm{L}}(p-p_0)] \tag{22}$$

2.3.4 运动方程

在层流状态下，分形多孔介质渗流的运动方程满足修正达西定律的形式

$$\upsilon=-\frac{K(r)}{\mu_{\mathrm{eff}}}\frac{\partial p}{\partial r} \tag{23}$$

式中：υ 为渗流速度，m/s；分形渗透率 $K(r)$ 如（19）式所示。

2.3.5 压力分布微分方程

将运动方程（23）式代入连续性方程（20）式中，可得到粘弹性流体分形多孔介质渗流的压力分布微分方程式

$$\frac{1}{Er^{1-n+\theta}+Fr^{(\mathrm{m}_1-1)n-\mathrm{m}_1n_1+1+\theta}}\cdot\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+$$
$$\frac{E(D-\theta-2+n)}{r^{\theta+n}\left[Er^{1-n}+Fr^{(\mathrm{m}_1-1)n-\mathrm{m}_1n_1+1}\right]^2}\cdot\frac{\partial p}{\partial r}+$$
$$\frac{F(D-\theta-2+n+\mathrm{m}_1n_1-\mathrm{m}_1n)r^{\mathrm{m}_1(n-n_1)}}{r^{\theta+n}\left[Er^{1-n}+Fr^{(\mathrm{m}_1-1)n-\mathrm{m}_1n_1+1}\right]^2}\cdot\frac{\partial p}{\partial r}$$
$$=\frac{C_{\mathrm{L}}}{\mathrm{m}}\cdot\frac{\partial p}{\partial t} \tag{24}$$

978-1-935068-37-2 © 2010 SciRes.

2.3.6 定解条件

初始条件为

$$p(r,0)=p_{\mathrm{e}} \tag{25a}$$

外边界定压条件为

$$p(r_{\mathrm{e}},t)=p_{\mathrm{e}} \tag{25b}$$

内边界定流量条件为

$$\left.\frac{\partial p}{\partial r}\right|_{r=r_{\mathrm{w}}}=\frac{QB}{2\pi hK_{\mathrm{w}}}\left[Er_{\mathrm{w}}^{-n}+Fr_{\mathrm{w}}^{\mathrm{m}_1(n-n_1)-n}\right] \tag{25c}$$

式中：p_{e} 为供给压力，Pa；B 为体积系数，无因次；Q 为汇的流量，m^3/s。

式（24）和式（25）构成了粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型。

3 数值计算

3.1 压力分布微分方程的数值解法

利用不均匀对数网格法计算，即靠近汇的网格取密一些，而沿径向向外逐渐稀疏，坐标变换如下[11]

$$r=r_{\mathrm{w}}e^{x}=r_{\mathrm{w}}e^{i\Delta x}(i=0,1,2,\cdots,M) \tag{26}$$

式中：x 为坐标变换后的空间距离。

空间节点总数 M 值可以按如下方式确定

$$M=\frac{\ln(r_{\mathrm{e}}/r_{\mathrm{w}})}{\Delta x} \tag{27}$$

式中：r_{e} 为供给半径，m；Δx 为空间步长，m。

可将压力分布微分方程式（24）转化成如下形式：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{E(D-\theta-3+n)}{E+F(r_{\mathrm{w}}e^{x})^{\mathrm{m}_1(n-n_1)}}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{F(D-\theta-3+n+\mathrm{m}_1n_1-\mathrm{m}_1n)(r_{\mathrm{w}}e^{x})^{\mathrm{m}_1(n-n_1)}}{E+F(r_{\mathrm{w}}e^{x})^{\mathrm{m}_1(n-n_1)}}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{C_{\mathrm{L}}}{\mathrm{m}}[E(r_{\mathrm{w}}e^{x})^{3-n+\theta}+F(r_{\mathrm{w}}e^{x})^{(\mathrm{m}_1-1)n-\mathrm{m}_1n_1+3+\theta}]\cdot\frac{\partial p}{\partial t} \tag{28}$$

再利用空间二阶精度的中心差分及时间的向后差分隐格式，可得到压力分布微分方程式（24）对应的差分方程为

$$A_ip_{i-1}^{j+1}+B_ip_i^{j+1}+C_ip_{i+1}^{j+1}=D_ip_i^{j}$$
$$(i=1,2,\cdots,M-2;\ j=1,2....) \tag{29}$$

其中 $A_i=1-\frac{\Delta x}{2}I_r$，$B_i=-\left(2+\frac{(\Delta x)^2}{\Delta t}J_r\right)$，

$C_i=1+\frac{\Delta x}{2}I_r$，$D_i=-\frac{(\Delta x)^2}{\Delta t}J_r$，

$$I_r=\frac{E(D-\theta-3+n)}{E+F(r_{\mathrm{w}}e^{i\Delta x})^{\mathrm{m}_1(n-n_1)}}+\frac{F(D-\theta-3+n+\mathrm{m}_1n_1-\mathrm{m}_1n)(r_{\mathrm{w}}e^{i\Delta x})^{\mathrm{m}_1(n-n_1)}}{E+F(r_{\mathrm{w}}e^{i\Delta x})^{\mathrm{m}_1(n-n_1)}}$$

$$J_r=\frac{C_{\mathrm{L}}}{\mathrm{m}}[E(r_{\mathrm{w}}e^{i\Delta x})^{3-n+\theta}+F(r_{\mathrm{w}}e^{i\Delta x})^{(\mathrm{m}_1-1)n-\mathrm{m}_1n_1+3+\theta}]$$

式中：Δt 为时间步长，s。

定解条件（25）式对应的差分方程为

$$A_iP_{i-1}^{1}+B_iP_i^{1}+C_iP_{i+1}^{1}=D_iP_{\mathrm{e}} \tag{30a}$$

$$A_{M-1}P_{M-2}^{j+1}+B_{M-1}P_{M-1}^{j+1}+C_{M-1}P_{\mathrm{e}}=D_{M-1}P_{M-1}^{j} \tag{30b}$$

$$-P_0^{j+1}+P_1^{j+1}=\frac{QB\Delta x}{2\pi hK_{\mathrm{w}}}\left[Er_{\mathrm{w}}^{1-n}+Fr_{\mathrm{w}}^{\mathrm{m}_1(n-n_1)-n+1}\right] \tag{30c}$$

（29）式和（30）式构成的矩阵为三对角矩阵，可以采用追赶法进行迭代求解，求解后可以得到不同流量下的压力分布。

3.2 流量的数值计算

取其中一组稳定流状态压力与流量的对应数据，给出计算点的压力，利用拉格朗日插值法可求得稳定流状态该计算点压力下的流量。具体方法如下：

对于 $m+1$ 组数据

$(p_1,Q_1),(p_2,Q_2),(p_3,Q_3),\cdots(p_{m+1},Q_{m+1})$，

构造插值基函数

$$L_k(p)=\prod_{\substack{j=0\\ j\neq k}}^{m}\frac{(p-p_j)}{(p_k-p_j)},\quad (k=0,1,2,\cdots m) \tag{31}$$

插值多项式为

$$Q=\sum_{k=0}^{m}p_k\cdot L_k(p) \tag{32}$$

由（31）式易知

$$L_k(p_k)=\begin{cases}1, & k=i\\ 0, & k\neq i\quad (k,i=0,1,2,\cdots,m+1)\end{cases} \tag{33}$$

由上，（32）式满足插值条件，即可用其计算稳

定流状态的流量。

4 计算实例

在认为大庆油田采油四厂 5 口三元复合驱井[12]的地层流体渗流符合假设条件 2.3.1 的前提下，由上述数学模型和数值计算方法计算出的产量与实测产量对比的结果见表 1。由表 1 可以看出，用本文建立的粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型及其数值计算方法计算出的产量与实测产量之间的平均相对误差小于 10%。可以认为本文建立的粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型及其数值计算方法是正确的。

Table 1. The comparisons between the calculating production and the observed production

表 1. 计算产量和实测产量的对比

井号	有效厚度 (m)	井距 (m)	分形维数	分形指数	渗透率 (mD)	供给压力 (MPa)	综合压缩系数 ($/10^4$MPa)	体积系数	实测流压 (MPa)	计算产量 (m^3/d)	实测产量 (m^3/d)	相对误差 (%)
X1-2-P31	12.1	150	2.32	0.12	517	6.95	8.2	1.116	2.56	87.29	82	6.45
X1-3-SP35	7.4	150	2.37	0.10	480	7.38	8.2	1.116	3.39	53.70	52	3.28
X2-2-P46	6.6	150	2.61	0.02	961	7.31	8.6	1.113	6.09	73.33	80	-8.34
X2-31-SP46	9.3	150	2.31	0.22	395	10.10	8.6	1.113	2.38	59.97	56	7.09
X2-D2-P43	4.7	150	2.37	0.13	391	10.30	8.6	1.113	2.52	55.66	53	5.02
平均相对误差（%）												6.04

注： $\text{平均相对误差} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} |\text{相对误差}|_i}{n}$

结　论

（1）推导了粘弹性流体有效粘度的数学表达式，给出了多孔介质的分形孔隙度和分形渗透率的数学表达式，建立了粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型，用有限差分方法对上述数学模型进行了数值求解，进而给出了计算稳定流状态时不同压力下流量的拉格朗日插值法。

（2）用本文建立的粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型及其数值计算方法计算出的产量与实测产量之间的平均相对误差小于 10%。可以认为本文建立的粘弹性流体分形多孔介质渗流的数学模型及其数值计算方法是正确的。

References (参考文献)

[1] Chang J, Yortsos Y C, Pressure Transient Analysis of Fractal Reservoir[C], *SPE18170*, 1990.

[2] ZHAI Yunfang. Mechanics of percolation(the second edition) [M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2003, P150-154(Ch).
翟云芳．渗流力学（第二版）[M]．北京：石油工业出版社，2003，P150-154．

[3] Tong Siqin. Well testing analysis theory and method in the condition of polymer injection [D]. Academic Dissertation of Master Degree in Daqing Petroleum Institute, 1998, P2.
佟斯琴．注聚合物条件下的试井分析理论和方法[D]．大庆石油学院硕士学位论文，1998，P2．

[4] Li Fanhua, Liu Ciqun, Well Testing Analysis of Non-Newtonian Power-law Fluid in the Fractal Reservoir [J], *Petroleum Exploration and Development*, 1997, 24(5), P95.
李凡华，刘慈群，分形油藏中非牛顿幂律流体的试井分析[J]，石油勘探与开发，1997，24(5)，P95．

[5] Ma Guangyan, The Viscoelastic Effect and Distribution of Reservoir Pressure in the Process of Polyacrylamide Sweeping[J], *Oilfield Chemistry*, 1996, 13(4), P353-356(Ch).
马广彦，聚丙烯酰胺驱替中的粘弹效应和油藏压力分布[J]，油田化学，1996，13(4)，P353-356．

[6] Tong Siqin, Liu Chunmei, Liu Xiuming, The Underground Flowing Pressure Behavior of Polymer Solution Considering the Viscoelastic Effect[J], *Daqing Petroleum Geology and Development*, 2000, 19(4), P29.
佟斯琴，刘春梅，刘秀明，考虑粘弹效应的聚合物溶液地下流动压力动态[J]，大庆石油地质与开发，2000，19（4），P29．

[7] Zhai Yunfang, Tong Siqin, Zhuo Xingjia, Yin Daiyin, The Polymer Flooding Seeping Theory Considering the Elastic Effect[J], *Journal of Chongqing University*(*Natural Science Edition*), 2000, 23(Supplementary Issue), P57.
翟云芳，佟斯琴，卓兴家，殷代印，聚合物驱渗流考虑弹性效应的理论[J]，重庆大学学报(自然科学版)，2000，23(增刊)，P57．

[8] Deiber J A, Schowalter W R, Modeling the Flow of Viscoelastic

978-1-935068-37-2 © 2010 SciRes.

Fluids through Porous Media[J], *AIChE Journal*, 1981, 27(6), P912-920.
[9] Wang Weiying, The Optimal Choice of Sweeping Velocity of Polymer Flooding[J], *Oil Drilling and Production Technology*, 1996, 18(1), P66-75(Ch).
汪伟英，聚合物驱最佳驱油速度选择[J]，石油钻采工艺，1996，18(1)，P66-75.
[10] Yue Guo(Translator), The Quantitative Evaluation of Flow Resistance of the Polyacrylamide Solution in the Porous Media[J], *Foreign Oilfield Engineering*, 1993, 6(6), P1-7(Ch).
岳国译，聚丙烯酰胺水溶液在多孔介质内流动阻力的定量评价[J]，国外油田工程，1993，6(6)，P1-7.
[11] Song Kaoping, Song Hongcai, Wu Wenxiang, Theoretical Basis of Reservoir Numerical Simulation [M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 1996, P92.
宋考平，宋洪才，吴文祥，油藏数值模拟理论基础[M]．北京：石油工业出版社，1996，P92.
[12] Xu Guomin. The inflow and outflow behavioral characteristics study of the ASP combination flooding hoisting system [D]. Academic Dissertation of Doctor Degree in Daqing Petroleum Institute, 2009, P51.
徐国民．三元复合驱举升系统流入流出动态特征研究[D]．大庆石油学院博士学位论文，2009，P51.
[13] Beier R A, Pressure Transient Field Data Showing Fractal Reservoir Structure[C], *Paper CIM/SPE90-4, International Technical Meeting of the Pet Soc of CIM and the SPE Category*, 1990, P10-13.
[14] Babadagli T, Effect of Fractal Permeability Correlations on Waterflooding Performance in Carbonate Reservoirs[C], *SPE 37731*, 1997.
[15] F Flamenco-lópez, R Camacho-Velázquez, Determination of Fractal Parameters of Fracture Networks Using Pressure-Transient Data[C], *SPE82607*, 2003.
[16] R Camacho Velázquez, G Fuentes Cruz, M Vásquez Cruz, Decline Curve Analysis of Fractured Reservoirs with Fractal Geometry[C], *SPE77089*, 2005.