

Analysis on Soil Surrounding Temperature Field and Heat Transfer of Underground Buried Pipe

Chenghu Zhang, Fang Ma, Dexing Sun, Shan Qiu

School of municipal and environment engineering, Harbin institute of technology, Harbin 150090, China

chenghuzhang@sohu.com

Abstract: Energy delivering pipes which are buried in the ground will change the surrounding temperature field accompanied by energy loss. This paper established the two-dimensional temperature field mathematical model of the soil around the underground burying pipes, and simplified the third order boundary condition as the first kind of boundary condition by adopting the hypothesized surface law. Besides, it solved the temperature field of the soil around the underground burying pipes by adopting the principle of superposition, the variable resolution and the hypothesized heat source law, and has further analyzed the heat transfer process of the underground burying pipes under the effect of double heat source of the atmospheric and the soil stratosphere, as well as the fluid temperature field along pipes. This paper provides thermal reference for engineering design of underground buried pipes.

Keywords: underground buried pipe; soil; temperature field; heat loss

地下埋管周围土壤温度场及传热解析

张承虎, 孙琼, 庄兆意, 孙德兴

哈尔滨工业大学, 哈尔滨, 中国, 150090

chenghuzhang@sohu.com

摘要: 输送能源的管道埋设于地下会改变周围土壤温度场, 并有能量散失。本文建立了地埋管周围土壤的二维温度场数学模型, 并采取虚拟地表法将第三类边界条件简化为第一类边界条件, 采取叠加原理、变量分解法、虚拟热源法求解了地埋管周围土壤的温度场, 进一步解析了地埋管在大气和土壤恒温层双热源作用下的传热过程, 以及管内流体的沿程温度场。为地埋管工程设计提供热工参考。

关键词: 地埋管; 土壤; 温度场; 散热

1 引言

供热管道、燃气管道或者污水管渠埋设于地下, 就会通过土壤向大气散热, 也可能通过土壤向更深层的恒温层吸热, 所以输送能源的地下埋管的传热是一个复杂过程, 管内输送的流体同时与大气(冷源)和深层土壤(热源)换热, 因此这是一个三热源换热问题, 涉及导热和对流。由于被输送流体流经一段地埋管的历时与土壤的温度变化周期(一年)相比实在太小, 完全可以将地埋管与土壤和大气的换热过程视为稳态换热过程; 而且土壤在顺沿管长方向的导热与垂直管长方向的导热相比也是微乎其微的, 也完全可以忽略, 因此可以将地埋管散热问题简化为二维稳态传

热问题; 在上述问题得以解决的基础上再根据能量守恒即可求解管长方向的温度场, 从而解决地埋管周围土壤三维温度场和散热问题。

2 数学模型

设地下埋管直径为 d , 其中心距地面的距离为 L , 流体流量为 \dot{V} , 流体温度为 t_w , 管壁温度为 t_b , 输送流体与管壁对流换热系数为 h_w , 地面温度为 t_g , 地表空气对流换热系数为 h_a , 大气温度为 t_a , 地下土壤恒温层的深度为 H , 恒温层温度为 t_c , 土壤导热系数为 λ_g , 导温系数为 a , 无管条件下(或距离管道很远处)土壤的原始温度分布为 $t_s(y)$, 管中心处原土壤温度为 t_{sr} 。如图 1 中所示建立直角坐标系。

资助信息: 中国博士后基金(20090450986), 黑龙江省博士后基金(LBH-Z09199), 教育部博士点基金(20092302120023)

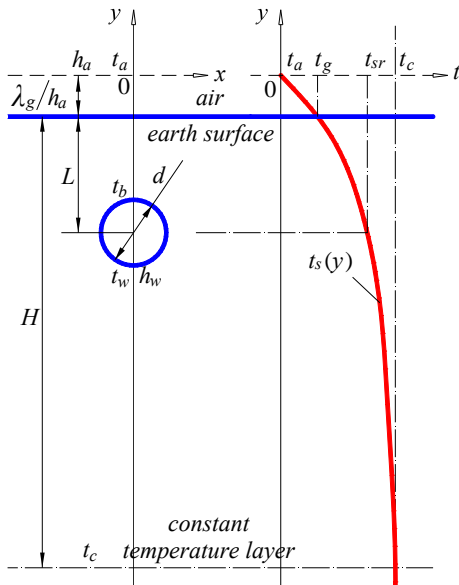


Figure.1 Model and parameters of underground buried pipe
图 1 地下埋管模型及参数

在稳态换热过程中，可以在换热表面外再增加一虚拟导热层，就可以在不改变传热量和导热体内的温度场的条件下，将对流热阻转化为导热热阻，将第三类边界条件作如下处理而转化为第一类边界条件。该虚拟导热层的厚度为 λ_g/h_a ，即将土壤层加厚 λ_g/h_a ，得到一虚拟地表面和管渠埋深 $L + \lambda_g/h_a$ 和虚拟地表温度 t_a 。以虚拟地表面为 x 轴重新设立坐标系，并定义某点的过余温度为 $\theta = t - t_a$ ，那么地下埋管的传热问题的数学描述为：

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

- (1) 当 $y = 0$, $\theta = 0$;
- (2) 当 $y = \infty$, $\theta = \theta_c$
- (3) 当 $x = 0$, $\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$
- (4) 当 $x = \infty$, $\theta = \theta_s(y)$
- (5) 当 $\left(y + L + \frac{\lambda_g}{h_a}\right)^2 + x^2 = \frac{d^2}{4}$, $\theta = \theta_b$

3 模型求解

采用分解法和叠加原理^[1]求解上述温度场，假设上述温度场的解为 $\theta = \theta_v + \theta_s$ ，根据 θ_s （无管条

件下（或距离管道很远处）土壤的原始过余温度分布）的意义可知其满足如下条件：

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

- (1) 当 $y = 0$, $\theta_s = 0$;
- (2) 当 $y = \infty$, $\theta_s = \theta_c$
- (3) 当 $x = 0$, $\frac{\partial \theta_s}{\partial x} = 0$
- (4) 当 $x = \infty$, $\theta = \theta_s(y)$
- (5) 当 $\left(y + L + \frac{\lambda_g}{h_a}\right)^2 + x^2 = \frac{d^2}{4}$, $\theta_s = \theta_s(y)$

那么显然 θ_v 将满足如下条件：

$$\frac{\partial^2 \theta_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_v}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

- (1) 当 $y = 0$, $\theta_v = 0$;
- (2) 当 $y = \infty$, $\theta_v = 0$
- (3) 当 $x = 0$, $\frac{\partial \theta_v}{\partial x} = 0$
- (4) 当 $x = \infty$, $\theta_v = 0$
- (5) 当 $\left(y + L + \frac{\lambda_g}{h_a}\right)^2 + x^2 = \frac{d^2}{4}$,

$$\theta_v = \theta_b - \theta_{sr} = \theta_{vr}$$

假设在管壁圆周上， $\theta_s(y)$ 的平均值取其中心深处的土壤温度值，即 $\theta_{sr} = \theta_s(L + \lambda_g/h_a)$ ，那么偏微分方程 (3) 的边界条件 (5) 中 $\theta_{vr} = const$ 。温度场分量 θ_v 就满足了采用虚拟热源法（映像法）来求解的条件，具体求解过程可参考文献[2]。温度场分量 θ_v 作用下埋管单位长度的散热量为：

$$q_{lv} = \frac{2\pi\lambda_g\theta_{vr}}{\ln\left[2\frac{L + \lambda_g/h_a}{d} + \sqrt{4\left(\frac{L + \lambda_g/h_a}{d}\right)^2 - 1}\right]} \quad (4)$$

如果 $\frac{L + \lambda_g/h_a}{d} > 2$ 时，由下式计算 q_{lv} 的误差不超过 0.8%。

$$q_{lv} = \frac{2\pi\lambda_g\theta_{vr}}{\ln\left(4\frac{L+\lambda_g/h_a}{d}\right)} \quad (5)$$

令: $c_w = \exp\left(\frac{4\pi\lambda_g\theta_{vr}}{q_{lv}}\right)$; $s_v = \frac{c_w-1}{c_w+1} \cdot (L+\lambda_g/h_a)$

则温度场分量为:

$$\theta_v = \frac{q_{lv}}{4\pi\lambda_g} \ln \frac{x^2 + (s_v + y)^2}{x^2 + (s_v - y)^2} \quad (6)$$

一般而言土壤的原始温度场可以用线性分布或者指数分布来近似。土壤温度线性分布的表达式为:

$$\theta_s = \frac{|y|}{H + \lambda_g/h_a} \cdot \theta_c \quad (7)$$

$$\theta_{sr} = \frac{L + \lambda_g/h_a}{H + \lambda_g/h_a} (t_c - t_a) \quad (8)$$

实际上土壤温度不可能是线性变化规律, 为了提高计算精度, 可考虑土壤温度呈指数变化^[3], 即:

$$\theta_s = \left[1 - \exp\left(-|y|\sqrt{\frac{\pi}{aT}}\right)\right] \cdot \theta_c \quad (9)$$

$$\theta_{sr} = \left[1 - \exp\left(-\left|L + \frac{\lambda_g}{h_a}\right|\sqrt{\frac{\pi}{aT}}\right)\right] (t_c - t_a) \quad (10)$$

4 散热量与沿程温度分布

由傅立叶定律可知, 实际埋管的单长散热量为:

$$q_l = \oint -\lambda_g \frac{\partial(\theta_v + \theta_s)}{\partial n} ds$$

由于 θ_s 满足稳态导热条件, 所以不难证明 $q_{ls} = \oint -\lambda_g \frac{\partial\theta_s}{\partial n} ds = 0$, 所以实际埋管的单长散热量即为:

$$q_l = \frac{2\pi\lambda_g(\theta_b - \theta_{sr})}{\ln\left[2\frac{L+\lambda_g/h_a}{d} + \sqrt{4\left(\frac{L+\lambda_g/h_a}{d}\right)^2 - 1}\right]}$$

定义埋管散热的当量单长土壤传热系数为:

$$K_{lm} = \frac{2\pi\lambda_g}{\ln\left[2\frac{L+\lambda_g/h_a}{d} + \sqrt{4\left(\frac{L+\lambda_g/h_a}{d}\right)^2 - 1}\right]}$$

那么埋管的散热量有如下守恒关系:

$$K_{lm}(\theta_b - \theta_{sr}) = h_w\pi d(t_w - t_b) \quad (11)$$

解得管壁温度: $t_b = \frac{K_{lm}t_{sr} + h_w\pi dt_w}{K_{lm} + h_w\pi d}$, 则

$$q_l = \frac{h_w\pi d \cdot K_{lm}}{K_{lm} + h_w\pi d} (t_w - t_{sr}) \quad (12)$$

定义埋管散热的当量单长总传热系数为:

$$K_{le} = \frac{h_w\pi d \cdot K_{lm}}{K_{lm} + h_w\pi d} \quad (13)$$

由(12)式, 发现大气和恒温层双热源作用下的换热, 可以等效为单热源换热, 这个等效的单热源温度定义为“当量环境温度”, 用 t_e 表示, 有:

$$t_e = t_{sr} \quad (14)$$

由于埋管散热量等于污水温降散热量, 有

$$K_{le}(t_w - t_{sr}) = -\rho c \dot{V} \frac{dt_w}{dx} \quad (15)$$

根据边界条件: $x=0$ 时, $t_w = t_{wi}$ (t_{wi} 为流体上游的进口温度), 于是解得:

$$\frac{t_{wi} - t_w}{t_{wi} - t_{sr}} = 1 - \exp\left(-\frac{K_{le} \cdot x}{\rho c \dot{V}}\right) \quad (16)$$

由上式可知, 要计算埋管沿程温降 $\Delta t_w = t_{wi} - t_w$, 必须知道埋管中心处的原始土壤温度 t_{sr} , t_{sr} 给出的越准确, 计算结果越准确。

在实际分析中, 不难发现:

- (1) $L \gg \lambda_g/h_a$;
- (2) $h_w\pi d \gg K_{lm}$; 因此有:

$$K_{le} \approx K_{lm} \approx \frac{2\pi\lambda_g}{\ln(4L/d)} \quad (17)$$

$$\text{即: } \frac{t_{wi} - t_w}{t_{wi} - t_{sr}} = 1 - \exp\left[\frac{-2\pi\lambda_g \cdot x}{\rho c \dot{V} \cdot \ln(4L/d)}\right] \quad (18)$$

假设上游进口温度降低 Δt_i , 必然会导致下游出口温度发生变化, 设其降低了 Δt_o , 则

$$\Delta t_o = \Delta t_i \cdot \exp\left[\frac{-2\pi\lambda_g \cdot x}{\rho c \dot{V} \cdot \ln(4L/d)}\right] \quad (19)$$

本文按下式定义土壤缓冲能力

$$\varepsilon = \frac{\Delta t_i - \Delta t_o}{\Delta t_i} = 1 - \exp\left[\frac{-2\pi\lambda_g \cdot x}{\rho c \dot{V} \cdot \ln(4L/d)}\right] \quad (20)$$

土壤缓冲能力可以理解为由于土壤散热的作用，而导致的下游出口温度不随上游进口温度变化的能力。不难发现，土壤缓冲能力与气温和恒温层温度无关，它主要受流量和管道参数的影响。按下式定义土壤缓冲温降：

$$\Delta t_{gr} = \Delta t_i - \Delta t_o = \varepsilon \Delta t_i = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \Delta t_o \quad (21)$$

5 影响因素分析

由于土壤散热而导致埋管内流体温度沿程降低，影响沿程温降的主要因素有： t_{wi} 、 t_{sr} 、 t_a 、 t_c 、 \dot{V} 、 L 、 x 、 λ_g 、 d 、 K_{le} 。对这十个因素进行单调性分析和敏感度分析^[4]，结果如表 1 所示。

Table 1 Monotonicity and sensitivity of the affecting factors
表 1 沿程温降各影响因素的单调性与敏感度

因素	t_{wi}	t_a	t_{sr}	t_c	d
单调性	增函数	减函数	减函数	减函数	增函数
敏感度	53.0	56.3	47.0	5.1	39.9
因素	L	x	λ_g	K_{le}	\dot{V}
单调性	减函数	增函数	增函数	增函数	减函数
敏感度	111.0	99.2	99.2	99.2	99.2

注：表中敏感度的计算条件为 $\lambda_g = 1.16 \text{ W/(mK)}$ ， $x = 6.5 \text{ km}$ ， $L/d = 3$ ， $\dot{V} = 2000 \text{ m}^3/\text{h}$ ， $t_e = -6.3 \text{ }^\circ\text{C}$ ， $t_{wi} = 7.1 \text{ }^\circ\text{C}$ ， $t_a = -24 \text{ }^\circ\text{C}$ ， $t_c = 1 \text{ }^\circ\text{C}$ ， $L = 3 \text{ m}$ ， $d = 1 \text{ m}$ ， $H = 15 \text{ m}$ 。

通过上述分析，不难发现：

(1) 地表对流换热系数，埋管内壁对流换热系数对流体温降和土壤缓冲能力的影响很小，可以忽略。

(2) 埋管埋深 L 通过两方面影响散热量和沿程温降：其一是影响当量单位管长总传热系数 K_{le} ，即埋得越深，散热系数越小；其二是影响当量环境温度 t_e ，即埋得越深，当量环境温度越高。这两个方面的影响趋势一致，但埋深主要通过改变当量环境温度来影响散热量和沿程温降。

(3) 各影响因素中，埋深 L 对散热量和沿程温降的影响程度最大，恒温层温度 t_c 的影响程度最小。散热量和沿程温降对各因素的敏感程度可分为 4 个等级，分别是： L 、 x 、 \dot{V} 、 λ_g 、 K_{le} 五个因素，敏感度约为 1，即它们与散热量、沿程温降、土壤缓冲能力之间近似存在系数为 1 的正比关系。； t_{wi} 、 t_{sr} 、 t_a

三个因素，敏感度约为 1/2；埋管直径 d ，敏感度约为 1/3；恒温层温度 t_c ，敏感度约为 1/10。

(4) 由于 t_a 、 t_c 、 L 共同决定 t_{sr} ， L 、 d 、 λ_g 共同决定 K_{le} ，而且 t_c 和 λ_g 设计土壤特性，其变化范围很小，因此 \dot{V} 、 L 、 x 、 d 、 t_a 、 t_{wi} 才是决定土壤缓冲温降和散热量的最主要因素。

(5) 输送能源的管网，一般而言支线的温度较高，埋深较浅，流量较小，因此管网的热能损失将主要发生在支线上，应对支线做好保温措施。例如城市污水管网，污水蕴含的大部分热能在进入主干渠之前就已损失，而污水干渠的沿程温降几乎可以忽略。

6 结论

本文通过数学建模和求解得到了埋管土壤温度场和散热量，得如下结论：

(1) 该解析解将实际上的三热源传热问题转化为双热源传热问题，但其计算精度主要取决于原始土壤温度场的模型精度。

(2) 流体的沿程温度与流程长度成负指数关系，即散热量将越来越少，而且流体极限温度将趋近于当量环境温度。

(3) 地表对流换热系数，埋管内壁对流换热系数对散热量、沿程温降和土壤缓冲能力的影响很小，可以忽略。

(4) 流体流量、埋深、流程长度、管径、气温、流体进口温度是影响散热量和土壤缓冲温降的 6 个最主要因素。土壤缓冲能力与气温和恒温层温度无关。

(5) 地下直埋管管网的热量散失主要发生在支线路路上。

References (参考文献)

[1] Holman, J. P., Heat transfer 8th ed. McGraw-Hill Book Co., N. Y. 1997.
 [2] Hahne, E. Grigull, U., Formfactor and formwiderstand der atationaren ehrdimen-sionalen wärmeleitung, Int. J. of heat and mass transfer, Vol.18, No.6, 51-767,1975.
 [3] Eckert, E.R.G.,Drake, R.M.,Analysis of heat and mass transfer, McGraw-Hill Book Co., 1972.
 [4] Cai Yi, Xing Yan, Hu Dan. Summarization of sensitivity analysis. Journal of Beijing normal university, 2008,44(1):6-15. 蔡毅.邢岩.胡丹.敏感性分析综述.北京师范大学学报. 2008, 44(1):6-15.