

Theoretical Analysis for Superadiabatic Combustion Mechanism of Lean Premixed Gases in Porous Media

Junrui Shi, Zhijia Xue, Shuqun Wang, Jinfeng Ma, Hongtao Li

Shenyang Key Laboratory on Circulating Fluidized Bed Combustion Technology, Shenyang Institute of Engineering, Shenyang, China

Abstract: Filtration combustion is characterized by the extensive heat exchange between the gas and porous media and this may lead to the superadiabatic combustion. This paper presents the theoretical analysis for superadiabatic combustion mechanism of lean premixed gases in porous media. Based on the gas-solid thermal equilibrium assumption by using an one-temperature model, a theoretical analysis of the temperature distribution in the burner is performed and an analytical solution is given by Fourier transformation. Results reveal that the mechanism of superadiabatic combustion is attributed to the overlapping of the thermal wave and combustion wave under certain conditions.

Keywords: Porous media; superadiabatic combustion; theoretical analysis; premixed gases

稀预混气体多孔介质中超绝热燃烧机理的理论分析

史俊瑞, 薛治家, 王树群, 马金凤, 李洪涛

沈阳工程学院沈阳市循环流化床燃烧技术重点实验室, 沈阳, 中国, 110136

E-mail address: shijunrui2002@163.com.

摘要: 过滤燃烧的显著特点是气固两相之间存在着强烈的热量交换并可能导致超绝热燃烧。本文利用理论分析研究稀预混气体多孔介质中超绝热燃烧的形成机理。基于气固相处于热平衡的单温模型, 分析燃烧器内温度场的表达式。利用傅立叶变换求解, 求得的温度场为热波与燃烧波共同作用的函数, 从而解析地证实了预混气体多孔介质中超绝热燃烧是热波与燃烧波相互叠加的结果。

关键词: 多孔介质; 超绝热燃烧; 理论分析; 预混气体

1 引言

组织稀预混气体在惰性多孔介质中(后文中提到的多孔介质均指惰性多孔介质)燃烧, 在燃烧区域的火焰温度有可能超过预混气体的绝热火焰温度, 称为超绝热燃烧^[1-2]。预混气体在多孔介质中燃烧, 具有火焰稳定、贫富可燃极限宽和污染物排放少等优点^[3], 开发此项技术对于我国节能减排具有重要的意义。近几十年来, 国际上在此领域开展了大量的实验^[1-2]和理论研究^[4-7]。Zhdanok 等^[1]基于热波与燃烧波叠加的思想, 实验研究了稀预混气体在 5.6mm 小球填充床中的超绝热燃烧。结果表明, 在当量比为 0.15 的实验工况下, 火焰区域的最高温度大约是绝热火焰温度的 2.8 倍。Hoffmann 等^[2]的实验研究表明, 当量比仅为 0.026 的甲烷/空气预混气体就可以稳定地燃烧, 大大地拓展了

贫可燃极限。文献^[4]基于过剩焓函数, 理论上研究了预混气体在两层多孔介质燃烧器中超绝热燃烧的机理。Pereira 等认为, 超绝热燃烧温度是修正的 Lewis 数、多孔介质固体与气体导热系数的比值以及多孔介质孔隙率的函数。Kennedy 等^[5]对极贫和极富的甲烷/空气混合物在多孔介质中燃烧的化学结构进行了研究, 结果发现不仅极贫的甲烷/空气混合物(当量比 ≤ 0.45)发生了超绝热燃烧, 而且极富的混合物在当量比为 1.7~2.5 的范围内也发生超绝热燃烧。Aldushin 等^[8]对固体燃料填充床中超绝热燃烧波中能量集中进行了理论分析。

Zhdanok 等^[1]虽是以热波与燃烧波叠加的指导思想实验研究了多孔介质中的超绝热燃烧, 但并未给出热波与燃烧波温度场函数的表达式。同时, 数值模拟虽然可以计算燃烧器内的气体和固体温度值, 但是对超绝热燃烧机理的预示, 只能做定性的分析。与实验

和数值研究相比,理论分析则对超绝热燃烧机理的研究显得思路清楚直观。

文献^[4]是通过分析过剩焓函数的方法,着重研究了过剩焓函数的影响因素。本文首先给出描述燃烧波传播的数学模型,以 Zhdanok 等^[1]的实验为原型,在假设气固相处于局部热平衡的条件下,从理论上分析填充床内温度场的数学表达式,利用傅立叶变换,推导适合于预混气体多孔介质中燃烧温度场函数的通用解,从燃烧波与热波叠加的角度来初步探讨超绝热燃烧的形成机理。

2 理论分析

2.1 控制方程

基于实验中燃烧器良好的绝热,不考虑系统通过燃烧器壁面的热损失,采用一维模型进行理论分析。为了简化起见,研究中做如下假设:忽略扩散效应引起的组分和能量扩散;多孔介质为各向同性的、惰性的光学厚介质;混合气体为理想气体,气体在多孔介质中的流动为层流。

基于上述假设,则控制方程为:

气体组分守恒方程:

$$\varepsilon \rho_g \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \varepsilon \rho_g u_g \frac{\partial Y_i}{\partial x} + \varepsilon \dot{\omega} = 0 \quad (1)$$

混合气能量守恒方程:

$$\varepsilon \rho_g c_g \frac{\partial T_g}{\partial t} + \varepsilon \rho_g c_g u_g \frac{\partial T_g}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) + h_v (T_s - T_g) + \varepsilon Q \dot{\omega} \quad (2)$$

多孔介质能量守恒方程:

$$(1-\varepsilon) \rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \lambda_{eff} \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + h_v (T_g - T_s) \quad (3)$$

其中: u_g —混合气体流速; T_g , T_s —混合气体和多孔介质固体温度; c_g , c_s —混合气体和多孔介质比热容; ε —孔隙率; h_v —气固两相间的对流换热系数; Q —燃料低热值; 有效导热系数 $\lambda_{eff} = \lambda_s + \lambda_{rad}$, λ_s 为多孔介质导热系数, λ_{rad} 是氧化铝小球的辐射折合导热系数^[6],

$$\lambda_{rad} = (32\varepsilon\sigma d / 9(1-\varepsilon)) T_s^3,$$

其中: σ —stefan-Boltzmann 常数, d —小球直径; 本文以甲烷为例,给出具体的形式,甲烷化学反应简

化为单步总包反应^[7], 甲烷消耗率为: $\dot{\omega} = \rho_g Y_{CH_4} A \exp(-E / RT_g)$, A —指数前因子; E —活化能; R 为气体通用常数; Y_{ch4} —甲烷质量分数。

2.2 燃烧波与热波的叠加

Zhdanok 等^[1]基于热波与燃烧波叠加的思想,实验研究了稀预混气体的超绝热燃烧,为了从理论上深入理解热波与燃烧波的叠加,分析超绝热燃烧的形成机理,需要对燃烧器内的温度场作进一步的分析。为了便于推导,对数学模型的控制方程(2)、(3)做进一步的简化:假设气固两相之间的换热系数很大且换热时间尺度很小,于是二者很快达到热平衡,故认为气固相温度处于局部热平衡,即采用单温模型;与固体相比,气体的导热系数很小,忽略混合气体的导热项,即忽略方程(2)中的二阶项。

方程(2)、(3)相加,除以 $(1-\varepsilon)\rho_s c_s$, 注意到: $(1-\varepsilon)\rho_s c_s / \varepsilon \rho_g c_g \cong 1000$, 同时引入热波速度^[1]

$$u_t = \frac{\varepsilon \rho_g c_g u_g}{(1-\varepsilon)\rho_s c_s} \quad (4)$$

得到单温模型温度场函数:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_t \frac{\partial T}{\partial x} = \Omega \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon \rho_g c_g \Delta T_{ad} \delta(x)}{(1-\varepsilon)\rho_s c_s} \quad (5)$$

$$\text{其中: } \Omega = \frac{\lambda_{eff}}{(1-\varepsilon)\rho_s c_s},$$

初始条件:

$$T(x, 0) = T^0(x) \quad (6)$$

文中设定燃烧器内初始的温度场函数 $T(x,0)$ 为预热后的温度场 $T^0(x)$, 求解方程(5), 连同初始条件(6), 数学上要求的边界条件为:

$$x \rightarrow -\infty, +\infty, T = 0; \frac{dT}{dx} = 0 \quad (7)$$

方程(5)利用傅立叶转换,并结合其初始条件(6)和边界条件(7),定义一个新的变量 $W(x,t)$, 使得

$$T(x,t) = W(x,t) \exp\left(\frac{u_t}{2\Omega} x - \frac{u_t^2}{4\Omega} t\right) \quad (8)$$

方程(5)简化为:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \Omega \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + g(x,t) \quad (9)$$

这里,

$$g(x,t) = \frac{\varepsilon \rho_g c_g \Delta T_{ad} \sigma(x)}{(1-\varepsilon) \rho_s c_s} \exp\left(-\frac{u_t}{2\Omega} x + \frac{u_t^2}{4\Omega} t\right) \quad (10)$$

相应的初始条件(6)成为:

$$W(x,0) = (T^0(x) - T_0) \exp\left(-\frac{u_t}{2\Omega} x\right) \quad (11)$$

对变量进行如下的 Fourier 变换,

$$\bar{W}(\kappa,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x,t) e^{i\kappa x} dx \quad (12)$$

上式带入方程(9)中, 整理为:

$$\frac{d\bar{W}}{dt} = -\Omega \kappa^2 \bar{W} + \bar{g}(\kappa,t) \quad (13)$$

对方程(11)进行 Fourier 变换, 整理为,

$$\begin{aligned} \bar{W}(\kappa,0) &= \bar{\varphi}(\kappa) = \\ \int_{-\infty}^{+\infty} (T^0(x) - T_0) \exp\left(-\frac{u_t}{2\Omega} x\right) \exp(i\kappa x) dx \end{aligned} \quad (14)$$

求解方程(13), 得到如下形式的解:

$$\bar{W} = \bar{\varphi}(\kappa) e^{-\Omega \kappa^2 t} + \int_0^t \bar{g}(\kappa,\tau) e^{-\Omega \kappa^2 (t-\tau)} d\tau \quad (15)$$

对上式进行逆 Fourier 变换, 得到:

$$W = F^{-1} \left[\bar{\varphi}(\kappa) e^{-\Omega \kappa^2 t} \right] + F^{-1} \left[\int_0^t \bar{g}(\kappa,\tau) e^{-\Omega \kappa^2 (t-\tau)} d\tau \right] \quad (16)$$

这里,

$$F^{-1} \left[\bar{\varphi}(\kappa) e^{-\Omega \kappa^2 t} \right] = F^{-1} \left[\bar{\varphi}(\kappa) \right] * F^{-1} \left[e^{-\Omega \kappa^2 t} \right],$$

其中,

$$F^{-1} \left[\bar{\varphi}(\kappa) \right] = (T^0(x) - T_0) \exp\left(-\frac{u_t}{2\Omega} x\right),$$

$$F^{-1} \left[e^{-\Omega \kappa^2 t} \right] = \frac{1}{\sqrt{4\pi\Omega t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\Omega t}\right)$$

方程(16)中右端第一项写为:

$$\begin{aligned} F^{-1} \left[\bar{\varphi}(\kappa) e^{-\Omega \kappa^2 t} \right] &= \frac{1}{\sqrt{4\pi\Omega t}} \int_{-\infty}^{+\infty} (T^0(x) - T_0) \times \\ \exp\left(-\frac{u_t}{2\Omega} \xi\right) \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4\Omega t}\right) d\xi \end{aligned}$$

方程(16)中右端第二项写为:

$$\begin{aligned} F^{-1} \left[\int_0^t \bar{g}(\kappa,\tau) e^{-\Omega \kappa^2 (t-\tau)} d\tau \right] &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^t \bar{g}(\kappa,\tau) e^{-\Omega \kappa^2 (t-\tau)} e^{-i\kappa x} d\tau d\kappa \\ &= \int_0^t \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{g}(\kappa,\tau) e^{-\Omega \kappa^2 (t-\tau)} e^{-i\kappa x} d\kappa d\tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^t F^{-1} \left[\bar{g}(\kappa,\tau) e^{-\Omega \kappa^2 (t-\tau)} \right] d\tau \\ &= \int_0^t g(x,\tau) * F^{-1} \left[e^{-\Omega \kappa^2 (t-\tau)} \right] d\tau \\ &= \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon \rho_g c_g \Delta T_{ad} \delta(\xi)}{(1-\varepsilon) \rho_s c_s} \exp\left(-\frac{u_t}{2\Omega} \xi + \frac{u_t^2}{4\Omega} \tau\right) \times \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{4\Omega\pi(t-\tau)}} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4\Omega(t-\tau)}\right) d\xi \end{aligned}$$

方程(16)中右端第二、第三项相加, 得到变量 $W(x,t)$

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{\sqrt{4\pi\Omega t}} \int_{-\infty}^{+\infty} (T^0(x) - T_0) \exp\left(-\frac{u_t}{2\Omega} \xi\right) \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4\Omega t}\right) d\xi \\ &\quad + \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon \rho_g c_g \Delta T_{ad} \delta(\xi)}{(1-\varepsilon) \rho_s c_s} \exp\left(-\frac{u_t}{2\Omega} \xi + \frac{u_t^2}{4\Omega} \tau\right) \times \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{4\Omega\pi(t-\tau)}} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4\Omega(t-\tau)}\right) d\xi \end{aligned} \quad (17)$$

方程(17)带入到方程(8)中, 整理为,

$$\begin{aligned} T(x,t) &= \frac{1}{\sqrt{4\pi\Omega t}} \int_{-\infty}^{+\infty} (T^0(x) - T_0) \exp\left(-\frac{(x-\xi-u_t t)^2}{4\Omega t}\right) d\xi \\ &\quad + T_0 + \frac{\varepsilon \rho_g c_g \Delta T_{ad}}{(1-\varepsilon) \rho_s c_s} \exp\left(\frac{u_t}{2\Omega} x - \frac{u_t^2}{4\Omega} t\right) \times \\ &\quad \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\xi) \exp\left(-\frac{u_t}{2\Omega} \xi + \frac{u_t^2}{4\Omega} \tau\right) \frac{1}{\sqrt{4\Omega\pi(t-\tau)}} \times \\ &\quad \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4\Omega(t-\tau)}\right) d\xi d\tau \end{aligned} \quad (18)$$

方程(18)中右端最后一项整理为:

$$\begin{aligned} &\frac{\varepsilon \rho_g c_g \Delta T_{ad}}{(1-\varepsilon) \rho_s c_s} \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta(\xi)}{\sqrt{4\Omega\pi(t-\tau)}} \exp\left(-\frac{((x-\xi)-u_t(t-\tau))^2}{4\Omega(t-\tau)}\right) d\xi d\tau \\ &= \frac{\varepsilon \rho_g c_g \Delta T_{ad}}{(1-\varepsilon) \rho_s c_s} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{4\Omega\pi(t-\tau)}} \exp\left(-\frac{(x-u_t(t-\tau))^2}{4\Omega(t-\tau)}\right) d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

令 $t-\tau = \tau'$, 对上式做积分变换后整理为:

$$\frac{\varepsilon \rho_g c_g \Delta T_{ad}}{(1-\varepsilon) \rho_s c_s} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{4\pi\Omega\tau'}} \exp\left(-\frac{(x-u_t\tau')^2}{4\Omega\tau'}\right) d\tau' \quad (20)$$

上式带入(18)中, 得到

$$T(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\Omega t}} \int_{-\infty}^{+\infty} (T^0(x) - T_0) \exp\left(-\frac{(x-\xi-u_t t)^2}{4\Omega t}\right) d\xi +$$

$$T_0 + \frac{\varepsilon \rho_g c_g \Delta T_{ad}}{(1-\varepsilon) \rho_s c_s} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{4\pi\Omega\tau'}} \exp\left(-\frac{(x-u_t\tau')^2}{4\Omega\tau'}\right) d\tau' \quad (21)$$

方程(21)分解为两个函数 $T_1(x, t)$ 和 $T_2(x, t)$, 即

$$T(x, t) = T_1(x, t) + T_2(x, t) \quad (22)$$

其中,

$$T_1(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\Omega t}} \int_{-\infty}^{+\infty} (T^0(x) - T_0) \exp\left(-\frac{(x-\xi-u_t t)^2}{4\Omega t}\right) d\xi + T_0 \quad (23)$$

$$T_2(x, t) = \frac{\varepsilon \rho_g c_g \Delta T_{ad}}{(1-\varepsilon) \rho_s c_s} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{4\pi\Omega\tau'}} \exp\left(-\frac{(x-u_t\tau')^2}{4\Omega\tau'}\right) d\tau' \quad (24)$$

方程 (22) 是表征燃烧器内温度场的函数, 它的物理意义很明确: 方程中第一项是初始温度场 $T^0(x)$ (即热波) 对燃烧器内温度场的影响。可以看出, 随着时间的进行, 初始温度的影响逐步衰减, 其对整体温度场的影响逐步减小; 第二项是燃烧波前沿反应放热的影响。因此, 燃烧器内的温度场是热波和燃烧波二者共同作用的结果。也就是说, 超绝热燃烧是由热波和燃烧波共同叠加引起的, 这正是 Zhandok 等^[1]实验的指导思想。

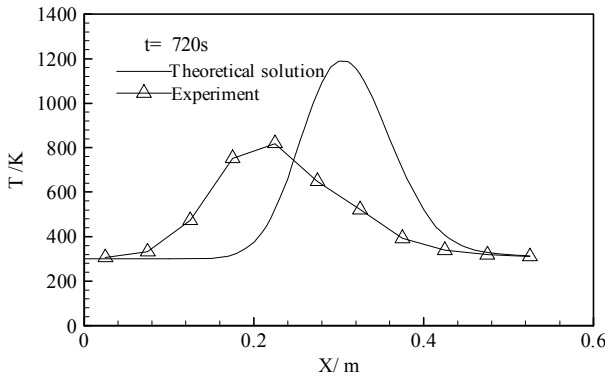


Figure 1. Comparison between theoretically predicted Thermal wave and experimental results ($u_g=0.43\text{m/s}, \beta=0, t=720\text{s}$)
图 1 热波传播的实验值与理论解的比较 ($u_g=0.43\text{m/s}, \beta=0, t=720\text{s}$)

3 结果与讨论

图 1 为热波传播的理论解与实验值的比较。利用方程(3.4)计算的热波传播速度比实验值大, 最高温度也相应地高于实验值, 其中理论模型中没有考虑热损失导致高温区域温度值高于实验值。

4 结论

基于单温模型, 推导出了预混气体多孔介质中燃烧的温度场函数。通过理论分析, 利用傅立叶变换, 得到了温度场函数的解: 热波作用的温度场函数与燃烧波作用的温度场函数之和, 从而解析地证实了预混气体多孔介质中超绝热燃烧的机理是热波与燃烧波叠加的结果, 为进一步理论分析预混气体多孔中的超绝热燃烧提供了基础。

References (参考文献)

- [1] Zhdanok S A, Kennedy L A, Lawrence G E, Superadiabatic combustion of methane air mixtures under filtration in packed bed[J], *Combustion and Flame*, 1997, 100: 221-231.
- [2] Hoffmann J G, Echigo R, Yoshida, Experimental study on combustion in porous media with a reciprocal flow system[J], *Combustion and Flame*, 1997, 111: 32-46.
- [3] Howell J R, Hall M J, Ellzey J L, Combustion of hydrocarbon fuels within porous inert media[J]. *Prog. Energy Combust. Sci.* 1996, 22: 121-145.
- [4] Pereiar F A, Oliveira A A, Analysis of the combustion with excess enthalpy in porous media. Proceeding of the European Combustion Meeting 2003.
- [5] Kennedy L A, Bingue J P, Saveliev A et al. Chemical structures of methane-air filtration combustion waves for fuel-lean and fuel-rich Conditions. Proceeding of the combustion institute, 2000, 28: 1431-1438.
- [6] Futko S I, Mechanism of upper temperature limits in a wave of filtration combustion of gases, *Combustion, Explosion and Shock Waves*[J]. 2003, 39(2): 130-139.
- [7] FOUTKO S I, STANISLAV. Superadiabatic combustion wave in a diluted methane-air mixture under filtration in a packed bed. Twenty-sixth symposium (international) on combustion/The combustion institute, 1996: 3377-3382.
- [8] Aldushin A P, Rumanov L E, Matkowsky B J, Maximal energy accumulation in a superadiabatic filtration combustion wave[J]. *Combustion and Flame*, 1999, 118: 76-90.