A Simplified Diagram in Theorial Teaching of 'Signal and System'

XU Yan, CHANG Rui, CAO Wensi

College of Electric Power, North China University of Water Consevancy and Electric Power, Zhengzhou, China

Abstract: In the course 'Signal and system', the transform domain approach, which is abstract, is difficult for beginner to study. The problem is that periodic signals' Fourier series and aperiodic singals' Fourier transform are indispensable. Taking continuous-time signals' Fourier transform for example, in this paper, we will build a flow diagram in which the transform's general approach is visual and also, abstract questions will become visual and easy to understand. At the same time, teaching quality is improved.

Keywords: continuous-time signals; periodic signal; aperiodic signal; Fourier Transform

信号与系统理论教学简化流程一例

徐　燕，常　瑞，曹文思

华北水利水电学院 电力学院， 郑州， 中国， 450011

摘　要：信号与系统在变换域的分析比较抽象，对于初学者显得较难。本文以连续时间信号的傅里叶变换为例，通过建立一般连续时间信号的傅里叶变换流程图，直观地说明了求解连续时间信号的傅立叶变换的一般步骤，明确了周期信号、非周期信号的傅立叶分析流程，把抽象的问题通过流程图直观地表达出来,提高了教学质量。

关键词：连续时间信号；周期信号；非周期信号；傅立叶级数；傅立叶变换

信号与系统是电学类专业的一门重要专业基础课程。该课程理论性强、公式推导多，要求一定的数学基础，学生普遍反应该课程难学难懂。该课程主要讲述了两大类信号与系统：连续型和离散型；三个变换：傅里叶变换、拉普拉斯变换和 Z 变换。其中，傅里叶变换既适用于连续型信号与系统，又适用于离散型信号与系统；拉普拉斯变换仅适用于连续型信号与系统；Z 变换仅适用于离散型信号与系统。

本文以一般信号的傅里叶变换这个重要部分为例，通过理论公式推导，总结出了一般信号的傅里叶变换的求解步骤和求解流程图。通过步骤分解和流程图的建立，帮助学生加深理解，深入浅出，提高信号与系统的教学质量[1-3]。

1 信号的分类[4-7]

根据信号是否具有周期性，可以将信号分为周期信号和非周期信号。非周期信号可以被看成是一个特殊的周期信号，即周期 $T=\infty$ 的周期信号。

根据信号的自变量取值是否连续，可以将信号分为连续时间信号和离散时间信号。

2 周期信号的分解[4-7]

1807 年，法国数学家傅立叶（Fourier）在研究物体的温度分布时，发现成谐波关系的正弦函数级数非常有用，并断言：任何周期信号都可以用这样的级数的线性组合来表示!经过努力，傅立叶的断言得到了证明，结论是：任何周期信号都可以表示为成谐波关系的复指数信号的线性组合。以连续时间周期信号 $x_T(t)$ 为例，上述结论可通过以下公式表示：

$$x_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_k e^{jkw_0 t} \tag{1}$$

其中，T 为 $x_T(t)$ 的基波周期，w_0 为 $x_T(t)$ 的基波频率，a_k 为周期信号的傅立叶级数系数，$K\in Z$，a_k 的求解公式如下：

$$a_k=\frac{1}{T}\int_T x_T(t)e^{-jkw_0 t}dt \tag{2}$$

3 非周期信号的傅里叶变换[4-7]

根据周期信号的分解，我们可以得出非周期信号的傅里叶变换。如前所述，非周期信号 $x(t)$ 可以看成是周期信号 $x_T(t)$ 在 $T\to\infty$ 条件下的极限。

978-1-935068-04-4

由式（2）可知：

$$Ta_k = \int_T x(t) e^{-jkw_0 t} dt$$

$$= \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jkw_0 t} dt \xrightarrow{T\to\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-jw\,t} dt \tag{3}$$

令 $x(t)$ 的傅里叶变换为 $x(jw)$，$x(t) \xrightarrow{f} x(jw)$。定义：

$$X(jw) = Ta_k \tag{4}$$

则:

$$X(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-jw\,t} dt \tag{5}$$

即得出了非周期信号的傅里叶变换。

根据（4）式，可知：

$$a_k = \frac{1}{T} X(jkw_0) \tag{6}$$

结合（1）式、（6）式

$$x_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} X(jkw_0) e^{jkw_0 t} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(jkw_0) e^{jkw_0 t} w_0 \tag{7}$$

对（7）式两端在 $T \to \infty$ 的条件下求极限：

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(jw) e^{jwt} dw \tag{8}$$

4 周期信号的傅里叶变换[4-7]

已知一个冲激 $X(jw) = 2\pi\delta(w-w_0)$，根据（8）式求其傅里叶反变换：

$$x(t) = e^{jw_0 t}$$

即 $2\pi\delta(w-w_0) \xrightarrow{f^{-1}} e^{jw_0 t}$

根据傅里叶变换的线性性质，

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi a_k \delta(w-kw_0) \xrightarrow{f^{-1}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jkw_0 t} \tag{9}$$

如前所述，一个周期信号可以分解为傅里叶级数的形式。综合（1）式和（9）式，可知周期信号的傅里叶变换：

$$x_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jkw_0 t}$$
$$X_T(jw) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi a_k \delta(w-kw_0) \tag{10}$$

5 总结

通过上述内容，我们给出了连续时间周期信号和非周期信号的傅里叶变换求解过程及结果。对于一个一般的信号 $x(t)$，其傅立叶变换的求解步骤为：

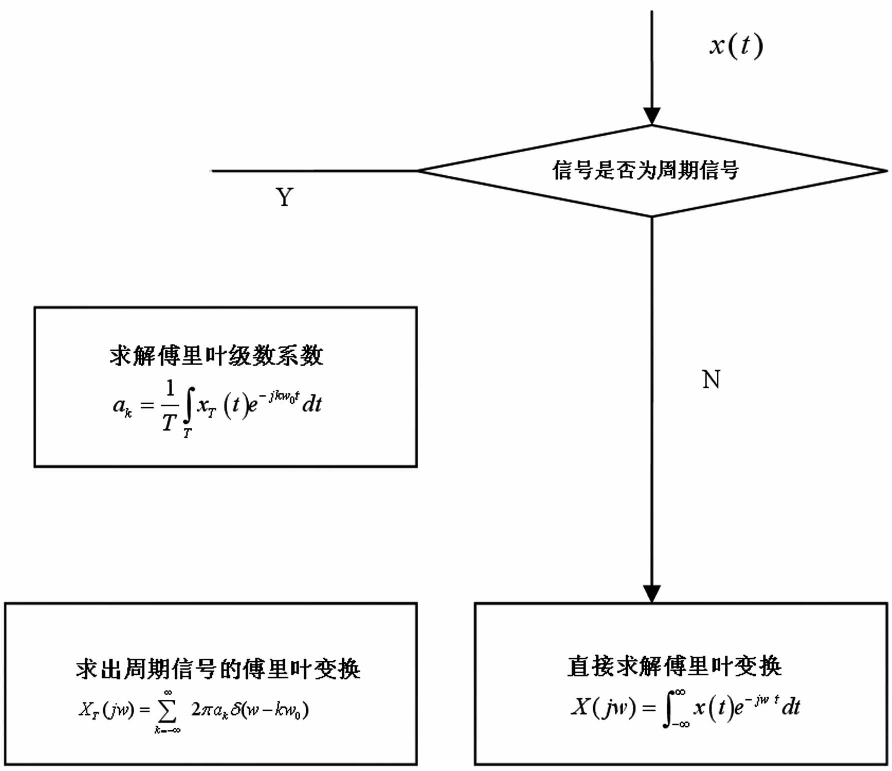

Figure 1. The flow diagram fr general signal's Fourier transform

图 1. 一般信号傅里叶变换求解流程图

(1) 判断 $x(t)$ 是否为周期信号

(2) 如果是，则根据周期信号的分解理论，求出周期信号的傅里叶级数系数，如（2）式；然后根据（10）式求出周期信号的傅里叶变换；

(3) 如果否，则根据（5）式求解其傅里叶变换。

其傅里叶变换的求解可用图一的流程图描述：

利用信号的周期性，将傅立叶分析由周期信号转到非周期信号，又转回到周期信号，简称“两个转换”。在理论、思维转换的过程中，很多初学者感到抽象、繁琐。如果只是进行公式推到，两个转换转一遍之后，学生们是一头雾水。一般信号傅里叶变换求解流程图的建立，能够使学生对周期信号的分解、周期信号的傅里叶级数、非周期信号的傅里叶变换、周期信号的傅里叶变换有初步的、清晰的认识。

6 结论

一般信号的傅立叶变换的求解步骤的给出、流程图的建立，具有可视化和逻辑性强的优点，使一般信号的傅里叶变换求解可视化，让学生有一种柳暗花明的感觉。不但加深了印象，而且激发了学习兴趣，极大地提高了教学效果和教学质量。

References (参考文献)

[1] 宁元中. 美国麻省理工学院“信号与系统”, 2001 年秋教学情况简介. 电气电子教学学报, 2002(6).

[2] 李学桂. 关于“信号与系统”课程的几个问题[J]. 电气电子教学学报, 2004(4).

[3] 范钦珊. 以内容方法技术为重点深化课程教学改革[J]. 中国高等教育, 2004(1).

[4] 王玲花. 信号与系统[M]. 机械工业出版社, 2009.

[5] 刘树棠译. 信号与系统第二版[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002.

[6] 郑君里. 信号与系统[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.

[7] 吴大正. 信号与线性系统分析[M]. 城市: 高等教育出版社, 2005.

978-1-935068-04-4 © 2009 SciRes.