

Research On Measuring Laser Beam Wavefront With Radial Shearing Interferometer

Chun-Yan Zheng, Sheng Feng, Jian Wu

School of opto-electronic information, university of electronic science and technology of china, Chengdu, China
e-mail zhengchunyan313@tom.com

Abstract: The great development of radial shearing interferometer has achieved after several decades' study, and it is widely used in the field of testing of optics information. The principle of radial shearing interferometer is presented in the article. Fourier transform method for extracting phase information by analyzing the special carrier fringe pattern is introduced, as well as an iterative algorithm for the misshapen wavefront reconstruction. A computer simulation of these algorithms shows that the proposed algorithms can reconstructing misshapen wavefront accurately and the mean of errors between reconstructing wavefront and misshapen one is only 0.0315rad.

Keywords: radial shearing interferometer; wavefront reconstruction; fourier transform method; testing of optics information

径向剪切干涉测量激光束波前的研究

郑春艳, 冯胜, 吴健

电子科技大学光电信息学院, 成都, 中国, 610054
E-mail zhengchunyan313@tom.com

【摘要】 经过几十年的研究, 径向剪切干涉仪近年来得到了迅速的发展, 被广泛应用在光信息检测领域中。文章详细阐述了径向剪切干涉仪的工作原理, 介绍了傅立叶变换空间载波条纹相位提取方法, 以及畸变波前的重构算法。对算法进行了计算机模拟, 结果表明该方法能够精确的恢复畸变波前相位, 误差均值仅为 0.0315rad。

【关键词】 径向剪切干涉; 波前重构; 傅里叶变换法; 光信息检测

1 引言

径向剪切干涉仪 (Radial Shearing Interferometer, RSI) 的原理最早提出于 20 世纪六七十年代, 通过分析经过径向剪切干涉仪后扩束和缩束的两束光重叠区域形成的干涉条纹, 可以获得入射待测光束的波前信息。1964 年, Murty 首先提出了基于开普勒望远系统的环路径向剪切干涉仪^[1], 其优点是剪切比可以任意调整, 能够适合不同畸变波前的检测要求。1984 年, Hariharan^[2] 等建立了数字式径向剪切干涉仪, 并采用了 Zernike 多项式拟合待测光束的波前。2000 年, 美国 Auckland 大学的 Cheung CL^[3] 等人提出了基于光栅和压电陶瓷移相技术的径向剪切干涉仪, 采用“四步移相算法”来实现干涉条纹的实时采集和处理, 提高了干涉仪的工作效率和测量精度。

径向剪切干涉法是干涉法中的一种很重要的方法, 已在很多领域有广泛的应用, 如光学系统和光学器件

的检测、温度和气体流动的研究、脉冲波前的高速测量。径向剪切干涉法用于检验面形有其独特的优点: (1) 不需要单独的参考表面; (2) 对气流和温度的扰动、机械振动等因素不敏感; (3) 以往用经典干涉法检验非球面的一个难题是干涉图中条纹太密以致于无法精确测量, 应用径向剪切干涉法通过适当控制剪切比能够减少干涉图中的条纹数, 用光电接收及计算机处理技术直接给出实测的波差值。因此在非球面检测领域, 径向剪切干涉法受到越来越多科研工作者的青睐。但是, 剪切干涉方法也存在一定的不足, 由于所采用的参考光波是物光波变形而得, 而不是通常情况下的平面波, 所以从所得的干涉条纹无法直接反映出待测波面的形状。

2 径向剪切干涉技术的光学原理

径向剪切干涉是一种波前错位干涉, 它是用一定的装置将一个具有空间相干性的波前分裂成两个相似

的波前：扩束波前和缩束波前，这两个波前具有一定量的相位错位，在重叠区域形成一组干涉条纹。原理如图 1 所示：

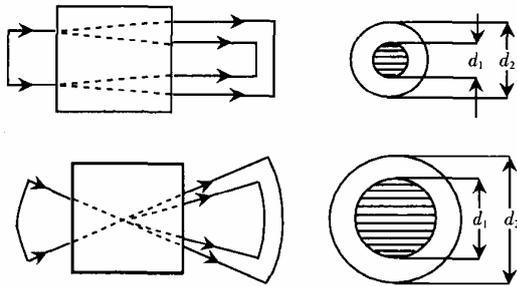


图 1. 径向剪切干涉原理图

假定一个 k 阶原始波面可由下式表示^{[4][5]}：

$$w(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n \rho^n (a_{nl} \cos l\theta + b_{nl} \sin l\theta) \quad (1)$$

式中 ρ, θ 是极坐标, $n \geq l$ 且 n 和 l 具有相同的奇偶性。

假定其中一个波面的压缩率 ($S_c \leq 1$) :

$$S_c = \rho : \rho' \quad (2)$$

式中 ρ 为干涉图中某点的径向距离与原始波面最大半径之比, ρ' 为同一点的径向距离与收缩波面最大半径之比。因此收缩波面可以由下面方程表示：

$$w(\rho', \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n \rho'^n (a_{nl} \cos l\theta + b_{nl} \sin l\theta) \quad (3)$$

用同样的方式可得到放大率 ($S_e \geq 1$) :

$$S_e = \rho : \rho'' \quad (4)$$

因此放大波面可表示为：

$$w(\rho'', \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n \rho''^n (a_{nl} \cos l\theta + b_{nl} \sin l\theta) \quad (5)$$

这样反应两波面光程差 (OPD) 的径向剪切干涉条纹可表示为：

$$\begin{aligned} OPD(\rho, \theta) &= w(\rho', \theta) - w(\rho'', \theta) \\ &= \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n (\rho'^n - \rho''^n) (a_{nl} \cos l\theta + b_{nl} \sin l\theta) \\ &= \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n (1 - \beta^n) \rho'^n (a_{nl} \cos l\theta + b_{nl} \sin l\theta) \end{aligned} \quad (6)$$

式中的 $\beta = S_c : S_e$ 为径向剪切系数。当 $\beta^n \rightarrow 0$ 时, $OPD(\rho, \theta)$ 反映的就是缩小波面的位相信息, 其物理解

释是当被测原始波面放大到一定程度时, 它就接近变成一个平面波, 则径向剪切干涉仪就类似一个普通的泰曼-格林干涉仪。该干涉仪所要检测的波面就是径向剪切中缩小的被检波面。因此, 径向剪切干涉在干涉区域所产生的干涉条纹接近为沿着 x 轴等间距分布的直条纹。根据 Twyman-Green 干涉仪我们可以得到当偏差项 (n, l) 给定时径向剪切干涉仪的灵敏度：

$$\delta_{n,l} = \frac{dOPD / d\rho'}{dW(\rho', \theta) / d\rho'} = 1 - \beta^n \quad (7)$$

对于较高次项, 灵敏度总是趋近于 1, 而且非常接近 1, 正因为这样, 这种干涉图非常接近于直接表示波相差。因此从干涉条纹能够得到的只是剪切波前相位差, 还需要对其进行相位重构运算方可得到原始畸变波前的相位分布。

3 傅立叶变换空间载波条纹的相位提取

为便于信息的提取, 通常把干涉条纹图调制到载波上。空间域的相位调制技术一般用将波面倾斜的方法对干涉场引入线性载波调制。它只需要一幅空间载波条纹图, 适合于分析动态事件或者外界存在扰动的情况, 并且不需要特别地载波产生装置。傅立叶变换法是 Takeda 等人提出^[6], 目前广泛应用于光载波条纹图的处理, 其原理如下：

经过线性载波调制的干涉场分布可表示为：

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)] \quad (8)$$

其中假定条纹沿着 x 方向, $a(x, y), b(x, y)$ 分别为背景光强和条纹调制强度函数, $\phi(x, y)$ 为剪切波前的相位分布, 与引入的空间载频 f_0 相比, 可以认为他们是缓变的。干涉强度分布可改写为：

$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y) \exp(2\pi i f_0 x) + c^*(x, y) \exp(-2\pi i f_0 x) \quad (9)$$

$$c(x, y) = (1/2)b(x, y) \exp[i\phi(x, y)] \quad (10)$$

其中, *代表复共轭。对 $g(x, y)$ 的变量 x 进行傅立叶变换, 得：

$$G(f, y) = A(f, y) + C(f - f_0, y) + C^*(f + f_0, y) \quad (11)$$

由于光载波的调制作用, 上式中的三项在频谱上分开。利用频域中心为 f_0 的带通滤波器获得旁瓣谱项 $C(f - f_0, y)$, 并通过频移得到 $C(f, y)$, 再进行逆傅立叶变换得到 $c(x, y)$ 。这样由上面 $c(x, y)$ 的表达式得到剪切波前的相位分布：

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \frac{\text{Re}[c(x, y)]}{\text{Im}[c(x, y)]} \quad (12)$$

傅立叶变换法是在先得到整个频谱信息的基础上，再通过滤波进行分离，整个过程都是复数运算。由于滤波的作用，使其受伪条纹和其它噪音的影响比较小。如果事先可以对纯载波干涉条纹图进行分析，得出载波相位分布，然后再分析受调制的载波条纹图，两者相减即可移出频谱，同时还消除了由于干涉测量所造成的系统误差对所提取信息的影响，进一步提高精度。本文即采用这种方法。

4 波前重构

由前面的分析可知，径向剪切干涉仪是由被检波面通过缩扩束产生干涉的，由其干涉图可以得到剪切波前的相位分布，再进行相应的相位重构运算即可得到原始畸变波前的相位分布。

由剪切波前重构被检畸变波前，以前的处理方法是把环路径向剪切干涉图认为是一幅泰曼—格林干涉条纹图，即将扩大的波前认为是一平面波。这种方法在波前含有突变结构时是欠妥当的。现今常采用较为精确的迭代算法^[7]。本文即采用这种方法。

假设待测的缩束波面为 $\phi(\rho, \theta)$ ，则缩扩波面的程差即剪切波面可表示为：

$$OPD(\rho, \theta) = \phi(\rho, \theta) - \phi(\beta\rho, \theta) \quad (13)$$

不断放大这两个波面得：

$$OPD(\beta\rho, \theta) = \phi(\beta\rho, \theta) - \phi(\beta^2\rho, \theta) \quad (14)$$

$$OPD(\beta^2\rho, \theta) = \phi(\beta^2\rho, \theta) - \phi(\beta^3\rho, \theta) \quad (15)$$

.....

$$OPD(\beta^n\rho, \theta) = \phi(\beta^n\rho, \theta) - \phi(\beta^{n+1}\rho, \theta) \quad (16)$$

将式(13)和式(14)相加得：

$$OPD(\rho, \theta) + OPD(\beta\rho, \theta) = \phi(\rho, \theta) - \phi(\beta^2\rho, \theta) \quad (17)$$

将式(15)和式(17)相加得：

$$OPD(\rho, \theta) + OPD(\beta\rho, \theta) + OPD(\beta^2\rho, \theta) = \phi(\rho, \theta) - \phi(\beta^3\rho, \theta) \quad (18)$$

依此类推得到：

$$\sum_{i=0}^{n-1} OPD(\beta^i\rho, \theta) = \phi(\rho, \theta) - \phi(\beta^n\rho, \theta) \quad (19)$$

由上式可以看出，当迭代次数 n 大到一定程度时，波面接近于平面波，而 $OPD(\beta^i\rho, \theta)$ 可以通过将干涉条纹所获得的数据在径向不断扩大得到，从而获得真正的被检测波面 $\phi(\rho, \theta)$ 。

5 仿真结果

为检验上述算法的有效性，对振幅和相位都有剧烈畸变的原始波面通过一个 $\beta = 1/4$ 的剪切干涉系统的情况进行模拟。仿真得到载波条纹及剪切条纹如图 2、3 所示。畸变波面的相位分布情况如图 4 所示（采样点数为 1024×1280 ），振幅分布情况与相位相同，只进行了归一化处理。由傅立叶变换法及迭代算法得到重构的波前相位分布如图 5 所示，重构波前偏离原始波前的误差均值仅为 0.0315rad，说明本文采用的算法是正确有效的。

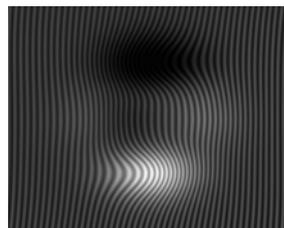


图 2. 载波条纹

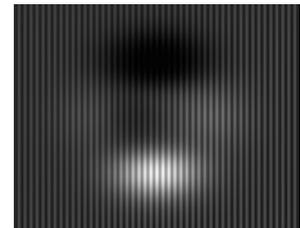


图 3. 剪切条纹

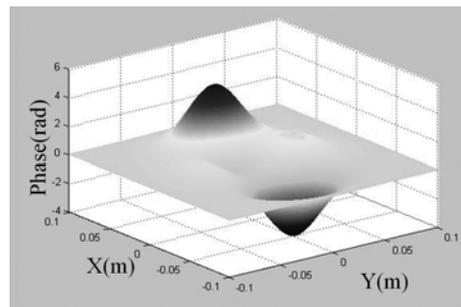


图 4. 畸变波前相位

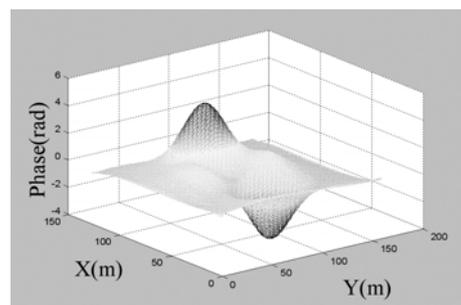


图 5. 重构波前相位

6 结论

本文介绍了径向剪切干涉仪的原理，对傅立叶变换空间载波相位提取方法及波前重构算法进行了数值模拟，给出了仿真结果，验证了算法的有效性。

借助神经网络算法优化，利用光纤分路补偿，还可进一步提高径向剪切干涉仪的精度，使其更好地应

用于光学系统和光学器件的检测、温度和气体流动的研究、脉冲波前的高速测量等领域，特别是在微细结构、精密部件的测量方面发挥更大作用。

致谢

感谢刘艺老师及何武光同学的帮助。

References (参考文献)

- [1] M.V.R.K.Murty, A Compact Radial Shearing Interferometer Based On the Law of Refraction[J], Appl. Opt., 1964, 3(7), P853-857.
- [2] P.Hariharan., Oreb B F, Zhou W Z, Measurement of Aspheric Surfaces Using A Microcomputer-Controlled Digital Radial-Shear Interferometer[J], Opt. Acta, 1984, 31(9), P989-999.
- [3] Cheung D C L, Haskell T G, Barnes T H., High-Speed Phase Stepping Radial Shear Interferometer for Near-Real-Time Display of Laser Wavefront Shape[J], Opt. Eng., 2000, 25(8), P385-392.
- [4] M.V.R.K.Murty, R.P.Shukla, Radial Shearing Interferometers Using A Laser Source [J], Appl. Opt., 1973, 12(11), P2765-2767.
- [5] P.Hariharan, Lateral and Radial Shearing Interferometers: A Comparison [J], Appl. Opt., 1988, 27(17), P3594-3596.
- [6] Takeda M, Ina H, Kobayashi S, Fourier-Transform Method of Fringe-Pattern Analysis for Computer-Based Topography and Interferometry[J], J Opt. Soc.am, 1982, 72(1), P156-160.
- [7] 李大海, 陈怀新, 陈祯培, 径向剪切干涉法的波前重建算法和不同倍数下重建精度的研究[J], 中国激光, 2002, 29(6), P503-508. Li Dahai, Chen Huaixin, Chen Zhenpei, Algorithm and Accuracy Study of Wavefront Reconstruction with Different Amplification Ratio Based On the Cyclic Radial Shearing Interferometer [J], Chinese Journal of Lasers, 2002, 29(6), P503-508 (Ch).