

A Group Successive Interference Canceller based on the Diagonal Loading Detection

Dong-hong Zhang^{1,2}, Gui-sheng Liao²

1. Department of Applied Mathematics, Ankang University, Ankang, Shaanxi 725000, China

2. Key Laboratory for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China

1. e-mail zdh7218@sina.com.cn, 2. e-mail guishengliao@xidian.edu.cn

Abstract: The diagonal loading detection method is proposed, which is proved to equivalent to the minimum mean-square error (MMSE) detection method when the diagonal loading quantity is optimal. A group successive interference canceller based on the diagonal loading detection (DSIC) is presented, which implements the MMSE detection through the diagonal loading detector instead of the matched filter (MF) in the conventional SIC detector. An updating algorithm for matrix inversion is proposed by the relation between the correlation matrix of the former stage and that of the latter stage, which greatly decreases the computation complexity. Simulation results show that the DSIC reduces demodulation delays and achieves BER performance better than the conventional SIC, the decorrelator, and the MMSE detector.

Keywords: successive interference cancellation; diagonal loading; MMSE detection; group detection; BER performance

基于对角加载检测的分组 SIC 多用户检测器

张东红^{1,2}, 廖桂生²

1. 安康学院应用数学系 陕西, 安康 725000

2. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 陕西, 西安 710071

1. E-mail zdh7218@sina.com.cn, 2. E-mail guishengliao@xidian.edu.cn

【摘要】给出了与传统最小均方误差(MMSE)多用户检测算法等价的对角加载检测算法。提出了基于对角加载检测的串行干扰消除检测器(DSIC), 不同于传统串行干扰消除检测器(SIC)每一级对最强用户进行匹配滤波检测, DSIC每一级使用对角加载检测算法对用户分组检测, 使分组用户的输出信干比最大, 从而实现MMSE检测。基于前后级相关矩阵的结构关系, 给出了对角加载检测线性算子的更新算法, 分析了该算法的复杂度。理论分析和仿真实验表明, DSIC减小了解调延迟, 比传统SIC, 解相关检测器以及MMSE检测器具有更好的误码性能。

【关键词】 串行干扰消除; 对角加载; MMSE 检测; 分组检测; 误码性能

1 引言

多用户检测技术^[1]能从根本上消除多址干扰, 提高系统性能, 在过去的十多年里, 得到了深入的研究^[2-9]。在线性多用户检测器中, 最小均方误差(MMSE)多用户检测器^[2]综合考虑了多址干扰和噪声的影响, 其线性算子的选取基于均方误差最小化准则, 具有比匹配滤波检测器和解相关检测器更好的误码性能。但是MMSE检测器的线性算子涉及矩阵求逆运算且与干扰功率有关, 不便于更新。在干扰消除技术的应用中, 串行干扰消除检测器(SIC)^[3]具有较强的抗远近效应能力, 在性能上比传统检测器有较大提高, 实现较为

简单, 受到了广泛关注^[3-5]。传统SIC是一种基于信号重构的干扰抵消方式, 操作顺序基于最强信号最先检测原则, 每一级使用匹配滤波检测, 下一级误码性能受到上一级检测影响, 因此, 要提高SIC的误码性能, 对每一级检测性能的改善是必要的。

对于实际系统而言, 具有较高性能和较低计算复杂度的多用户检测器有着非常重要的应用价值, 因此, 人们在提高系统性能的同时, 在降低多用户检测器的计算复杂度方面做了大量的研究工作^[6-9]。在传统SIC每一级直接运用MMSE检测器替代匹配滤波检测器, 理论上能够进一步提高系统误码性能, 但是MMSE检测器的线性算子涉及矩阵逆运算导致计算复杂度过高而使得实际运用困难。为了使得MMSE检测在SIC实

现变得容易, 本文首先引入一个与 MMSE 检测器等价的线性检测器——对角加载检测器, 然后提出了基于对角加载检测的 SIC (DSIC), DSIC 通过使用对角加载检测器替代匹配滤波检测器, 在 SIC 中对用户分组实现 MMSE 检测。给出了 DSIC 每一级线性算子的更新算法, 该算法避免直接进行矩阵求逆运算。最后进行了仿真实验, 比较了 DSIC, 传统 SIC, 解相关检测器以及 MMSE 检测器误码性能。

2 信号模型

考虑具有 K 个活动用户的 DS-CDMA 系统的同步传输模型。在加性白高斯信道的情况下, 接收信号可以表示为^[1]:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k b_k s_k(t) + n(t), 0 \leq t \leq T$$

其中, A_k 和 $s_k(t)$ 分别表示第 k 个用户的信号幅度和扩频波形, 且 $\int_0^T s_k^2(t) dt = 1$ 。 b_k 表示第 k 个用户信息比特值, 是 ± 1 成等概分布的, 由持续时间为 T (码元周期) 的矩形脉冲组成。 $n(t)$ 为加性高斯白噪声, 功率为 σ^2 。对于某一个特定的比特, 匹配滤波器的输出为:

$$y_k = \int_0^T r(t) s_k(t) dt = A_k b_k + \sum_{i=1, i \neq k}^K A_i b_i \rho_{i,k} + n_k \quad (1)$$

这里, $\rho_{i,k} = \int_0^T s_i(t) s_k(t) dt$, $n_k = \int_0^T n(t) s_k(t) dt$ 。式 (1) 采用矩阵形式可表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{N} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_K]^T$, $\mathbf{R} = \{\rho_{i,k}\}$ 是用户特征波形的相关矩阵, $\mathbf{A} = \text{diag}[A_1, A_2, \dots, A_K]$,

$\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_K]^T$, $\mathbf{N} = [n_1, n_2, \dots, n_K]^T$ 。

3 对角加载检测器

传统 SIC 每一级对最强用户进行匹配滤波检测, 如果利用 MMSE 检测替代匹配滤波检测, 就能够进一步提高 SIC 的误码性能。由于 MMSE 检测器的线性算子 $\mathbf{L}_{MMSE} = (\mathbf{R} + \sigma^2 \mathbf{A}^{-2})^{-1}$ ^[2], 这意味着在 SIC 中每一级 MMSE 检测线性算子都需要更新, 更新过程涉及逆运算, 当用户数较大时, 计算复杂度大, 实际运用困难。为了能够在 SIC 中方便地实现 MMSE 检测, 我们首先引入一个线性检测器, 称为对角加载检测器, 其线性算子 $\mathbf{L}_d = (\mathbf{I} + \mathbf{D}\mathbf{R}^{-1})$, 其中 $\mathbf{D} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K)$ $\lambda_k \geq 0$ 为对角加载量, $k = 1, 2, \dots, K$; \mathbf{I} 是单位矩阵。

\mathbf{L}_d 左乘式 (2) 有:

$$\mathbf{L}_d \mathbf{y} = (\mathbf{R} + \mathbf{D})\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{L}_d \mathbf{N} \quad (3)$$

比较式 (2) 和式 (3) 可知, 对角加载检测器实现了对相关矩阵 \mathbf{R} 的对角加载。由于式 (3) 中噪声分量 $\mathbf{L}_d \mathbf{N}$ 的功率为 $\sigma^2 (\mathbf{D}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{D} + 2\mathbf{D} + \mathbf{R})$, 故在对角加载检测器中, 用户 k 的误码率 (BER) 可表示为:

$$P_e^{(k)} = Q \left(\sqrt{\frac{(1 + \lambda_k)^2 A_k^2}{\sum_{i \neq k, i=1}^K A_i^2 \rho_{i,k}^2 + \sigma^2 (\lambda_k^2 t_k + 2\lambda_k + 1)}} \right) \quad (4)$$

其中, $Q(x) = \int_x^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{t^2}{2}) dt$, t_k 是 \mathbf{R}^{-1} 的第 k 个对角线元素。从式 (4) 容易看出, 当 $\lambda_k \rightarrow +\infty$ 时, 对角加载检测器与解相关检测器等效; 当 $\lambda_k = 0$ 时, 对角加载检测器与匹配滤波检测器等效。记 $a_{ik} = A_i/A_k$, $\alpha_k = \sum_{i \neq k, i=1}^K a_{ik}^2 \rho_{i,k}^2$, $\beta_k = \frac{\sigma^2}{A_k^2}$, 式 (4) 可以改写为:

$$P_e^{(k)} = Q \left(\sqrt{f(\lambda_k)} \right) \quad (5)$$

其中, $f(\lambda_k) = \frac{(1 + \lambda_k)^2}{\alpha_k + \beta_k (\lambda_k^2 t_k + 2\lambda_k + 1)}$ 。方程 $\frac{df(\lambda_k)}{d\lambda_k} = 0$ 的根为:

$$\lambda_k^{opt} = \frac{\alpha_k}{\beta_k (t_k - 1)} \quad (6)$$

容易验证 λ_k^{opt} 使 $f(\lambda_k)$ 最大, 即用户 k 的输出信干比最大, 因此, 当对角加载量为 λ_k^{opt} 时, $P_e^{(k)}$ 最小, 称 λ_k^{opt} 为最佳加载量。由于传统 MMSE 检测器的线性变换等价于使线性变换器输出信干比最大^[2], 因此, 具有最佳加载量 λ_k^{opt} 的对角加载检测器与传统 MMSE 检测器等价。

显然, 与传统 MMSE 检测器的线性算子相比, 当信道变化时, 对角加载检测器线性算子的更新不再涉及矩阵求逆运算, 从而降低了计算复杂度。从式 (6) 容易看到, 远近效应越严重 (即 α_k 越大), 在高信噪比下, λ_k^{opt} 取值就越大, 此时, 与 MMSE 检测器等价的对角加载检测器就越接近解相关检测器, 这意味着, 在较严重的远近效应情形时, 高信噪比下的 MMSE 检测器可以用解相关检测器替代。

4 对角加载检测 SIC

为减少传统 SIC 解调延迟, 改善每一级检测性能, 我们给出对角加载检测 SIC (diagonal loading detection SIC), 简记 DSIC。DSIC 使用对角加载检测器替代传统 SIC 的匹配滤波检测器对用户分组检测。下面给出 DSIC 具体实现。

为保证组内用户的信号幅度相近, 在这里, 按照 DSIC 第一级的匹配滤波输出能量大小, 利用组距分组法对 K 个用户进行分组。不失一般性, 假设 K 个用户按照接收到的能量从大到小的排序依次为 $1, 2, \dots, K$,

共分 M 组, 第 j 组的用户数为 p_j , 记 $g_j = \sum_{i=0}^j p_i$, 其中, $p_0 = 0$ 。组内的用户序号依次可表示为 $g_{j-1} + 1, g_{j-1} + 2, \dots, g_j$ 。DSIC 第 j 级对第 j 组的所有用户进行判决, 此时, DSIC 具有 M 个解调延迟, 第 j 级有 p_j 个判决统计量。

设 DSIC 第 $j-1$ 级判决统计量为 $z_1^{j-1}, z_2^{j-1}, \dots, z_{p_{j-1}}^{j-1}$, 第 j 级的输入信号

$$r_j(t) = r_{j-1}(t) - \sum_{i=1}^{p_{j-1}} z_i^{j-1} s_{g_{j-2}+i}(t - jT + 2T)$$

$r_j(t)$ 通过相关器的输出 $\mathbf{y}_j = (y_1^j, y_2^j, \dots, y_{K-g_{j-1}}^j)^T$, 其中 $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}$ 。记 $\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}$, 删除 \mathbf{R}_j 的第 1 行和第 1 列后的矩阵为 \mathbf{R}_{j+1} , 那么 DSIC 第 j 级的相关矩阵为 $\mathbf{R}_{g_{j-1}+1}$, 取 DSIC 第 j 级对角加载检测线性算子为:

$$\mathbf{L}_j^d = \mathbf{I} + \mathbf{D}_j (\mathbf{E}_{p_j} \mathbf{R}_{g_{j-1}+1}^{-1}) \quad (7)$$

其中, $\mathbf{D}_j = \text{diag}(\lambda_1^j, \lambda_2^j, \dots, \lambda_{p_j}^j)$, $\lambda_i^j (i=1, 2, \dots, p_j)$

由式 (6) 给出; $\mathbf{E}_{p_j} = (\mathbf{e}_1^T, \mathbf{e}_2^T, \dots, \mathbf{e}_{p_j}^T)^T$ 是 $p_j \times (K - g_{j-1})$ 矩阵, 这里 $\mathbf{e}_j = (0, \dots, 1, \dots, 0)^T$ 为第 j 个分量为 1 的单位向量, 显然, $\mathbf{E}_{p_j} \mathbf{R}_{g_{j-1}+1}^{-1}$ 是删除 $\mathbf{R}_{g_{j-1}+1}^{-1}$ 第 $p_j + 1$ 行至最后一行的矩阵。此时, DSIC 第 j 级的判决统计量:

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{L}_j^d \mathbf{y}_j = (z_1^j, z_2^j, \dots, z_{p_j}^j)^T$$

用户 $(g_{j-1} + i)$ 的判决: $\hat{b}_{g_{j-1}+i} = \text{sgn}(z_i^j)$,

其中, $1 \leq i \leq p_j$ 。

DSIC 第 j 级的结构框图如下:

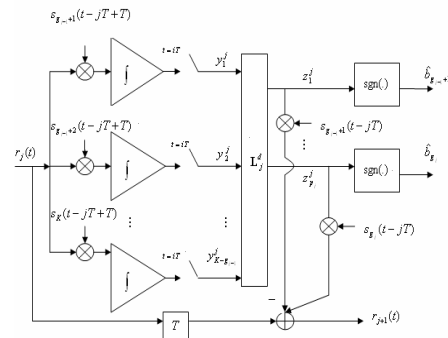


图 1. DSIC 的结构框图

由 DSIC 算法和对角加载检测器的性质可知, DSIC 在第 j 级对第 j 组的所有用户进行 MMSE 检测。考虑到只需要第 j 组用户的对角加载检测结果, 取 \mathbf{L}_j^d 作为 DSIC 第 j 级的对角加载检测线性算子来实现部分 MMSE 检测是合理的。

现在给出 \mathbf{L}_j^d 的更新算法。注意到式 (7), \mathbf{L}_j^d 的更新实际上归结为矩阵 $\mathbf{R}_{g_{j-1}+1}^{-1}$ 的更新。从相关矩阵 \mathbf{R}_{j-1} 和 \mathbf{R}_j 的结构关系可知:

$$\mathbf{R}_{j-1} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{r}_{j-1}^T \\ \mathbf{r}_{j-1} & \mathbf{R}_j \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中, \mathbf{r}_{j-1} 是一个 $K - j + 1$ 维的列向量。同理, 对逆矩阵 \mathbf{R}_{j-1}^{-1} 做相同的矩阵分块,

$$\mathbf{R}_{j-1}^{-1} = \begin{pmatrix} t_1^{j-1} & \mathbf{p}_{j-1}^T \\ \mathbf{p}_{j-1} & \mathbf{S}_{j-1} \end{pmatrix} \quad (9)$$

根据式 (8) - (9) 以及逆矩阵定义有:

$$\begin{pmatrix} 1 & \mathbf{r}_{j-1}^T \\ \mathbf{r}_{j-1} & \mathbf{R}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1^{j-1} & \mathbf{p}_{j-1}^T \\ \mathbf{p}_{j-1} & \mathbf{S}_{j-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (10)$$

展开式(10)得到:

$$t_1^{j-1} \mathbf{r}_{j-1} + \mathbf{R}_j \mathbf{p}_{j-1} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{r}_{j-1} \mathbf{p}_{j-1}^T + \mathbf{R}_j \mathbf{S}_{j-1} = \mathbf{I}$$

从而有:

$$\mathbf{R}_j^{-1} = \mathbf{S}_{j-1} - \frac{1}{t_1^{j-1}} \mathbf{p}_{j-1} \mathbf{p}_{j-1}^T \quad (11)$$

由式 (9) 和式 (11) 可知, \mathbf{R}_j^{-1} 由 \mathbf{R}_{j-1}^{-1} 生成, 式 (11) 为 \mathbf{R}_j^{-1} 的更新算法, \mathbf{L}_j^d 的更新算法通过式 (11) 实现。

DSIC 算法容易推广到多径传播环境。不妨假设有 L 个路径实现分集接收, 那么 DSIC 第 j 级中第 l 路径

的匹配滤波输出为 $\mathbf{y}_{lj} = (y_1^{lj}, y_2^{lj}, \dots, y_{K-g_{j-1}}^{lj})^T$, \mathbf{y}_{lj} 通过对角加载检测器的输出记为 $\mathbf{z}_{lj} = (z_1^{lj}, z_2^{lj}, \dots, z_{p_j}^{lj})^T$, 用 Rake 接收机按照最大比合并准则估计用户 $(g_{j-1} + i)$ 的发送数据:

$$\hat{b}_{g_{j-1}+i} = \text{sgn} \left(\text{Re} \left(\sum_{l=1}^L w_i^{lj} z_i^{lj} \right) \right)$$

其中, w_i^{lj} 为加权系数, $1 \leq i \leq p_j$, w_i^{lj} 是根据对应的信号能量在 L 个对角加载检测器输出的信号总能量中所占的比重来选择的。

5 更新算法计算量分析

上文给出了 DSIC 的相关矩阵求逆的更新算法。为了说明更新算法在降低运算量方面的效果, 我们对基于更新算法和基于矩阵求逆定义的常规算法计算 \mathbf{R}_j^{-1} 的计算量进行估计。由于乘法运算在具体实现中需要更多时间, 因此, 这里重点比较算法的乘法次数。对于 \mathbf{R}_j^{-1} , 常规算法所需要的乘法次数为 $O((K-j+1)^4)$, 即与相关矩阵维数的四次方为同一个数量级, 因此, 对于实际具有大量用户的 DS/CDMA 系统来说, 利用常规算法在 SIC 中实现 MMSE 检测是困难的。根据式 (11) 可知, DSIC 的 \mathbf{R}_j^{-1} 是利用 \mathbf{R}_{j-1}^{-1} 中向量 \mathbf{p}_{j-1} 与其转置向量的乘法获得, 因此, 更新算法所需要的乘法次数为 $O((K-j+1)^2)$, 与常规算法相比, 利用更新算法将使得计算量大为降低。特别地, 当信噪比发生变化时, DSIC 的线性算子 \mathbf{L}_j^d 仅仅涉及对角加载量的更新。而基于常规算法的 SIC 则需要重新计算线性算子 \mathbf{L}_{MMSE} 。

6 计算机仿真

考虑具有 5 用户的 DS/CDMA 系统, 扩频增益 $N=15$, 特征波形相关系数为:

$$\rho_{12} = \rho_{13} = -1/15, \rho_{14} = \rho_{15} = -\rho_{23} = \rho_{24} = \rho_{25} = 1/3, \rho_{34} = -7/15, \rho_{35} = -\rho_{45} = -1/5。$$

在该系统中, 用户信号幅度 $A_1=2A_2=2A_3=4A_4=4A_5$ 。

在 DSIC 中, 根据组距分组法把用户分成 3 组, 第一组用户序号为 {1}, 第二组 {2, 3}, 第三组 {4,5}。在 SIC 中, 按照用户序号的升序进行判决检测。

图 2—6 分别比较了 5 用户在 DSIC, SIC, 解相关检测器, 匹配滤波 (MF) 检测器以及 MMSE 检测器的误码性能。图 2 描述了用户 1 在各个检测器的误码率曲线。由于用户 1 是最强用户, 因此在 SIC 和 DSIC 的第 1 级获得判决。从图 2 可以看出, DSIC 和 MMSE

检测器的误码率曲线相吻合, 验证了具有最优加载量的对角加载检测器和 MMSE 检测器等价; 在所有检测器中, DSIC 和 MMSE 检测器的误码性能最好, 解相关检测器在信噪比大于 14dB 时的误码性能优于 MF 检测器 (即 SIC 第 1 级的检测器), 但在信噪比小于 14dB 时, 其误码性能比匹配滤波检测器要差, 这与高信噪比下解相关检测器性能较好而低信噪比下 MF 检测器性能较好这一定论相一致。

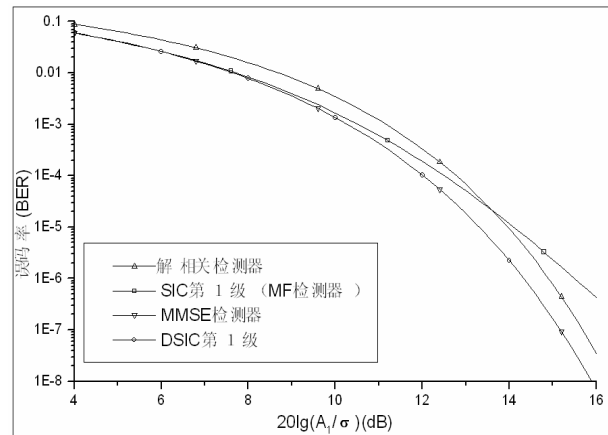


图 2. 用户 1 在各检测器的误码性能比较

比较 MMSE 检测器和解相关检测器的误码率曲线可知, 信号最强的用户 1 在 MMSE 检测器的误码性能明显地优于解相关检测器 (见图 2), 而其余用户在 MMSE 检测器和解相关检测器的误码性能相近 (见图 3—6), 特别地, 在图 5 和图 6 中, 受到远近效应影响最大的弱信号用户 4 和 5 在 MMSE 检测器和解相关检测器的误码性能非常接近, 该实验结果与本文第二节的结论相吻合。

在图 3 中, 用户 2 在 SIC (第 2 级) 的误码性能接近于 MF 检测器, 这表明经过一次干扰抵消, SIC 误码性能的改善并不理想。产生这种现象的根源在于最强用户 1 和较弱用户 2 的特征波形相关系数 ρ_{12} 很小, 用户 2 和具有相同幅度的用户 3 的特征波形相关系数 ρ_{23} 比较大, 从而导致用户 1 所产生的多址干扰在用户 2 的多址干扰中所占份额很小, 因此, 与 MF 检测器相比, 用户 2 在 SIC 中误码性能并没有通过抵消用户 1 的多址干扰而得到较大改善。

从图 2—图 6 可以看到, DSIC 由于分组检测, 比 SIC 有较少的解调延迟, 其误码性能远优于 SIC 和 MF 检测器。在图 3 和图 4 中, DSIC 第 2 级的误码性能 (即用户 2 和用户 3 在 DSIC 的误码性能) 与 MMSE 检测器和解相关检测器比较接近, 而在图 5 和图 6 中,

用户在 DSIC 第 3 级的误码性能得到了较大的改善, 此时, DSIC 与解相关检测器以及 MMSE 检测器在信噪比高出 1 ~ 2 dB 时的性能大致相当。整体上看, DSIC 比 MMSE 检测器和解相关检测器具有更好的抗远近效应的能力。

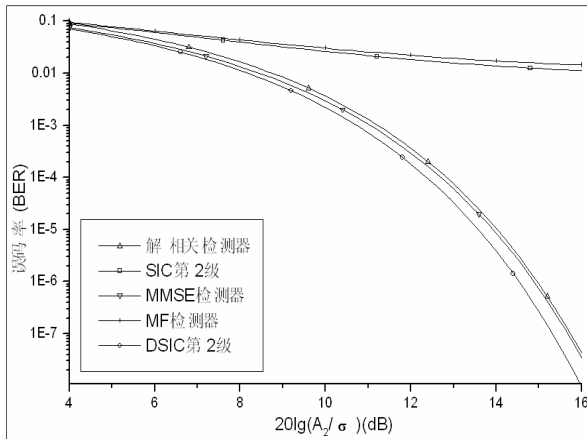


图 3 . 用户 2 在各检测器的误码性能比较

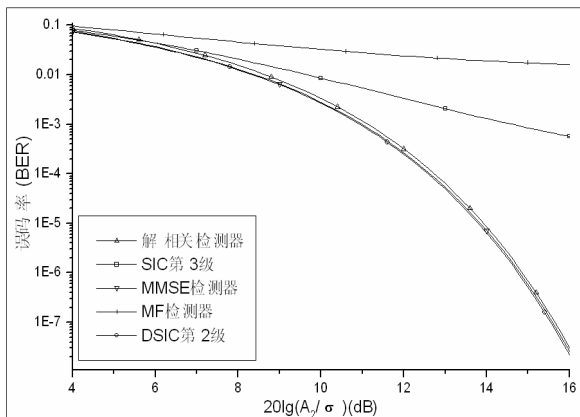


图 4 . 用户 3 在各检测器的误码性能比较

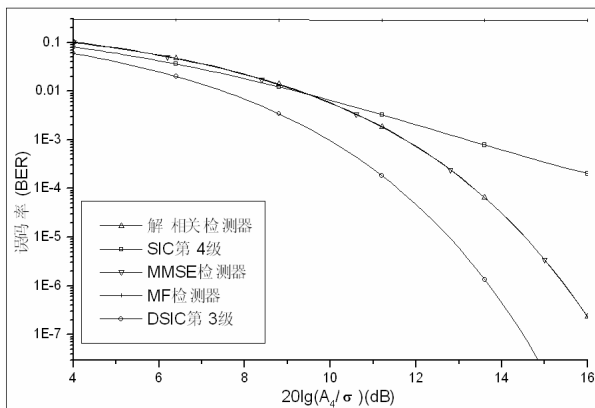


图 5 . 用户 4 在各检测器的误码性能比较

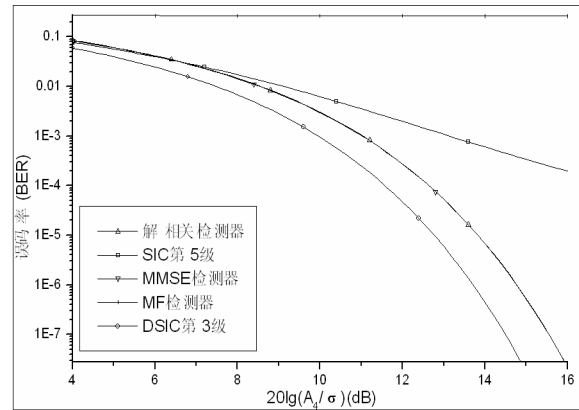


图 6 . 用户 5 在各检测器的误码性能比较

7 结束语

本文把传统 SIC 和对角加载检测器相结合, 通过迭代对角加载检测器的线性算子, 在 SIC 中实现分组 MMSE 检测, 避免了直接进行矩阵求逆运算所带来的高计算复杂度, 减小了系统的解调延迟, 便于实际应用。理论分析和实验结果表明, DSIC 改善了传统 SIC 和 MMSE 检测器独立检测的误码性能, 具有更强的抗远近效应能力。

References(参考文献)

- [1] S.Verdu. Multiuser Detection[M]. Cambridge University Press,1998.
- [2] S.Moshavi.Multi-user detection for DS-CDMA communications [J].IEEE Communications Mag., 1996, 34 (1):124-136.
- [3] Pulin Patel and Jack Holtzman .Analysis of a simple successive interference cancellation scheme in a DS/CDMA system[J]. IEEE J Select Areas Commun ,1994,12 (5):2477-2484.
- [4] Kuei chiang Lai. and John J.Shynek . Performance evaluation of a generalized linear SIC for DS/CDMA signals[J]. IEEE Trans on signal processing, 2003,51 (6):1604-1614.
- [5] Kuei-Chian Lai. Analysis of the linear SIC for DS/CDMA signals with random spreading[J]. IEEE Trans on signal processing,2004,52(12):3417-3428.
- [6] Junqiang Li,Khaled Ben Letaief,and Zhigang Cao.A reduced-complexity maximum-likelihood method for multiuser detection[J].IEEE Trans on communications,2004,5(2):289-295.
- [7] Peter A.Murphy,Michael Golanbari,Gary E.Ford and Michael J.Ready. Optimum and reduced complexity multiuser detectors for Asynchronous CPM signaling [J]. IEEE Trans on wireless communications,2006, 5(8):1959-1965.
- [8] Dongming Wand,Xiqi Gao,and Xiaohu You.Low complexity turbo receiver for multiuser STBC block transmission systems[J]. IEEE Trans on wireless communications,2006, 5(10):2625-2632.
- [9] Deric W.Waters and John R.Barry.A low-complexity upgrade of the linear detector for MIMO channels via partial decision feedback[J]. IEEE Trans on wireless communications,2007, 5(6): 1587-1590.