

# The Research of Angle Estimation in Strong Mainbeam Interference Fields

#### Long Zhao, Xingwei Wang

College of Information Science and Engineering, Northeastern University Shenyang, China E-mail: zhaolong\_neu@126.com

**Abstract:** A method of estimating the angle of arrival of a signal at an array antenna in a strong mainbeam interference environment is outline. The development is based on a maximum likelihood estimator and leads naturally to adaptive sum and difference beams which null the strong main beam interference. A measurement of the interference covariance matrix is presented in this paper. And an angle-scan algorithm, which has two principles, is shown to perform well in the presence of main beam interference with the experimentally derived data.

Keywords: mainbeam interference; arrival of a signal; maximum likelihood estimator

# 强主瓣干扰环境下目标方位估值算法的研究

#### 赵龙, 王兴伟

东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110004 E-mail: zhaolong\_neu@126.com

【摘要】本文给出一种在强外部干扰环境下进行目标方位估值的方法。这种方法基于最大似然估计,利 用对外部干扰自适应置零的和、差波束来估计目标方向。首先,文中给出了一种有效估计干扰协方差 矩阵的方法。然后,给出了一种基于角度扫描的估角算法,这个算法在实际系统的目标方位估值中具 有良好的性能。

【关键词】主瓣干扰;目标方位;最大似然估计

## 1 引言

强主瓣干扰环境下的目标跟踪问题一直是雷达系统中最让人关注的问题之一。传统的跟踪雷达在这种环境下会出现严重的误差。这个问题在Davis的论文[1]中首次被提及,基于最大似然理论,他把自适应阵列理论应用到目标角度估值问题中来。给出了一个包含自适应和、差波束的目标到达角估计器,这些自适应和、差波束与传统的和、差波束相比存在一定的扭曲。仿真结果证明这个估计器在存在强主瓣干扰和强旁瓣干扰的环境下都具有良好的性能。

在实际应用中,理论上的最大似然估角算法会遇 到很多问题。例如,阵列自身存在的幅、相误差会降 低自适应对消的效果,进而影响最大似然估角的精 度,干扰协方差矩阵的估计也是一个很重要的方面, 干扰协方差矩阵估计的越准确,目标角度估计的也就 越准确等等.本文将对这些问题进行深入的分析,并根 据实际系统需要给出了一种基于角度扫描的最大似然 估角算法。

## 2 最大似然估角算法

雷达发射信号用 *s*(*t*)表示,对于一个回波方向为 *ε* 的目标信号,包含n个通道的线形阵列接收到的目标 信号用下面的列向量表示:

$$S(t) = \begin{pmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_n(t) \end{pmatrix} = s(t - \tau) \cdot V(\varepsilon)$$
(1)

式中的  $s(t-\tau)$ 是目标回波信号;  $\tau$  是目标回波时延;  $V(\varepsilon)$ 是阵列在方向  $\varepsilon$  上的方向系数,表征各通道接收 到的回波信号之间的相位差,由下式表示:

国家自然科学基金资助项目(60673159, 70671020, 60802023); 教 育部科学技术研究重点项目资助(108040); 高等学校博士学科点专 项科研基金资助课题(20060145012, 20070145017, 20070145096)



$$V(\varepsilon) = \begin{pmatrix} e^{2\pi i x_1 \varepsilon/\lambda} \\ e^{2\pi i x_2 \varepsilon/\lambda} \\ \vdots \\ e^{2\pi i x_n \varepsilon/\lambda} \end{pmatrix}$$
(2)

式中的 $x_1$ 到 $x_n$ 是各个天线阵元在x轴上的位置; $\lambda$ 是 波长。

天线的输出信号 X(t)中既包含目标信号,也包含 干扰信号,由下式给出:

$$X(t) = S(t) + N(t) \tag{3}$$

式中的N(t)是干扰信号。根据(1)式和(2)式,目标信号可以写成 $S = bV(\varepsilon)$ ,b代表复幅度。信号加干扰的概率密度函数为:

$$P(X|S+N) = (\pi)^{-n} |M|^{-1} \cdot \exp[-(X-bV(\varepsilon))^* M^{-1} (X-bV(\varepsilon))]$$
(4)

上面这个以b 和 c 为变量的函数称为似然函数,其中 **M = ENN**\*是干扰信号的协方差矩阵。使这个似然函 数值最大的b 和 c 的值称为b 和 c 的最大似然估计。 设:

$$Q(X|b,\varepsilon) = (X - bV(\varepsilon))^* M^{-1}(X - bV(\varepsilon)) \quad (5)$$

当 $Q(X|b,\varepsilon)$ 的值最小时,最大似然函数的值最大。在估计的过程中,假设干扰协方差矩阵M是已知的。

将 $Q(X|b,\varepsilon)$ 的所有项展开,可以得到:

$$Q(X|b,\varepsilon) = X^*M^{-1}X - \left( \left| X^*M^{-1}V \right|^2 / V^*M^{-1}V \right) + V^*M^{-1}V \left| b - \left( V^*M^{-1}X / V^*M^{-1}V \right)^2 \right|^{(6)}$$

由于上式中的最后一项总是正的,所以当**b**的值

$$\hat{b} = V^* M^{-1} X / V^* M^{-1} V \tag{7}$$

时,  $Q(X|b,\varepsilon)$ 的值最小。 $\hat{b} \ge b$ 最大似然估值。 将 $\hat{b}$ 的值代入 $Q(X|b,\varepsilon)$ ,  $Q(X|b,\varepsilon)$ 就简化为只

是 
$$X$$
 和  $\varepsilon$  的函数:  

$$O(\mathbf{X}|\mathbf{c}) - \mathbf{X}^* \mathbf{M}^{-1} \mathbf{Y} - \left( |\mathbf{X}^* \mathbf{M}^{-1} \mathbf{V}|^2 / \mathbf{V}^* \mathbf{M}^{-1} \mathbf{V} \right)$$
(8)

$$Q(X|\varepsilon) = X^*M^{-1}X - \left(\left|X^*M^{-1}V\right|^2 / V^*M^{-1}V\right)$$
(8)

求
$$Q(X|\varepsilon)$$
对 $\varepsilon$ 的导数 $dQ/d\varepsilon$ ,并使它等于零

$$dQ / d\varepsilon = \hat{b}X^* M^{-1} (dV / d\varepsilon) - \hat{b} (d / d\varepsilon) V^* M^{-1} X + |b|^2 \left\{ \left[ (d / d\varepsilon) V^* \right] M^{-1} V + V^* M^{-1} \left[ (d / d\varepsilon) V^* \right] \right\} = 0$$
(9)

使 $dQ/d\varepsilon$ 等于零的 $\varepsilon$ 的值 $\hat{\varepsilon}$ 就是 $\varepsilon$ 的最大似然估计。

将式(7)中的表达式 $V^*M^{-1}X$ 定义为和波束 $\Sigma(\varepsilon, X)$ ,

$$\sum (\varepsilon, X) = V^*(\varepsilon) M^{-1} X \tag{10}$$

这个和波束是强干扰背景下检测 *c* 方向目标的"最 佳"波束。

将和波束的导数  $d\Sigma/d\varepsilon$  定义为差波束  $\Delta(\varepsilon, X)$ ,表达式为:

$$\Delta(\varepsilon, X) = d\Sigma / d\varepsilon = (dV^* / d\varepsilon) (\varepsilon) M^{-1} X = -V^* DM^{-1} X$$
<sup>(11)</sup>

将和波束和差波束写成列向量的形式:

$$Z(\varepsilon, X) = \begin{pmatrix} \Sigma(\varepsilon, X) \\ \Delta(\varepsilon, X) \end{pmatrix}$$
(12)

定义矩阵B:

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = E(ZZ^*) = \begin{pmatrix} E \sum \overline{\Sigma} & E \sum \overline{\Delta} \\ E\Delta \overline{\Sigma} & E\Delta \overline{\Delta} \end{pmatrix}$$
(13)

式中的 E 表示数学期望。

根据定义的和、差波束的表达式和矩阵B,并将 函数 $Q(X|\varepsilon)$ 在一个给定的 $\varepsilon$ 值 $\varepsilon'$ 处展开,通过化简 可以得到,目标方向最大似然估值的最简便的表达如 下式所示:

$$\left(\hat{\varepsilon} - \varepsilon'\right) = \frac{b_{11}^2 \left(\Sigma \overline{\Delta} + \Delta \overline{\Sigma}\right) - \Sigma \overline{\Sigma} (b_{12} + b_{21}) b_{11}}{2\Sigma \overline{\Sigma} (b_{11} b_{22} - b_{21} b_{12})} \quad (14)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 是目标方向的最大似然估值, $\boldsymbol{\varepsilon}'$ 是估值前选定 一个波束指向, $\boldsymbol{\varepsilon}'$ 是法向角度。



取





b, difference beam pattern



### 3 阵列幅、相误差对测角的影响

在实际系统中,线形阵列的各个通道间存在随机 的幅、相误差。这个随机的幅、相误差会对目标测角 的结果产生一定的影响。对实际系统进行测量后,可 以得到各个通道随机幅、相误差的统计分布。随机幅 度误差满足参数为(0,0.25)的高斯随机分布,参数 的单位是分贝。随机相位误差满足(0,5)上的均匀随 机分布,参数的单位是度。下面给出阵列幅、相误差 对自适应和、差波束影响的仿真结果。

阵列幅、相误差对自适应和、差波束的影响如图1 所示,图1a给出了和波束的比较,图1b给出了差波束 的比较,图1中的实线对应没有考虑阵列幅、相误差时 的自适应和、差波束,点划线对应考虑了阵列幅、相误 差时的自适应和、差波束。仿真了包含十个阵元的线 形阵列,阵元间距为 $\lambda/2$ , $\lambda$ 为波长。目标来波方向0 度,干扰来波方向8度,信号干扰比为-10dB,干扰噪 声比为50dB。

当阵列存在幅、相误差时,自适应和波束方向图 在干扰来波方向上产生的零点会变浅很多。这时,自 适应阵列处理后对干扰的抑制程度就会变差,目标角 度估计值的准确度就会降低。

因此,在实际系统中测角前,要对阵列的幅相误 差进行补偿。补偿方法是以某一个阵元的输出为基 准,计算其它阵元的补偿系数,这种补偿以相参积累 周期为单位,每个相参周期计算一次。具体的补偿过 程在这里不进行详细的分析。

### 4 实际系统中干扰协方差矩阵的计算

在实际应用中,不可能得到干扰协方差*R*的准确 值。只能用采样点协方差矩阵平均的方法来估计*R*, 选取那些包含强干扰的采样点来估计干扰协方差矩 阵。干扰协方差矩阵*R*估计的越准确,自适应阵列处 理后对干扰的抑制就越好,目标角度估计的就越准 确。同时,要保证目标在协方差矩阵*R*中的贡献最小。 如果目标在协方差矩阵*R*中贡献很大,自适应阵列处 理后,目标也会得到很大程度抑制,这时目标角度估 计的准确性就会明显下降。



covariance matrix

假定在某个距离门、某个多普勒频率上存在一个 目标,而在目标的相邻多普勒频率和相邻距离门上存 在强干扰,用来估计干扰协方差矩阵*R*的采样如图2 所示。

图2给出了选取参考采样的方法,可以在确保目标 对干扰协方差矩阵没有影响的基础上,最准确地估计 出干扰协方差矩阵 *R*。

## 5基于角度扫描的最大似然估角算法

已知目标的大致方向 $\varepsilon'$ 时,根据前面介绍的最大 似然估角算法。直接使用 $\varepsilon'$ 作为估值角度,在 $\varepsilon'$ 处进 行目标角度估计。这种方法的优点是:当 $\varepsilon'$ 与目标的 真实方向 $\varepsilon$ 较接近时,目标的角度就会估计的很准确, 但是,当 $\varepsilon'$ 与目标的真实方向 $\varepsilon$ 间隔较远时,目标角 度就会估计的很不准。

当实际系统中存在主瓣强干扰时,很难得到目标 角度的确切信息,估计出的目标大致方向 *ε*' 有可能偏 离目标真实角度很远。这时使用最大似然估角算法直 接进行目标角度估计就会产生很大的误差。

为了在实际系统中也可以准确地进行目标方位估 值,我们给出一种基于角度扫描的最大似然估角算法。 这种方法是在 ε' 附近进行扫描,就是在 ε' 附近的多个 角度上估计目标角度,然后利用一定的判定准则来确 定目标的角度。这种方法的缺点是运算量大,优点是



一定可以找到一个最接近目标角度的估值,估值的准确性较高。

图3给出了仿真数据利用扫描方法估角的结果。仿 真包含十个阵元的线形阵列,阵元间距为λ/2,λ为 波长。目标来波方向0度,干扰来波方向8度,信号/ 干扰比为-10dB,干扰/噪声比为50dB。在-45度~45度 范围内扫描,扫描间隔2度。图3给出的是100次估计 的平均值。

从图3中可以看出,随着扫描角度向目标角度的靠近,不仅目标角度估值越来越接近目标真实角度,,而 且目标角度估值的方差越来越小,表现在图3中就是斜 率越来越小。

根据仿真数据中的估角结果,确定使用扫描方法 估计目标角度的判定准则为:

a. 随着扫描角度  $\varepsilon'$  接近真实目标角度  $\varepsilon$ , 在  $\varepsilon'$  处 估计出的目标角度  $\hat{\varepsilon}$  越接近  $\varepsilon$ , 也就是  $\hat{\varepsilon}$  接近  $\varepsilon'$ 。所 以第一条准则是:  $(\hat{\varepsilon} - \varepsilon') < 2$ , 2的单位是度。利用 这一准则来确保在真实目标角度  $\varepsilon$  附近进行目标角度 估值。

b. 第二条准则是:

 $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_n = find(\min(\operatorname{cov}([\hat{\varepsilon}_n \quad \hat{\varepsilon}_{n+1}])))$ 

 $\hat{\varepsilon}_n$ 和 $\hat{\varepsilon}_{n+1}$ 代表满足第一条准则的相邻两个扫描 角度上测角的结果。这条准则的含义就是在满足第一 条准则的那些 $\hat{\varepsilon}$ 中,寻找方差最小的 $\hat{\varepsilon}_n$ 和 $\hat{\varepsilon}_{n+1}$ 。方差 最小的那个 $\hat{\varepsilon}_n$ 就是目标角度的估值。





Figure 3 estimation result using the angle-scan algorithm

在实际系统中使用给出的基于角度扫描的最大似 然估角算法进行目标角度的估计。表1给出了实际系统 中目标测角的结果。使用不同条件下的数据,在不同 的位置加入目标,估计50次。表1了给出估计50次后的 均值和标准差。加入仿真目标时,考虑了实际阵列中 存在的幅、相不一致性。随机幅、相误差的分布与前 面给定的一致,扫描间隔为1度。

表1 实际数据中的目标测角结果

目标 方向 (度)	信干比 (dB)	扫描 范围 (度)	均值 (度)	标准差 (度)
0	-30	-10~10	-0.439	2.653
0	-20	-10~10	-0.255	1.323
0	-10	-10~10	0.040	0.55
0	0	-10~10	-0.020	0.361
0	10	-10~10	-0.006	0.266
0	20	-10~10	-0.023	0.313

## 6 结论

本文研究了强主瓣干扰环境下目标到达角的估值 问题。通过阵列天线形成的自适应和、差波束来抑制 系统中的强主瓣干扰。阵列幅、相误差对估角精度的 影响也文中进行了讨论,估角前对阵列的幅、相误差 进行补偿被证明是必要的。一种估计干扰协方差矩阵 的方法也在文中进行了讨论,这种方法可以在确保目 标信号对干扰协方差矩阵的贡献最小的同时,得到干 扰协方差矩阵的最准确的估值。最后,本文给出了一 种基于角度扫描的最大似然估角算法,这种算法在实 际系统的估角中具有很好的性能。

#### References (参考文献)

- C. Davis, L. E. Brennan, and L. S. Reed. Angle Estimation with Adaptive Arrays in External Noise Fields. IEEE Trans. Aerosp. Syst. AES-12, 1976: 179–186.
- [2] W. F. Gabriel. A High-Resolution Target-Tracking Concept Using Spectral Estimation Technique. NRL Report 8797, May. 1984.
- [3] T. P. McGarty. The Effects of Interference Signals on the Performance of Angle of Arrival Estimates. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. AES-10, 1974: 70-77.
- [4] F. C. Lin and F. F. Kretschmer. Angle Estimation in the Presence of Mainbeam Interference. NRL Report 9234, Dec. 1989.
- [5] X. R. Wan, F. Cheng and H. Y. Ke. Sporadic-E Ionospheric Clutter Suppression in HF Surface-Wave Radar. IEEE International Radar Conference. 2005: 742–746.
- [6] X. R. Wan, H. Y. Ke and B. Y. Wen. Adaptive Cochannel Interference Suppression Based on Subarrays for HFSWR. Signal Processing Letters, IEEE. 2005, 12: 162–165.
- [7] H. T. Gao, X. Zheng and J. Li. Adaptive Anti-Interference Technique using Subarrays in HF Surface Wave Radar. Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings. 2004, 151:100–104.
- [8] A. H. Nuttall, B. A. Cray. Approximations to Directivity for Linear, Planar, and Volumetric Apertures and Arrays. IEEE Journal of Oceanic and Engineering, 2001, 26 (3): 383–398.