

Research on Synthetically Calibrating and Compensating of Interleaved Sampling System

Li Yunpeng^{1, 2}, Shulin Tian²

1. Chengdu University of Information Technology, Chengdu, China, 610225

2. School of Automation Engineering, UEST of China, Chengdu, 610054

Abstract: In the high speed digitizers with time-interleaved sampling system, the input signal are sampled nonuniformly because of the offset difference of ADC, the gain difference of ADC and the sampling time offset. A method is proposed on synthetically calibrating and compensating of interleaved sampling system. By processing the sampled signal by FFT, a matrix equation is built up between errors and amplitude of spectra, coefficients of compensating nonuniform signal are derived. To compensating time error, fractional delay FIR filter is constructed. In conclusion, signal sample nonuniformly is compensated and the signal-to-noise ratio is improved effectively.

Keywords: Analog-digital conversion; calibrating and compensating; nonuniformly sample; digital spectra

并行采样综合校准和补偿技术的研究

李云鹏^{1,2}, 田书林²

1. 成都信息工程学院, 成都, 中国, 610225

2. 电子科技大学, 成都, 中国, 610054

E-mail: miwang2841@sina.com

【摘要】在超高速并行交替式采样系统中, 由于各个 ADC 客观上存在偏置(offset)误差、增益 (gain) 不一致性、采样时间非均匀, 造成了取样信号的非均匀性。本文提出了一种并行采样的综合校准与补偿方法。通过对采样信号进行 FFT 处理, 构建了误差参数与数字频谱的矩阵方程, 并推算出补偿系数。对于时间误差的补偿, 构建了分数延迟 FIR 滤波器, 补偿采样信号的相位误差。最后, 非均匀取样信号经数字补偿后, 信噪比得到有效的改善。

【关键词】模数转换; 校准和补偿; 非均匀采样; 数字频谱

1 引言

在超高速数字化系统中, 为了满足实时采样速率在 Gsa/s 量级的要求, 采用如图 1 所示

的并行时间交替(time-interleaved)采样结构来实现, 是一种行之有效的方案。如果 M 个 ADC

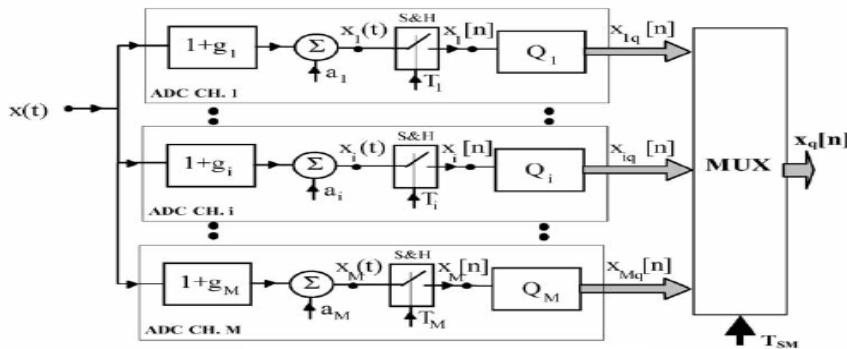


图 1 并行时间交替采样结构

基金项目: 国家自然科学基金 (No.60772145) 资助课题

并行采样, 可以将采样速率提高到单个 ADC 采样速率的 M 倍^[1]。

在这种结构中, 要求每个通道的采样时间比前一个通道延迟 T 秒, 对于超高速数字化系统, 各个通道之间的微小延时要做到精密均匀是难以实现的, 且各个 ADC 又存在不同偏置(offset)和增益(gain)误差, 故这种结构对模拟信号量化存在非均匀现象, 由此得到的数字信号统称为非均匀取样信号。由非均匀采样时间得到的信号称为时间非均匀取样信号, 由于 ADC 的偏置和增益误差造成的非均匀称为幅度非均匀取样信号。

2 非均匀取样信号数字频谱分析

在图 1 的并行采样结构中, M 个采样通道的采样序列为 $S_0, S_1, S_2 \dots S_{M-1}$, 其中,

$$S_0 = [g(t_0), g(t_0 + T), g(t_0 + 2T), \dots]$$

$$S_1 = [g(t_1), g(t_1 + T), g(t_1 + 2T), \dots]$$

⋮

$$S_m = [g(t_m), g(t_m + T), g(t_m + 2T), \dots]$$

⋮

$$S_{M-1} = [g(t_{M-1}), g(t_{M-1} + T), g(t_{M-1} + 2T), \dots]$$

由于, 整个系统的采样序列为:

$$S = [g(t_0), g(t_1), \dots, g(t_{M-1}), g(t_M), g(t_{M+1}), \dots, g(t_{2M}), g(t_{2M+1}), \dots]$$

可以将 S_m 内插入 $M-1$ 个 0 构成 \overline{S}_m 序列, 将 \overline{S}_m 移位可得 S 序列^[2]。

$$S = \sum_{m=0}^{M-1} \overline{S}_m z^{-m} \quad (1)$$

(1) 中 z^{-1} 为单位延迟因子。 \overline{S}_m 的频谱为:

$$F(\omega) = (1/MT) * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \beta_m G^a \left[\omega - k \left(\frac{2\pi}{MT} \right) \right] e^{j[\omega - k(2\pi/MT)]t_m} \quad (2)$$

(2) 式中 β_m 为 m 采样通道的增益系数。因此, 设 $t_m = mT - r_m T$, 则 S 序列的频谱为:

$$G(\omega) = (1/MT) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{m=0}^{M-1} \beta_m e^{-j[\omega - k(2\pi/MT)]r_m T} e^{-jk m(2\pi/M)} \right) * G^a \left[\omega - k \left(\frac{2\pi}{MT} \right) \right] \quad (3)$$

在图 1 的并行采样结构中, 由于 ADC 之间的偏置存在差异, 因此输出数据是输入信号和偏置误差信号的和, 误差信号的频率和单个 ADC 的采样频率相同, 并且和输入信号无关, 只是和偏置的差异有关。

设每个 A/D 的偏置误差为 $a_m, m=0,1,2,\dots,M-1$, 由于每个 ADC 的偏置误差是固定的, 因此误差序列可以看作是由 a_m 延拓而成的周期为 M 的周期序列。此周期序列的频谱为[3]:

$$\begin{aligned} P_{\text{offset}} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a(n) e^{-j\omega n T} \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a(m + nM) e^{-j\omega(m+nM)T} \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} a(m) e^{-j\omega m T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega n(MT)} \quad (4) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{MT} \sum_{m=0}^{M-1} a(m) e^{-j(2\pi/M)km} \right] * 2\pi \delta\left(\omega - k \frac{2\pi}{MT}\right) \end{aligned}$$

由 (3), (4) 可知, 若并行采样系统采样率为 f_s , 并行结构由 M 个 ADC 组成, 则 ADC 间的偏置误差产生的附加频率谱线均匀分布在频率轴上的 $kf_s/M, k=0,1,2,\dots,M-1$, 相邻两根谱线之间距离为 f_s/M 。同时, 由于增益与采样时间的非均匀性, 则输入信号频谱被等间隔的搬移了 f_s/M 。因此, 若输入信号为一个带限信号, 带宽为 $f_H \leq f_s/2$, 要想无失真的恢复出原输入信号, 就必须对并行采样系统进行校正。对于并行采样信号进行补偿。

3 非均匀采样信号的数字校正算法

对于非均匀采样信号的校正, 主要校正偏置误差, 增益误差和时间误差。

首先, 进行偏置误差的校正。输入信号若是一个纯净的正弦信号, 信号频率为 $f_s/2M$, 则采样信号中输入信号与偏置误差的附加频谱谱线没有产生混叠。

由 (1) 知, 偏置误差产生的附加频率谱线的幅度及相位为:

$$A(K) = \frac{1}{MT} \sum_{m=0}^{M-1} a(m) e^{-j(2\pi/M)km} \quad (5)$$

$K=0, 1, \dots, M-1$

通过对采集的信号进行 DFT 处理，可以求得 A (K)。

设旋转因子 $W_M = e^{-j(2\pi/M)}$ ；则：

$$\begin{bmatrix} A(0) \\ A(1) \\ \vdots \\ A(M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (W_M^0)^0 & (W_M^1)^0 & \dots & (W_M^{M-1})^0 \\ (W_M^0)^1 & (W_M^1)^1 & \dots & (W_M^{M-1})^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (W_M^0)^{M-1} & (W_M^1)^{M-1} & \dots & (W_M^{M-1})^{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(0) \\ a(1) \\ \vdots \\ a(M-1) \end{bmatrix} \quad \text{因}$$

此，偏置误差 a(m)可以由上式求出，并且偏置误差和相应通道的采样值相加，可以对非均匀采样信号的偏置非均匀性进行补偿。

对于增益误差的校正和补偿，直接输入一个直流信号。各采样通道对这个直流信号进行采样，则采样值为：

$$V_m(n) = \beta_m D + \sigma(n) \quad (6)$$

其中， $V_m(n)$ 是第 m 个通道，第 n 个采样值， β_m 是各通道的增益，D 是输入的直流信号， $\sigma(n)$ 是采样通道的随机误差。

对 (6) 两端取数学期望，计算出 β_m ，并将 β_m 的倒数作为补偿系数，和各通道采样数据相乘。

对于时间误差的校正分为两个步骤，首先，测量各个通道的时间误差值 r_m ，第二步，利用分数延迟 FIR 滤波器对每个通道的 r_m 进行补偿校正。

为了测量各个通道的时间误差值，则将频率为 ω_0 的正弦信号输入到并行采样系统中，由于各通道的增益误差已经校正并归一化， $\beta_m=1$ 。对采样值进行 DFT 处理，可得

$$B(K) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{-j\omega_0 r_m T} e^{-jkm(2\pi/M)} \quad (7)$$

$B(K)$ 为 $\omega_0 + K(2\pi/MT)$ 的频谱， $K=0,1,2,\dots,M-1$ ；

设 $U(m) = e^{-j\omega_0 r_m T}$ ， $P = e^{-j(2\pi/M)}$ ；则

$$\begin{bmatrix} B(0) \\ B(1) \\ \vdots \\ B(M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (P^0)^0 & (P^0)^1 & \dots & (P^0)^{M-1} \\ (P^1)^0 & (P^1)^1 & \dots & (P^1)^{M-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (P^{M-1})^0 & (P^{M-1})^1 & \dots & (P^{M-1})^{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(0) \\ U(1) \\ \vdots \\ U(M-1) \end{bmatrix}$$

由上式可以测量出测量各个通道的时间误差值 r_m 。

对于时间误差的补偿和校正，文献[5]是通过代入时间误差值，分别求得输入信号各频率点的频谱。使得计算量非常庞大，无法在系统硬件中应用。本文采用了分数延迟 FIR 滤波器，对各采样通道直接进行相位补偿，使补偿后的采样信号为时间均匀采样信号。这种方法为后续的信号恢复和重建提供了极大的方便。

分数延迟 FIR 滤波器的结构采用改进的 FARROW 结构[4]。结构框图如图 2

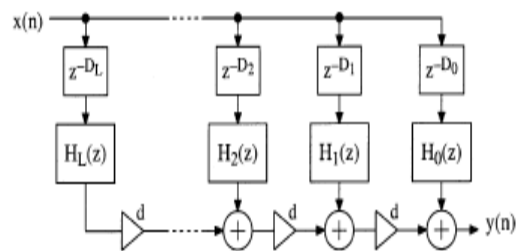


图 2 分数延迟 FIR 滤波器结构

图 2 中分数延迟 FIR 滤波器的传输函数为：

$$H(Z) = \sum_{k=0}^L d^k Z^{-D_k} H_k(Z) \quad ; \quad (8)$$

上式中 d 为分数延迟系数，D 为整数延迟系数， $H_k(Z)$ 为 N 阶线性 FIR 滤波器。

在时间误差校正和补偿时，根据各通道的时间误差值 r_m ，确定各通道的分数延迟 FIR 滤波器的系数，使 (8) 为：

$$H(j\omega) = e^{j\omega r_m T} \quad ; \quad (9)$$

各通道经时间误差校正后，采样信号为均匀采样信号，可以进行相应得波形重构。

4 实验与结论

在超高速数字化系统中，并行交替式采样是提高

采样率的有效方式。但并行交替式采样系统中的通道失配大大降低了采样信号的信噪比。本文提出的并行采样综合校正与补偿方法，对于通道失配中的偏置误差，增益误差，采样时间误差进行了校准和补偿，改善了采样的信噪比。

本文利用 4 位 8bit，1Gsps 的单片 ADC，AT84AD001 构成了并行交替式采样系统。并使用本文提出的通道失配校正补偿方法，对于输入 170MHz 的信号进行了测试。由图 3，图 4 可知经过非均匀采样信号经过校正补偿后信噪比得到极大的改善。

References (参考文献)

- [1] W. C. Black and D. A. Hodges, "Time interleaved converter arrays" [J], *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. SC-15, pp. 1022-1029, Dec. 1980.
- [2] Y. C. Jenq, "Digital spectra of nonuniformly sampled signals: Fundamentals and high-speed waveform digitizers," [J], *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 37, pp. 245-251, June 1988.
- [3] LIN Mao-liu, XIE Ben-zhao, QUAN Tai-fan, "Research on the Amplitude Nonuniformly Sampled signals' digital Spectra" [J], Vol.28, No.5, May 2000.
林茂六,解本钊,权太范,"幅度非均匀取样信号的数字频谱研究", [J],电子学报 2000 年 5 月
- [4] H. J. and P. L., "On the Design of Adjustable Fractional Delay FIR Filters," [J], *IEEE Transactions on Circuits and Systems—II: Analog And Digital Signal Processing*, Vol. 50, No. 4, April 2003
- [5] Y. C. Jenq. Perfect reconstruction of digital spectrum

from nonuniformly sampled signals. [J], *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 46:649-651, June 1997.

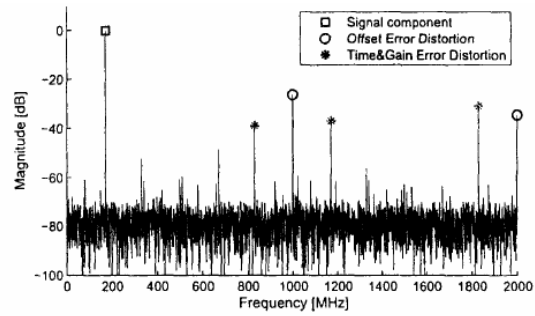


图 3 未校正补偿输出的频谱

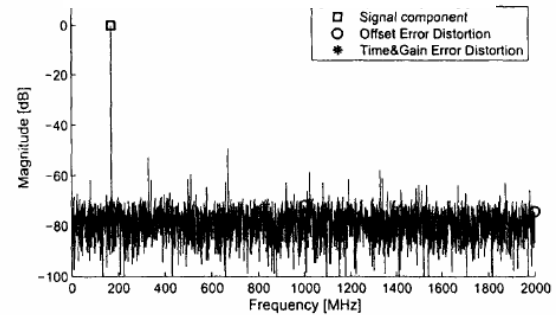


图 4 校正补偿后输出的频谱