

Real-Time Predictive Control of Structural Vibration Based on Reduced Order Model

Liu Jianjun¹, Xia Kaiquan¹, Zhu Caixia²

1. Division of Engineering Mechanics, China Electric Power Research Institute, Beijing, China

2. College of Computer Science & Technology, Harbin Engineering University, Harbin, China

e-mail: lionsking@163.com, jj.zcx@163.com

Abstract: In consideration of the difficulty in controller designing of high-rise structures due to the high rank of its model, balanced reduction is adopted to reduce the rank. An equation of state is formed by several modes with higher controllability and the contradiction between high rank of control object and low rank of controller. Seismic acceleration in a short period is predicted by RFF online. Thus, a predictive model with the consideration of time delay is founded before procurement of structural predictive control. Then the response of an 11-stories frame is analyzed, the numerical example is presented to show that the responses are reduced effectively and robust.

Keywords: structural vibration; predictive control; reduced order model; real time

基于降阶模型的结构振动实时预测控制

刘建军¹, 夏开全¹, 朱彩霞²

1. 中国电力科学研究院工程力学研究所, 北京, 中国, 100055

2. 哈尔滨工程大学计算机与软件学院, 哈尔滨, 中国, 150001

e-mail: lionsking@163.com, jj.zcx@163.com

【摘要】针对高层建筑由于数学模型阶数较高而产生难以直接进行控制器设计的问题, 采用平衡降阶法对结构模型进行降阶设计, 将可控制度较大的几阶模态组合成状态方程, 解决了控制对象的高阶性与控制器的低阶性之间的矛盾。并用带遗忘因子的递推最小二乘法对地震加速度进行实时在线预测, 从而建立起考虑时滞现象的预测模型, 对结构实施预测控制。通过对一 11 层框架结构仿真分析说明该算法可有效解决高层结构的地震作用, 并具有良好的鲁棒性能。

【关键词】结构振动; 预测控制; 降阶模型; 实时

1 引言

预测控制是随计算机技术发展起来的一种新型控制策略, Rodella^[1,2]率先将预测控制引入结构振动控制中, 推导出无时滞和考虑时滞现象的预测模型。Gang Mei^[3]通过测出的加速度输出, 利用带 Kalman 滤波器的观测器估计系统状态, 从而提出利用加速度响应反馈的模型预测控制方案对结构的地震响应进行控制。周星德^[5]在 F.Lopez-Almansa 的基础上摒弃了取低阶模态的做法而是采用模型降阶法取模态可控制度较大的几阶模态进行控制, 虽然其控制方案采用了预测控制, 但由于时滞因素及反馈信息的不确定, 控制效果不够理想。本文采用平衡降阶法对结构的广义模态坐标状态方程降阶, 并利用带遗忘因子的递推最小二乘法对地震加速度做在线预测, 有效地利用反馈信息, 建立起考虑时滞现象的闭环模态预测模型, 通过滚动优化和反馈校正环节求

解出控制律, 从而对结构实施在线预测控制。仿真分析表明, 本文方法有效地抑制了结构的地震响应, 并成功地解决了时滞问题, 具有良好的鲁棒性能。

2 模型降阶

具有 n 个自由度的土木工程结构在地震作用 $g(t)$ 下的运动方程可以表示为

$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + KX(t) = B_s U(t) + D_s g(t) \quad (1)$$

式中, X 是结构位移向量, M 、 C 和 K 分别是结构质量、阻尼和刚度矩阵; $D_s = -M\{1\}$, U 和 B_s 分别为控制力矩阵和相应的位置矩阵。设结构反应 $X = \Phi \eta(t)$, 其中 Φ 为系统正则模态矩阵, 代入式 (1) 并前乘 Φ^T , 可得广义模态坐标运动方程

$$M^* \ddot{\eta}(t) + C^* \dot{\eta}(t) + K^* \eta(t) = B^* U(t) + D^* g(t) \quad (2)$$

写成状态方程形式

$$\begin{bmatrix} \ddot{\eta}_i \\ \dot{\eta}_i \\ \eta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\xi_i\omega_i & -\omega_i^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_i \\ \eta_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_i \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} d_i \\ 0 \end{bmatrix} g, \quad (3)$$

i=1,2,...,n

$$y = \sum_{i=1}^n [C_{1i} \quad C_{2i}] \begin{bmatrix} \dot{\eta}_i \\ \eta_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

3 地震加速度在线预测

采用如下数学模型

$$g(k) = \phi^T(k)\theta(k) + v(k) \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi^T(k) &= [g(k-1) \ g(k-2) \ \dots \ g(k-p)]; \\ \theta(k) &= [a_1(k) \ a_2(k) \ \dots \ a_p(k)]^T; \quad v(k) \end{aligned}$$

为噪声项；可用带遗忘因子的递推最小二乘法对模型参数 $\alpha(k)$ 进行识别，具体算法参见文献^[7]。在得到 $\alpha(k)$ 的估计值 $\hat{\alpha}(k)$ 后，可以对地运动加速度做向前一步预测

$$\hat{g}(k+1/k) = \phi^T(k+1)\hat{\theta}(k) \quad (6)$$

以及向前 j 步预测：

$$\hat{g}(k+j/k) = \hat{\phi}^T(k+j)\hat{\theta}(k) \quad (7)$$

其中 $\hat{\phi}^T(k+j) = [\hat{g}(k+j-1/k) \ \dots \ \hat{g}(k+1/k) \ g(k) \ \dots \ g(k+j-p)]$

4 模态预测控制算法

将式 (3) 离散化并考虑时滞 $d\Delta t$ 的控制系统的离散状态方程为

$$\begin{aligned} Z(k+1) &= A_d Z(k) + B_d u(k-d) + D_d g(k) \\ Z(0) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

其中：

$$\begin{aligned} A_d &= e^{A\Delta t}; \\ B_d &= A^{-1}(A-I)B; \\ D_d &= A^{-1}(A-I)D; \end{aligned}$$

在 $[(k+1)\Delta t, (k+d+\lambda)\Delta t]$ 时段内的状态变量和输出变量可表示如下

$$\begin{aligned} \hat{Z}(k+j|k) &= A_d^j \hat{Z}(k|k) + B_d \mu(k+j-1-d|k) \\ &+ D_d g(k+j-1|k) \end{aligned} \quad (9)$$

其中： $(k+j/k)$ 表示在 $k\Delta t$ 时刻对 $(k+j)\Delta t$ 时刻预测。该模型在每一时刻进行更新，且

$$\hat{Z}(k|k) = Z(k)$$

$$\hat{u}(k-j|k) = u(k-j) \quad (j=1, \dots, d)$$

$$\hat{g}(k|k) = g(k) \quad \hat{Y}(k|k) = Y(k)$$

由于只需对控制力 $u(k)$ 起作用后的时段进行优化即可，因此取性能指标函数为

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{\lambda} \{ [Y_{cor}(k+d+l|k) - Y_r(k+d+l)]^T Q(l) \\ &+ \frac{1}{2} [u(k|k)]^T R [u(k|k)] \} \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $Q(l)$ 为输出权矩阵， R 为控制力权矩阵， $Y_r(k+d+l)$ 为参考输出， $\hat{Y}_{cor}(k+d+l|k)$ ($l=1, \dots, \lambda$) 为优化时域的预测输出校正值。 $e(k+1)$ 为输出误差； $h = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_\lambda]$ 为校正向量。由 $\partial J / \partial u(k) = 0$ 可得控：

$$u(k) = \beta^{-1}(\eta(k) - \Psi(k) - \alpha Z(k)) \quad (11)$$

其中：

$$\begin{aligned} \alpha &= \sum_{l=1}^{\lambda} S^T(l) H^T Q(l) H T(l); \\ \beta &= \sum_{l=1}^{\lambda} S^T(l) H^T Q(l) H S(l) + R \\ \eta(k) &= \sum_{l=1}^{\lambda} S^T(l) H^T Q(l) H [Y_r - e(k+1)h]; \\ \Psi(k) &= \sum_{l=1}^{\lambda} S^T(l) H^T Q(l) H \phi(l) \end{aligned}$$

5 数值仿真

抗震设防烈度为 8 度某 11 层框架结构，El-Centro 波 (1940, NS)。假定结构具有经典比例阻尼，结构计算模型采用剪切型。预测时域系数 $\lambda = 6$ ，时滞系数 $d = 3$ 。各层重力荷载代表值为 $M = 103 \times [9.633 \ 8.631 \ 8.631 \ 8.631 \ 8.631 \ 8.413 \ 8.413 \ 8.413 \ 8.413 \ 8.413 \ 6.218]$ (kN)，各层侧移刚度为 $k_1 = 6.43 \times 10^5$ kN/m, $k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = 8.11 \times 10^5$ kN/m, $k_7 = k_8 = k_9 = k_{10} = k_{11} = 6.51 \times 10^5$ kN/m，仿真结果如图 1~4 所示。

从图 1、图 2 可以看出，本文所述的控制算法可以有效地降低结构地震反应；图 3 绘出了在控制力相当时，有无地震加速度短时预测的两种模态预测控制算法作用下结构顶层时程反应对比图，从图 3 可以看出，与无地震加速度预测的模态预测控制相比，采用地震加速度短时在线预测可使控制效果明显提高；此

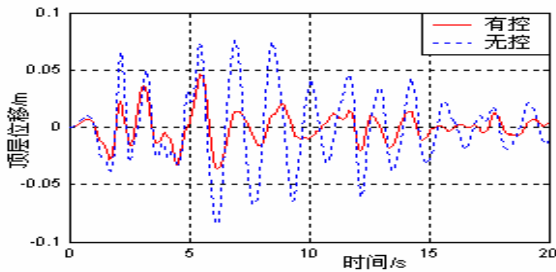


Figure 1. Top-floor displacements of the structure with and without control

图 1. 有无控制的顶层位移对比

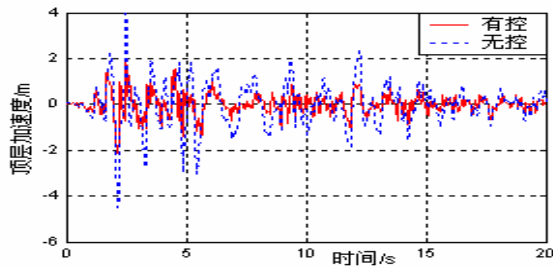


Figure 2. Top-floor acceleration of the structure with and without control

图 2. 有无控制的顶层加速度对比

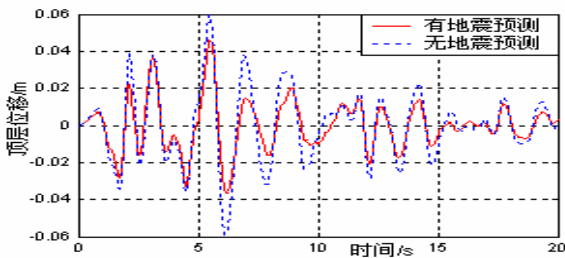


Figure 3. Top-floor displacements of the structure under control with and without the prediction of seismic acceleration

图 3. 有无地震加速度预测的控制效果对比

外, 将本文方法分别用于理想情况及考虑时滞因素的情况下, 得出控制效果对比图, 如图 4 所示。从中可以看出, 该控制算法在时滞情况下的工作情况与理想情况下的十分接近。这就是说, 本文方法对时滞问题的解决是有效的。

6 结论

本文推导出的结构振动主动控制算法采用平衡降阶法对受控系统进行了模型降阶, 对可控度较大的几阶

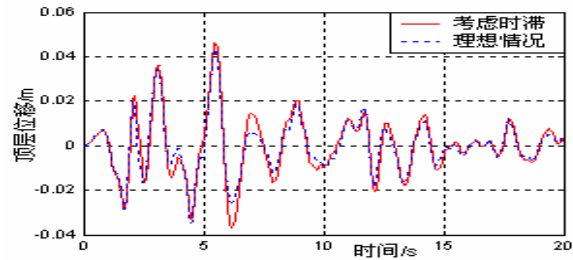


Figure 4. Top-floor displacements of the structure under control with and without the consideration of time delay

图 4. 考虑时滞与理想情况控制的顶层位移对比

模态进行控制, 解决了控制对象的高阶性与控制器的低阶性之间的矛盾; 采用带遗忘因子的递推最小二乘法对地震加速度进行短时在线预测, 从而建立起考虑时滞因素的闭环预测模型。算例表明, 由于预测模型中充分利用了地震激励信息以及考虑了时滞因素, 使控制效果明显改善, 并很好的解决了时滞问题。

References (参考文献)

- [1] J Rodellar, et al. Experimental Digital Control of Structures [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1989, 115(6): 1245-1261.
- [2] F Lopez-Almansa, et al. Modal predictive control of structures. I: formulation [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1994, 120(8): 1743-1760.
- [3] 何玉敖, 冯德平. 结构地震反应的预测控制方法研究[C]. 第九届全国结构工程会议论文集, 2000, 第3卷: 29-33. (He Yuao, Feng Deping. On predictive control method of structural seismic response [C]. Proc of The 9th National Conf on Structural Engineering, 2000, 03: 29-33).
- [4] 周星德, 汪凤泉, 韩晓林. 框架结构智能主动控制的研究 [J]. 工程力学, 2002, 02: 143-146. (Zhou Xingde, Wang Fengquan, Han Xiaolin. On Active Control of Intelligent Frame Structures [J]. Engineering Mechanics, 2002, 02: 143-146).
- [5] 方崇智, 萧德云. 过程辨识 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1988. 159-165. (Fang Chongzhi, Xiao Deyun. Process Identification [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1988. 159-165).
- [6] Gang Mei, et al. Model Predictive Control of Structures under Earthquakes using Acceleration Feedback. Journal of Engineering Mechanics, 2002, 5: 574-585.
- [7] 席裕庚. 预测控制 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1993. 14-18. (Xi Yugeng. Predictive Control [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1993. 14-18).
- [8] 顾仲权, 马扣根, 陈卫东. 振动主动控制 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1997. 135-140. (Gu Zhongquan, Ma Kougen, Chen Weidong. Active Control of Vibration [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1997. 135-140).
- [9] Jansen Laura M., Dyke Shirley J. Semiactive control strategies for MR dampers [J]. Journal of Engineering Mechanics-ASCE, 126(8): 795-803, 2000.