

Altitude Hold Control Law Designed Bases of H_∞

DONG Jiangkang, MU Yanqing

Civil Aviation University of China, Aeronautical Automation College, TianJin, China
e-mail: muyanqing0726@163.com

Abstract: This paper proposed the design of altitude hold control law based on H_∞ robust control method. Firstly, the airplane vertical linear model with a few unknown parameters was obtained after linear small perturbation analysis was made on the 6-dof plane nonlinear model. Secondly, the parameter identification was carried out on the new model by the genetic algorithm, and an approximate vertical kinematics equations of the aircraft was achieved. Finally, the altitude hold control law which is based on H_∞ robust control method was designed. The experimental results show that the proposed control law can hold altitude effectively.

Keywords: altitude hold; genetic algorithms; system identification; H_∞ robust control; control law

基于 H_∞ 高度保持控制律设计

董健康, 穆艳庆

中国民航大学, 航空自动化学学院, 天津, 中国, 300300
e-mail: muyanqing0726@163.com

【摘要】 本文提出了基于 H_∞ 的飞机高度保持控制律设计。首先, 对六自由度飞机非线性模型进行小扰动线性化处理, 得到带少量未知参数的飞机纵向线性化模型。其次, 采用遗传算法对该模型进行参数辨识, 从而求得飞机纵向近似运动学方程。最后, 采用基于 H_∞ 的鲁棒控制理论设计飞机高度保持控制律。仿真实验表明, 设计的控制律取得了较好的高度保持效果。

【关键词】 高度保持; 遗传算法; 系统辨识; H_∞ 鲁棒控制; 控制律

1 引言

在航空技术领域中, 飞机飞行过程中能否保持在某个预先规定好的高度上, 是极为重要的。这是因为选择固定的巡航高度层, 可以保证各个飞机在航行中的安全性, 能有效避免撞机等危险事故的发生。高度保持控制律的设计就是为解决这一问题提出的。目前, 在我国国内大多数飞机的控制系统都是采用经典频域设计方法或根轨迹法设计的。这种方法简单实用、设计过程透明, 但是关于控制律设计的性能完善与否在很大程度上却取决于控制律设计人员是否具有丰富的设计经验, 缺乏自适应性。

近二十年来, 基于 H_∞ 鲁棒控制技术的研究为飞行控制系统设计带来了前所未有的发展空间, 该技术适合于处理存在参数摄动的鲁棒控制问题, 融合了经典频域设计的鲁棒特性和现代控制理论状态空间法适用于 MIMO (多输入多输出) 系统的优点, 在实际工程中有着广泛的应用前景。

本文通过分析六自由度飞机非线性模型, 设计了基于 H_∞ 鲁棒控制方法的高度保持控制律, 解决了传统的控制律设计过分依赖设计人员经验的问题。实验结果表明, 设计的控制律取得了较好的高度保持效果。

2 模型参数辨识

2.1 六自由度飞机方程

首先建立研究对象的模型: 六自由度飞机非线性模型^[1]。

$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha - X - G \sin \theta \\ mV \frac{d\theta}{dt} = P \sin \alpha + Y - G \cos \theta \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} I_z \frac{d^2 \theta}{dt^2} = M_z \\ \mathcal{G} = \theta + \alpha \end{cases} \quad (2)$$

飞机的飞行运动分为基准运动和扰动运动。常规控制中，扰动运动与基准运动差别不大，按照小扰动线性化处理的运动方程在工程上是足够近似的。假设基准运动为水平直线，得纵向运动方程的线性化小扰动方程：

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{dx}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_V & X_a + g & 0 & -g \\ -Z_V & -Z_a & 1 & 0 \\ \bar{M}_V - \bar{M}_a Z_V & \bar{M}_a - \bar{M}_a Z_a & \bar{M}_q + \bar{M}_a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = [X_{\delta_e} \quad -Z_{\delta_e} \quad \bar{M}_{\delta_e} - \bar{M}_a Z_{\delta_e} \quad 0]^T, \mathbf{u} = [\Delta\delta_e]$$

X_V 、 X_a 、 Z_V 、 Z_a 、 M_V 、 M_a 、 M_q 、 X_{δ_e} 、 Z_{δ_e} 、 \bar{M}_{δ_e} 等为气动系数的导数， $\Delta\delta_e$ 为升降舵面偏角。

2.2 遗传算法辨识^[2]

遗传算法(Genetic Algorithms, 简称 GA)是模拟生物在自然环境中的遗传和进化而形成的一种自适应全局优化概率搜索算法。遗传算法主要优点有：(1) 遗传算法利用参变量集的某种编码；(2) 遗传算法从一个点的群体开始搜索；(3) 遗传算法利用适应信息；(4) 遗传算法利用概率转移准则。遗传算法提供了一种求解复杂系统优化参数的通用框架，不依赖于问题的具体领域，具有较强的鲁棒性和全局优化能力。

鉴于遗传算法在理论成熟度和工程实现上的简易性等诸多优点，本文采用遗传算法来辨识系统的参数。

2.3 遗传算法设计

基于对自然界中生物遗传与进化机理的模仿，针对不同的问题，由不同的编码方法和不同的遗传算子就构成了各种遗传算法。但这些遗传算法都有共同的特点，即通过对生物遗传和进化过程中选择、交叉、变异机理的模仿，来完成对问题最优解的自适应搜索过程^[3]。

1、编码设计：遗传算法通过对个体编码的操作，不断搜索出适应度较高的个体，并在群体中增加其数量，最终寻出问题的最优解或近似解。本文采用二进制编码。十进制数与二进制编码通过公式(4)转换。

$$x = x_{\min} + \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2^L - 1} Dec(y) \quad (4)$$

式中 x_{\max} 、 x_{\min} 为 x 可取的最大值与最小值， L 为编码长度， y 相应于 x 的二进制数， Dec 表示将二进制数转化为十进制数。

2、群体的分析与设计：群体是 GA 进化过程的基础。根据模式理论和隐并行性，群体规模越大，遗传算子所处理的模式就越多，生成有意义的建筑模块并逐渐进化成最优解的机会就越高。但是，群体规模增大，个体适应值计算与评估计算次数增加，计算量也随着增大，算法效率会显著降低。按照模式理论，染色体位串长度为 L 的编码空间包含 2^L 个个体，若群体规模为 n ，每个个体在群体中所属的模式数越多，则群体的多样性就越好。设群体处理的模式数为 $O(n^3) = n^3$ ，那么由 $O(n^3) = n \times 2^L$ 得出：

$$n = 2^{L/2} \quad (5)$$

一般来讲，对于目前大多数优化问题和可获得的计算问题而言，这个数值偏大。本文中 $L=100, n = 2^{L/2} = 2^{50}$ 。这是一个不现实的数据，经过多次试验发现本模型中 n 取值在 100-150 之间就能达到收敛值。

3、适应度函数设计：本文中为求取与采样值逼近的参数，要使飞机模型计算的俯仰角度值与采样值差的绝对值最小。定义如下目标函数：

$$J = \sum_{i=1}^{NM} \int [\phi(t) - \theta(t)]^2 dt \quad (6)$$

式中， $\phi(t)$ 表示采样值关于时间的函数， $\theta(t)$ 表示模型计算值关于时间的函数。 NM 表示采样总数(本文中为 7200)。也可以取 J 的倒值，如 6 式：

$$F = \frac{1}{J + \varepsilon} \quad (7)$$

式中 ε 为一任意小的值，目的是为了防止 J 出现零值。

4、复制操作：在遗传算法中通过复制，将优良个体插入下一代新群体中，体现“优胜劣汰”的原则。通常采用轮盘法来选择优良个体。轮盘法的基本核心是个体被选中的概率取决于个体的相对适应度：

$$p_i = f_i / \sum f_i \quad (8)$$

式中， p_i 表示个体 i 被选中的概率， f 表示个体的适应度， $\sum f_i$ 表示群体的累加适应度。

5、交换操作：遗传算法中，交换是产生新个体的主要手段。它类似生物学的杂交，使不同个体的基因互相交换，从而产生新个体。通过交换，子代的字符串不同于父代。正是有了交换操作，群体的形态才多

种多样。

6、突变：突变是遗传算法产生新个体的另一种方法。它对某个字符进行取补运算，即将 0 变成 1，1 变成 0。突变的概率是针对字符的，一般比较小，取 0.005 或 0.01^[4]。

2.4 实验结果分析

高度保持模型辨识：输入采集的巡航段舵偏角，得到计算输出的俯仰角度与采集的俯仰角度如图 1 所示：

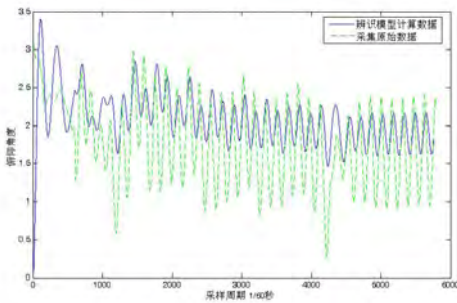


Figure 1. Curve: the identification result of altitude hold control model

图 1 高度保持模型辨识结果

图中，实线为计算输出的俯仰角度，虚线为采集的原始数据，辨识的效果基本能够拟合原始数据，稳态的效果较好。辨识出飞机模型如下：

$$A = \begin{bmatrix} -2.9941 & -0.1496 & 0 & -9.8 \\ 0.8240 & -0.0088 & 1 & 0 \\ 1.1056 & 0.1965 & -2.0088 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 6.6422 \\ -7.4633 \\ -6.2023 \\ 0 \end{bmatrix}$$

而高度保持的飞机长周期模型传递函数为：

$$G(s) = \frac{-6.202s^2 - 12.75s - 2.944}{s^4 + 5.012s^3 + 5.985s^2 + 10.71s + 1.682} \quad (9)$$

它的极点为：

$$s_1 = -4.1694$$

$$s_2 = -0.1712$$

$$s_3 = -0.3357 + 1.4981i$$

$$s_4 = -0.3357 - 1.4981i$$

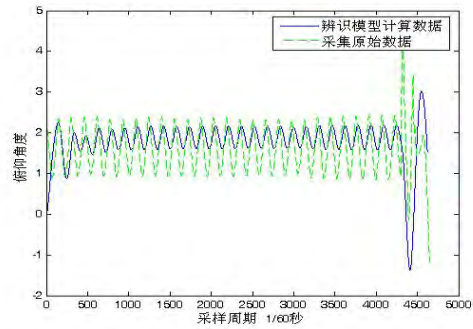


Figure 2. Curve: the experiment result of altitude hold control model

图 2 高度保持模型验证结果

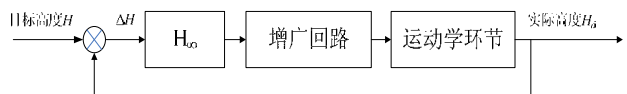


Figure 3. Curve: the structure chart of altitude hold control law

图 3 高度保持控制律结构图

从极点的位置来看，系统已经稳定。在 1 度舵偏角的作用下，俯仰角稳定于-2.5 度附近。代入辨识参数，取另一组数据进行验证，验证结果如图 2 所示。

图中，实线为计算输出的俯仰角度，虚线为采集的原始数据。可以看出，在稳态时模型能较好的拟合原始数据，且稳态误差优于原始数据。

3 高度保持控制律设计

高度保持控制律的目标是使飞机稳定在预定的高度上，该控制律在飞行过程中使用最为频繁。在巡航阶段，当飞机受到扰动偏离原目标高度时，目标高度与实际高度的差值不为零。经过控制器放大、整理后输入姿态回路。姿态回路包括舵回路与飞机模型，其输出为飞机俯仰角，经过运动学环节可以得到飞机的运动轨迹变化。考虑辨识模型不精确性和飞机模型摄动性，使用 H_∞ 鲁棒控制方法设计高度保持控制律^[5]。

飞机运动学模型为式 (9)，舵回路的传递函数为：

$$G_s = \frac{1}{0.1s + 1}$$

得增广回路模型为：

$$A = \begin{bmatrix} -2.9941 & -0.1496 & 0 & -9.8 & 6.6422 \\ 0.8240 & -0.0088 & 1 & 0 & -7.4633 \\ 1.1056 & 0.1965 & -2.0088 & 0 & -6.2023 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix},$$

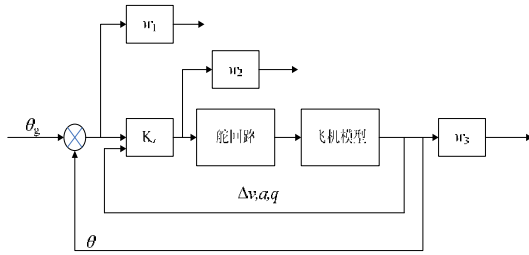


Figure 4. Curve: the design of robust controller
图 4. 鲁棒控制器设计

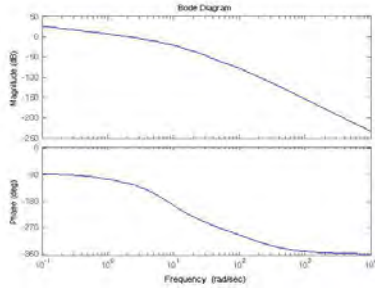


Figure 2. Curve: Bode graph
图 5. Bode 图

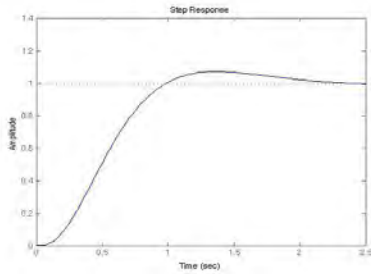


Figure 6. Curve: unit step response
图 6. 单位阶跃响应

$$B=[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 10], \quad C=[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0], \quad D=[0]$$

设计如图 4 所示结构图。

选取加权矩阵:

$$w_1 = \frac{100}{s + 0.5}, \quad w_2 = 1e - 2, \quad w_3 = \frac{s}{100}$$

利用 Matlab 提供的 hinftopt 工具求得系统增广矩阵^[6]:

$$A = \begin{bmatrix} -2.9941 & -0.1496 & 0 & -0.98 & 6.6422 & 0 \\ 0.824 & -0.0088 & 1 & 0 & -7.4633 & 0 \\ 1.1056 & 0.1965 & -2.0088 & 0 & -6.2023 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1], \quad B_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0],$$

$$C_1 = [0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0], \quad C_2 = [0 \ 0 \ 0],$$

$$D_{11} = [0 \ 0.5 \ 0]^T, \quad D_{12} = 1, \quad D_{21} = 0, \quad D_{22} = 1e - 4.$$

设计控制器 K_∞ 为:

$$K_\infty = \frac{-334.4709(s+10)(s+4.169)(s+0.1711)(s^2 + 0.6714s + 2.358)}{s(s+145)(s+1.426)(s+0.3125)(s^2 + 16.17s + 75.93)}$$

同时得到 γ 值为 0.86719 < 1。

开环系统 $K_\infty * G(s)$ 的 Bode 图和闭环系统单位阶跃响应曲线如图 5 与图 6 所示:

4 结束语

本文采用遗传算法对飞机纵向线性化模型进行参数辨识, 得到较为稳定而有效的系统。在该系统下, 针对辨识模型的不精确性和飞机模型的摄动性, 设计了基于 H_∞ 鲁棒控制技术的高度保持控制律。实验结果证明该系统可较好地使飞机保持在预定高度上。随着鲁棒控制技术和系统辨识算法的不断发展, 更精确的控制律设计可能得以实现, 这有待于进一步的研究。

Reference (参考文献)

- [1] Cai ManYi. Flight Control system[M]. Beijing: National defense industry book concern, 2007.63-77 蔡满意. 飞行控制系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.63-77.
- [2] Li MinQiang, Kou JiSong, Lin Dan. Basic theory and application of Genetic algorithm[M]. Beijing: Science book concern, 2003. 李敏强, 寇纪淞, 林丹, 李树全. 遗传算法的基本理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [3] Bertoni, A., and Dorigo, M. Implicit parallelism in genetic algorithms. Artificial Intelligence, 1993, 61 (2): 307-315
- [4] Li YanJun, Zhang Ke. System identification theory and application[M]. Beijing: National defense industry book concern, 2003.1-7. 李言俊, 张科. 系统辨识理论及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.1-7.
- [5] Wang Hui. The design and simulation of big type aero transport[D]: paper of master's degree. Beijing: Beijing university of aeronautics and astronautics. 12-15. 王会. 大型运输机控制律设计及仿真研究[D]: 硕士学位论文. 北京: 北京航空航天大学. 12-15.
- [6] Wei Wei. MATLAB control engineering toolbox technical handbook[M]. Beijing: National defense industry book concern, 2004.155-160. 魏巍. MATLAB 控制工程工具箱技术手册[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.155-160.