Inverse Eigenpair Problem for Real Symmetric Seven-Diagonal Positive Definite Matrix

FENG Lichao[1], JIN Dianchuan[1], WU Zhihui[2], YANG Yanmei[1], SONG Shaopeng[1], ZHANG Qiuna[3]

1. College of Science, Hebei Polytechnic University, Tangshan, China

2. Applied Science College, Harbin University of Science and Technology, Harbin, China

3. College of Light Industry, Hebei Polytechnic University, Tangshan, China

e-mail: *flch19820520@yahoo.cn*

Abstract: The problem on the construction of real symmetric seven-diagonal positive definite matrix from there eigenpairs is considered. The conditions for the existence of a solution of this problem, as well as the analytic formula of this solution, are derived. A numerical experiment is given.

Keywords: Jacobi matrix; real symmetric seven-diagonal positive definite matrix; eigenvalue; eigenvector; inverse eigenpair problem

实对称正定七对角矩阵的逆特征值

冯立超[1]，金殿川[1]，武志辉[2]，杨艳梅[1]，宋劭鹏[1]，张秋娜[3]

1．河北理工大学 理学院，唐山，中国，**063009**

2．哈尔滨理工大学 应用科学学院，哈尔滨，中国，**150080**

3．河北理工大学 轻工学院，唐山，中国，**063009**

e-mail: flch19820520@yahoo.cn

【摘　要】本文研究由三个特征对构造实对称正定七对角矩阵问题，提出了问题有解的条件及其解的表达式，并给出了数值简例。

【关键词】Jacobi 矩阵；实对称正定七对角矩阵；特征值；特征向量；逆特征值问题；

1 引言

设 P 为如下实对称七对角矩阵的集合：

$$P=\left\{D\left|D=\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & & & \\ b_1 & a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & & \\ c_1 & b_2 & a_3 & b_3 & \ddots & \ddots & \\ d_1 & c_2 & b_3 & \ddots & \ddots & \ddots & d_{n-3} \\ & d_2 & \ddots & \ddots & \ddots & b_{n-2} & c_{n-2} \\ & & \ddots & \ddots & b_{n-2} & a_{n-1} & b_{n-1} \\ & & & d_{n-3} & c_{n-2} & b_{n-1} & a_n \end{bmatrix}_{n*n}\right.,a_i,b_i,c_i,d_i\in R\text{且}b_i,c_i>0,d_i\geq 0\right\}。$$

性质 1：若 $D\in P$，则 D 不可约。

性质 2：若三个不可约对称三对角矩阵的乘积是七对角矩阵。特别地，若 T 是不可约实对称三对角矩阵，则 $D=T^3$ 是实对称七对角矩阵。

性质 3：设 (a,x) 是不可约实对称三对角矩阵 T 的特征对，则 (a^3,x) 是实对称七对角矩阵 $D=T^3$ 的特征对。若 a 是 T 的第 i 个特征值（从小到大排序），则 a^3 是 D 的第 i 个特征值。

定义：设 $x_1,x_2,\cdots x_n$ 是一个非零实数的有限序列，如果 $x_ix_{i+1}<0$，则说，序列在第 i+1 项有一个变号。这个序列中变号的总数称为它的变号数。一个有限的实数序列的变号数定义为去掉这个序列中的 0 以后得到的序列的变号数。

逆特征值问题在结构动力学、分子光谱学、结构

978-1-935068-06-8 © 2009 SciRes.

设计、参数识别和自动控制等许多领域都用重要的应用，例如逆特征值方法是结构动态设计和飞行器设计中的有力工具。关于逆特征值问题的研究已经取得许多有意义的成果。三对角矩阵逆特征值问题的研究已经很成熟[1-5],提出了很多算法及解的适应性条件,对于五对角矩阵逆特征值问题的研究较少[6-11]，有关结论果也不多，而对七对角矩阵的逆特征值问题的研究就更少了。

本文研究以上形式的实对称七对角矩阵的逆特征值问题。

问题：给定三个互异实数 a,β,γ $(0<a<\beta<\gamma)$ 和三个 n 维非零实向量 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$，$y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)^T$ 和 $z=(z_1,z_2,\cdots,z_n)^T$，求 n 阶实对称正定七对角矩阵 D，使得(a，x),（β，y）和(γ，z)分别是 D 的第 i 个,第 j 个和第 k 个（i,j,k 各不相同）特征对。

2 问题存在唯一解的充要条件

引理 1[4]：n 阶 Jacobi 矩阵 J_n 正定的充要条件是存在唯一一组正数 $\lambda_1, \lambda_2,\cdots\lambda_n$ 和唯一的一组正数 $t_1, t_2,\cdots t_{n-1}$，使得 $J_n=T_n^T\Lambda_n T_n$，其中

$$
T_n=\begin{bmatrix} 1 & t_1 & & & \\ & 1 & t_2 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & t_{n-1} \\ & & & & 1 \end{bmatrix}_{n*n},
$$

$$
\Lambda_n=\begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & \\ & \lambda_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \lambda_{n-1} & \\ & & & & \lambda_n \end{bmatrix}_{n*n}。
$$

利用引理 1 可将问题 I 转化为：求正数组 $\lambda_1, \lambda_2,\cdots\lambda_n$ 和 $t_1, t_2,\cdots t_{n-1}$，有

$T_n^T\Lambda_n T_n$(x, y, z) =（$\alpha^{1/3}$x，$\beta^{1/3}$y，$\gamma^{1/3}$z）。

另外，易知问题 I 存在唯一解的充要条件是：存在唯一的一组正数 $\lambda_1, \lambda_2,\cdots\lambda_n$ 和唯一的一组正数 $t_1, t_2,\cdots t_{n-1}$ 使得上式成立，即有

$$
\begin{cases} \lambda_1 x_1+\lambda_1 t_1 x_2=h_1 \\ \lambda_1 y_1+\lambda_1 t_1 y_2=f_1 \\ \lambda_1 z_1+\lambda_1 t_1 z_2=g_1 \end{cases}
$$

$$
\begin{cases} \lambda_2 x_2+\lambda_2 t_2 x_3=h_2(t_1) \\ \lambda_2 y_2+\lambda_2 t_2 y_3=f_2(t_1) \\ \lambda_2 z_2+\lambda_2 t_2 z_3=g_2(t_1) \end{cases}
$$

$$\vdots$$

$$
\begin{cases} \lambda_{n-1} x_{n-1}+\lambda_{n-1} t_{n-1} x_n=h_{n-1}(t_1,t_2\cdots t_{n-2}) \\ \lambda_{n-1} y_{n-1}+\lambda_{n-1} t_{n-1} y_n=f_{n-1}(t_1,t_2\cdots t_{n-2}) \\ \lambda_{n-1} z_{n-1}+\lambda_{n-1} t_{n-1} z_n=g_{n-1}(t_1,t_2\cdots t_{n-2}) \end{cases}
$$

$$
\begin{cases} \lambda_n x_n=h_n(t_1,t_2\cdots t_{n-1}) \\ \lambda_n y_n=f_n(t_1,t_2\cdots t_{n-1}) \\ \lambda_n z_n=g_n(t_1,t_2\cdots t_{n-1}) \end{cases}
$$

其中 $h_1=a^{1/3}x_1, f_1=\beta^{1/3}y_1, g_1=\gamma^{1/3}z_1$，

$$
\begin{cases} h_i(t_1,t_2,\cdots,t_{i-1})=a^{1/3}x_1-h_{i-1}(t_1,t_2,\cdots,t_{i-2})t_{i-1} \\ f_i(t_1,t_2,\cdots,t_{i-1})=\beta^{1/3}y_1-f_{i-1}(t_1,t_2,\cdots,t_{i-2})t_{i-1} \\ g_i(t_1,t_2,\cdots,t_{i-1})=\gamma^{1/3}z_1-g_{i-1}(t_1,t_2,\cdots,t_{i-2})t_{i-1} \\ \quad i=2,3\cdots,n \end{cases}
$$

方便起见，用 h_i 表示 $h_i(t_1,t_2,\cdots,t_{i-1})$，$f_i$ 表示 $f_i(t_1,t_2,\cdots,t_{i-1})$，$g_i$ 表示 $g_i(t_1,t_2,\cdots,t_{i-1})$，此外对 $i=1,2,\cdots n-1$, $j=1,2,\cdots n$ 引进量

$$D_i^{(1)}=\begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix}=x_i y_{i+1}-x_{i+1}y_i,$$

$$D_i^{(2)}=\begin{vmatrix} z_i & x_i \\ z_{i+1} & x_{i+1} \end{vmatrix}=z_i x_{i+1}-z_{i+1}x_i,$$

$$D_i^{(3)}=\begin{vmatrix} y_i & z_i \\ y_{i+1} & z_{i+1} \end{vmatrix}=y_i z_{i+1}-y_{i+1}z_i;$$

$$d_j^{(1)}=(\sqrt[3]{\beta}-\sqrt[3]{\alpha})\sum_{i=1}^{j}x_i y_i,$$

$$d_j^{(2)}=(\sqrt[3]{\alpha}-\sqrt[3]{\gamma})\sum_{i=1}^{j}x_i z_i,$$

$$d_j^{(3)}=(\sqrt[3]{\gamma}-\sqrt[3]{\beta})\sum_{i=1}^{j}y_i z_i;$$

$$G_j^{(1)}(t_1,t_2,\cdots t_{j-1})=\begin{vmatrix} x_j & y_j \\ h_j & f_j \end{vmatrix}=x_j f_j-y_j h_j,$$

$$G_j^{(2)}(t_1,t_2,\cdots t_{j-1})=\begin{vmatrix} z_j & x_j \\ g_j & h_j \end{vmatrix}=z_j h_j-.x_j g_j,$$

$$G_j^{(3)}(t_1,t_2,\cdots t_{j-1})=\begin{vmatrix} y_j & z_j \\ f_j & g_j \end{vmatrix}=y_j g_j-z_j f_j;$$

$$F_i^{(1)}(t_1,t_2\cdots t_{j-1})=\begin{vmatrix} h_i & f_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix}=h_i y_{i+1}-f_i x_{i+1},$$

$$F_i^{(2)}(t_1,t_2\cdots t_{j-1})=\begin{vmatrix} g_i & h_i \\ z_{i+1} & x_{i+1}\end{vmatrix}=g_i x_{i+1}-h_i z_{i+1},$$

$$F_i^{(3)}(t_1,t_2,\cdots t_{j-1})=\begin{vmatrix} f_i & g_i \\ y_{i+1} & z_{i+1}\end{vmatrix}=f_i z_{i+1}-g_i y_{i+1}$$

s(x)是由 x 的分量 $x_1,x_2\cdots x_n$ 组成的序列的变号数(值为零的项略去)。

引理 2[5]：给定三个互异实数 $a^{1/3},\beta^{1/3}$, $\gamma^{1/3}$ 和三个 n 维非零实向量 $x=(x_1,x_2,\cdots x_n)^T$，$y=(y_1,y_2,\cdots y_n)^T$，$z=(z_1,z_2,\cdots z_n)^T$，则存在唯一的 n 阶正定 Jacobi 矩阵 J_n，使得 $(a^{1/3},x)$, $(\beta^{1/3},y),(\gamma^{1/3},z)$ 分别是 J_n 第 i,j,k 个(i,j,k 互不相同)特征对的充要条件是:

(1) $d_n^{(1)}=d_n^{(2)}=d_n^{(3)}=0;$

(2) $s(x)=n-i,s(y)=n-j,s(z)=n-k;$

(3) 必存在某个 $k(1\le k\le 3)$ 使得 $D_i^{(k)}\ne 0$，且 $D_i^{(k)}F_i^{(k)}(t_1,t_2,\cdots t_{i-1})>0$，$d_i^{(k)}D_i^{(k)}>0$；若存在某个 $l(1\le l\le 3)$ 使得 $D_i^{(l)}=0$, 则 $F_i^{(l)}=0;$

(4) $h_iD_i^{(3)}+f_iD_i^{(2)}+g_iD_i^{(1)}=0;$

(5) $x_nh_n(t_1,t_2,\cdots t_{n-1})>0$ 。

并且其唯一解可表示为

$$J_n=\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & & & \\ b_1 & a_2 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & b_n & \\ & & b_n & a_n \end{bmatrix}_{n*n},$$

这里

$$\lambda_i=\begin{cases} F_i^{(1)}/D_i^{(1)}, D_i^{(1)}\ne 0 \\ F_i^{(2)}/D_i^{(2)}, D_i^{(1)}=0, D_i^{(2)}\ne 0 \\ F_i^{(3)}/D_i^{(3)}, D_i^{(1)}=0, D_i^{(2)}=0, D_i^{(3)}\ne 0 \\ \quad i=1,2,\cdots n-1\end{cases},$$

$\lambda_n=h_n/x_n$，

$$t_i=\begin{cases} G_i^{(1)}/F_i^{(1)}, D_i^{(1)}\ne 0 \\ G_i^{(2)}/F_i^{(2)}, D_i^{(1)}=0, D_i^{(2)}\ne 0 \\ G_i^{(3)}/F_i^{(3)}, D_i^{(1)}=0, D_i^{(2)}=0, D_i^{(3)}\ne 0 \\ \quad i=1,2,\cdots n-1\end{cases},$$

$a_1=\lambda_1$，$a_i=\lambda_i+\lambda_{i-1}t_{i-1}^2$，$i=2,3,\cdots n$，
$b_j=\lambda_j t_j$，$j=1,2,\cdots,n-1$。

定理:给定三个互异实数 a,β,γ($0<a<\beta<\gamma$)和三个 n 维非零实向量 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$，$y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)^T$ 和 $z=(z_1,z_2,\cdots,z_n)^T$，若满足:

(1) $d_n^{(1)}=d_n^{(2)}=d_n^{(3)}=0;$

(2) $s(x)=n-i,s(y)=n-j,s(z)=n-k;$

(3) 必存在某个 $k(1\le k\le 3)$ 使得 $D_i^{(k)}\ne 0$，且 $D_i^{(k)}F_i^{(k)}(t_1,t_2,\cdots t_{i-1})>0$，$d_i^{(k)}D_i^{(k)}>0$；若存在某个 $l(1\le l\le 3)$ 使得 $D_i^{(l)}=0$, 则 $F_i^{(l)}=0;$

(4) $h_iD_i^{(3)}+f_iD_i^{(2)}+g_iD_i^{(1)}=0;$

(5) $x_nh_n(t_1,t_2,\cdots t_{n-1})>0.$

则存在实对称正定七对角矩阵 D 以 $(a,x),(\beta,y),(\gamma,z)$ 为第 i,j,k 个特征对。

证明:根据引理 2 和条件(1)-(5)可求出唯一的正定 Jacobi 矩阵 J_n 使得 $(a^{1/3},x)$ $(\beta^{1/3},y)$ 和 $(\gamma^{1/3},z)$ 分别是 J_n 的第 i,j,k 个特征对，则

$$J_n=\begin{bmatrix} e_1 & f_1 & & & \\ f_1 & e_2 & f_2 & & \\ & f_2 & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & e_{n-1} & f_{n-1} \\ & & & f_{n-1} & e_n \end{bmatrix}_{n*n}。$$

其中

$$\lambda_i=\begin{cases} F_i^{(1)}/D_i^{(1)}, D_i^{(1)}\ne 0 \\ F_i^{(2)}/D_i^{(2)}, D_i^{(1)}=0, D_i^{(2)}\ne 0 \\ F_i^{(3)}/D_i^{(3)}, D_i^{(1)}=0, D_i^{(2)}=0, D_i^{(3)}\ne 0 \\ \quad i=1,2,\cdots n-1\end{cases},$$

$\lambda_n=h_n/x_n$，

$$t_i=\begin{cases} G_i^{(1)}/F_i^{(1)}, D_i^{(1)}\ne 0 \\ G_i^{(2)}/F_i^{(2)}, D_i^{(1)}=0, D_i^{(2)}\ne 0 \\ G_i^{(3)}/F_i^{(3)}, D_i^{(1)}=0, D_i^{(2)}=0, D_i^{(3)}\ne 0 \\ \quad i=1,2,\cdots n-1\end{cases},$$

$e_1=\lambda_1$，$e_i=\lambda_i+\lambda_{i-1}t_{i-1}^2$，$i=2,3,\cdots n$，
$f_j=\lambda_j t_j$，$j=1,2,\cdots,n-1$。

由性质 2 和性质 3，$D=J_n^3$ 为实对称七对角矩阵，且是以 $(a,x),(\beta,y),(\gamma,z)$ 为第 i,j,k 个特征对的正定矩阵:

$$D=J_n^3=\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & & & & \\ b_1 & a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & & & \\ c_1 & b_2 & a_3 & b_3 & \ddots & \ddots & & \\ d_1 & c_2 & b_3 & \ddots & \ddots & \ddots & d_{n-3} & \\ & d_2 & \ddots & \ddots & \ddots & b_{n-2} & c_{n-2} & \\ & & \ddots & \ddots & b_{n-2} & a_{n-1} & b_{n-1} & \\ & & & d_{n-3} & c_{n-2} & b_{n-1} & a_n \end{bmatrix}_{n*n},$$

其中

978-1-935068-06-8 © 2009 SciRes.

$$\begin{cases} a_i = e_i^3 + 2e_i f_i^2 + 2e_i f_{i-1}^2 + e_{i-1} f_{i-1}^2 + e_{i+1} f_i^2 \\ \quad i = 1,2,\cdots n \\ b_i = e_i^2 f_i + f_i^3 + e_i e_{i+1} f_i + e_{i+1}^2 f_i + f_{i-1}^2 f_i + f_i f_{i+1}^2 \\ \quad i = 1,2,\cdots n-1 \\ c_i = (e_i + e_{i+1} + e_{i+2})\ f_i f_{i+1} \\ \quad i = 1,2,\cdots n-2 \\ d_i = f_i\ f_{i+1} f_{i+2} \\ \quad i = 1,2,\cdots n-3 \\ f_0 = f_n = 0 \end{cases}$$
。

3 数值例子

例子：给定 $a=1,\beta=8,\gamma=27$，$x=(1,-1,0,1,-1)^T$，$y=(1,0,-1,0,1)^T$ 和 $z=(1,1,0,-1,\ -1)^T$，求一个 5 阶实对称正定七对角矩阵 D，使得（a，x），（β，y）和（γ，z）分别是 D 的第 2 个，第 3 个和第 4 个特征对。

解：经简单计算知 $d_5^{(1)}=d_5^{(2)}=d_5^{(3)}=0$，$s(x)=5-2=3$，$s(y)=5-3=2$，$s(z)=\ 5-4=1$，因此定理中的条件（1）（2）成立。

当 i=1 时，有 $D_1^{(1)}=1$，$D_1^{(2)}=-2$，$D_1^{(3)}=1$，$h_1=1$，$f_1=1$，$g_1=1$，$F_1^{(1)}=2$，$F_1^{(2)}=-4$，$d_1^{(1)}=1$，$d_1^{(2)}=-2$，$d_1^{(3)}=1$，从而 $D_1^{(s)}$ * $F_1^{(s)}(t_1,t_2,\cdots t_{i-1})>0$，$d_1^{(s)}D_1^{(s)}>0$，$s=1,2,3$，$h_1D_1^{(3)}+f_1D_1^{(2)}+g_1D_1^{(1)}=0$。

即，当 i=1 时，条件（3）和（4）成立，$\lambda_1=F_1^{(1)}/D_1^{(1)}=2$，$t_1=d_1^{(1)}/F_1^{(1)}=1/2$。

同理，当 i=1,2,3 时，条件（3）和（4）也成立，且 $\lambda_2=3/2$，$t_2=2/3$，$\lambda_3=4/3$，$t_3=3/4$，$\lambda_4=5/4$，$t_4=4/5$，$h_5=-6/5$，$x_5h_5=6/5\ \ >0$，$t_5=h_5/x_5=6/5$，最后得到：$e_1=e_2=$

$e_3=e_4=e_5=2$，$f_1=f_2=f_3=f_4=1$。

总结上面，定理中的（1）-(5)成立，可得到

$$J_5=\begin{bmatrix} 2 & 1 & & & \\ 1 & 2 & 1 & & \\ & 1 & 2 & 1 & \\ & & 1 & 2 & 1 \\ & & & 1 & 2 \end{bmatrix}_{5*5}$$
，从而得到

$$D=J_5^3=\begin{bmatrix} 14 & 14 & 6 & 1 & 0 \\ 14 & 20 & 15 & 6 & 1 \\ 6 & 15 & 20 & 15 & 6 \\ 1 & 6 & 15 & 20 & 14 \\ 0 & 1 & 6 & 14 & 14 \end{bmatrix}_{5*5}$$
。

4 结语

在总结前人工作的基础上，本文研究七对角矩阵的逆特征值问题，即由三个特征对构造实对称正定七对角矩阵问题，并且提出了问题有解的充要条件及其解的具体表达式，最后并给出了一个数值简例。当然，本文还有许多相关的结论和需要改进的地方。

致谢

真诚地感谢所有在作者完成该论文的过程中给予帮助,支持和鼓励的合作老师们。同时，非常感谢华中科技大学数学与统计学院的李萍教授在忙碌的工作中挤出宝贵时间来修改、批阅论文,一针见血指出不足,并提供了很多宝贵的参考意见。

References（参考文献）

[1] Dai Hua. INVERSE EIGENVALUE PR0BLEMS FOR JACOBIAN AND SYMMETRIC TRIDIAG0NAL MATRICES[J]. NUMERICAL MATHEMATICS A JOURNAL OF CHINESE UNIVERSITIES, 1990,12(1),P1-13.
戴华.Jacobi矩阵和对称三对角矩阵特征值反问题[J].高校计算数学学报,1990,12(1),P1-13.
[2] Hu Xiyan,Zhou Xiaozhuang. INVERSE EIGENPROBLEMS FOR TRIDIAGONAL SYMMETRIC MATRICES[J]. Journal on Numerical Methods and Computer Applications, 1996,17(2), P150-156.
胡锡炎,周小庄.三对角对称矩阵的逆特征问题[J].数值计算与计算机应用,1996,17(2),P150-156.
[3] Liao Anping,Zhang Lei,Hu Xiyan. The Conditions of Existing a Unique Solution for Inverse Eigenproblems of Tridiagonal Symmetric Matrices[J]. Journal on Numerical Methods and Computer Applications,2000,21(2),P102-111.
廖安平,张磊,胡锡炎.三对角对称矩阵逆特征值问题存在唯一解的条件[J].数值计算与计算机应用,2000,21(2),P102-111.
[4] Liao Anping,Bai Zhongzhi. ON THE CONSTRUCTION OF POSITIVE DEFINITE JACOBIAN MATRIX FROM TWO EIGENPAIRS[J]. Journal of Numerical Methods and Computer Applications,2002,23 (2),P131-138.
廖安平,白中治.由两个特征对构造正定Jacobi矩阵[J].数值计算与计算机应用,2002,23(2),P131-138.
[5] Li zhenzhu. ON THE CONSTRUCTION OF POSITIVE DEFINITE JACOBIAN MATRIX FROM THREE EIGENPAIRS [J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica,2005, 28(2),P333-340.
李珍珠.由三个特征对构造正定Jacobi矩阵[J].应用数学学报,2005,28(2),P333-340.
[6] Zhou Xiaozhuang,Hu Xiyan. The Real Symmetric Five-Diagonal Matrix and Inverse Eigenproblems for It[J]. JOURNAL OF HUNAN UNIVERSITY,1996,23(1),P9-14.
周小庄,胡锡炎.实对称五对角矩阵及其特征反问题[J].湖南大学学报,1996,23(1),P9-14.
[7] Wang Zhengsheng. INVERSE EIGENVALUE PROBLEM FOR REAL SYMMETRIC FIVE-DIAGONAL MATRIX[J]. Numerical Mathematics A Journal of Chinese Universities, 2002,(4), P366- 376.
王正盛.实对称五对角矩阵逆特征值问题[J].高等学校计算数学学报,2002,(4),P366-376.
[8] Sun Heming,,Zhao Chunsheng. AN ALGORITHM AND APPLICATION FOR INVERSE EIGENVALUE PROBLEM

OF 5-DIAGONAL MATRIX [J]. Chinese Journal of Computational Physics,1997,14 (4,5),P631-634.
孙合明,赵淳生.五对角阵逆特征值问题的一个数值解法及其应用[J].计算物理,1997,14(4,5),P631-634.

[9] Wang Zhengsheng. Inverse eigenvalue problems for real symmetric banded matrix[J]. APPLIED MATHEMATICS A JOURNAL OF CHINESE UNIVERSITIES,2004,19(4),P451-459.
王正盛.实对称带状矩阵逆特征值问题[J].高校应用数学学报A 辑,2004,19(4),P451-459.

[10] Cai Qian,Fang Fen. The Conditions for the Solvability of Inverse Problems of Two Matrixes[J]. Nanjing Audit University Journal, 2005,2(4),P66-69.
蔡茜,方芬.两类矩阵反问题解存在的条件[J].南京审计学院学报,2005,2(4),P66-69.

[11] Cai Qian,GONG Weiqiang,Sun Aiming. Inverse Eigenvalue Problem for Real Symetric Five-diagonal Matrix[J]. COLLEGE MATHEMATICS,2005,21(6),P66-70.
蔡茜,龚维强,孙艾明.五对角线矩阵的逆特征值问题[J].大学数学,2005,21(6),P66-70.

978-1-935068-06-8 © 2009 SciRes.