

Conformation Study of Low-Density Parity-Check Codes for Free-Space

Xuena XIAO

Shandong Institute of Business and Technology, Shandong Yantai, China

Email: xxnzt@163.com

Abstract: In this paper, we study channel model of free-space optical communication and compare the various parity-check matrix conformation of low-density parity check codes. Through the comparison of various parity-check matrix conformation and the thinking to the influence from ring, we find an improved parity-check matrix conformation of low-density parity check codes— π -rotated conformation. Then we have a emulation analysis of construction capability between various parity-check matrix conformation and π -rotated conformation.

Keywords: Low-density parity check (LDPC) codes; Free-space optical communication; Improved parity-check matrix construction; π -rotated construction

LDPC 码在无线光通信中的构造分析

肖雪娜

山东工商学院, 山东烟台, 中国, 264001

Email: xxnzt@163.com

摘 要: 本文分析了无线光信道的信道模型, 比较了几种常用的 LDPC 码校验矩阵的构造方法。通过对几种构造方法的比较, 以及考虑到环对 LDPC 码的影响, 找到了一种改进的构造方法, π -旋转构造法并对 LDPC 码常用的构造方法和 π -旋转构造法的性能进行了仿真比较。

关键词: LDPC 码; 无线光通信; 构造矩阵; π -旋转构造法

1、引言

LDPC 码是由 Gallager 于 1962 年提出的一种性能接近香农 (Shannon) 限的好码^[1], 并采用了迭代译码思想来进行译码, 所以又称之为哥拉格 (Gallager) 码。在很长的一段时间里, 限于当时的条件和人们认识的水平, LDPC 码并未受到人们的重视。直到 1993 年, Berrou 等提出了 Turbo 码后, 人们发现 Turbo 码其实就是一种 LDPC 码, LDPC 码才又重新引起了人们的研究兴趣。1996 年, D. J. C. Mackay 和 R. M. Neal 对这种正则型 LDPC 码重新进行了研究, 发现它们也如 Turbo 码那样具有逼近香农限的性能, 从而使 LDPC 码的研究跨入了一个崭新的阶段。从此, 人们纷纷加入到 LDPC 码的研究行列。由于研究的时间还比较短, 许多领域还没有涉及, 无线光通信就是其中之一。特别是人们最近发现长的 LDPC 码的性能要好于同等条件下的 Turbo 码^[2], 这使 LDPC 码在无线光通信中的研究更具意义。

2、无线光通信的信道模型分析

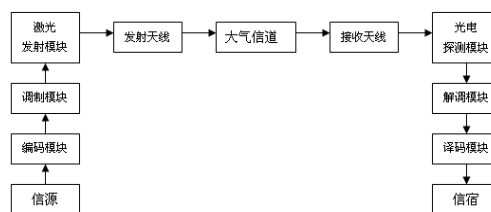


Figure 1. Free-space optical communication system frame
图 1. 无线光通信系统框图

无线光通信系统的系统模型如图 1 所示。由于无线光通信系统的传输介质是大气信道, 所以当激光在大气中传输时, 由于大气层的参数随机变化, 大气湍流效应是影响通信系统的重要问题。考虑大气湍流效应对无线光通信链路的影响将其分为弱湍流效应和强湍流效应。图 2 显示了弱湍流效应和强湍流效应对无线光通信的影响, 从图中可以看出即使使用了 LDPC 码进行纠错编

码, 强湍流效应下的无线光通信仍具有很高的误码率, 无法达到通信质量的要求。本文主要研究激光在大气信道中的基本传输特性, 所以只考虑弱湍流效应对无线光通信中大气信道的影响。

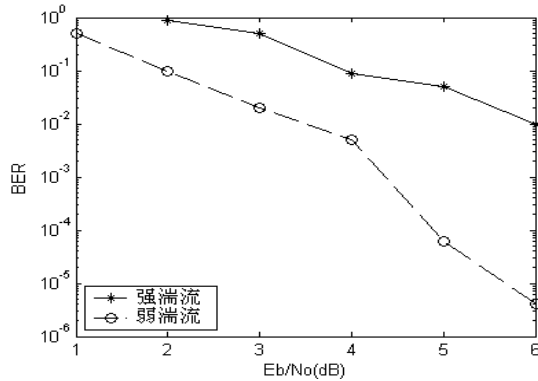


Figure 2. The compare of strong swift current effect and weak swift current effect

图 2. 强湍流效应与弱湍流效应比较

电信号传输一般是通过电缆传输, 不会直接暴露在空气中, 相对来说干扰较小且不会经常变化, 对于信道编码的要求也就不会太高; 无线光信号直接通过空间传输, 受到大气的严重影响, 并随着天气的变化传输的效果也不断变化。这就决定它对信道编码的要求很高, 这样才能保证通信的正常进行。LDPC 码作为高性能的纠错编码正好能满足无线光通信的需求, 从理论上来说是一个很好的选择。

3 LDPC 码常用的构造方法分析

由于 LDPC 码是用稀疏校验矩阵定义的线性纠错码, 而且校验矩阵 H 在以后的编码、译码过程中起着至关重要的作用, 所以校验矩阵 H 的结构对于码的性能有着决定性的作用。在相同码参数的 LDPC 码集合 $c^n(l, r)$ 中, 根据构造方式的不同, 校验矩阵主要有两种: 随机校验矩阵和结构化校验矩阵 (structured parity-check matrix), 它们的构造方式分别为随机构造法和代数构造法。用随机方法构造 LDPC 码的稀疏矩阵, 构造方式没有一定的码结构, 对于高码率、中短长度的 LDPC 码进行构造, 要避免四线循环较困难, 且构造的码不是系统形式或循环形式的。虽然校验矩阵是稀疏的, 但编码时对校验矩阵 H 进行高斯消去得到的生成矩阵却不是稀疏的, 编码复杂度高, 其复杂度为 $O(n^2)$, 因此编码器非常复杂, 不具有实用性。代数结构 LDPC

码的共同缺陷是码率和码长的参数选择不够灵活, 它们只能根据自身的设计规则首先构造 H 矩阵, 然后由 H 矩阵求出码长和码率, 而不能首先给定码率和码长的参数, 然后根据这些参数设计 H 矩阵, 这导致上述构造算法所确定的 LDPC 码类不能与现有标准兼容, 实用性较差。

4 改进构造法半随机 π -旋转 LDPC 码

将校验矩阵 H 分解为 $H = [H^p \ H^d]$, 其中 H^p 是 $M \times M$ 阶双对角线形式的上三角子矩阵, 称为校验位矩阵; H^d 是一个 $M \times K$ 阶矩阵, 称为信息位矩阵。如 6×6 的 H^p 为:

$$H^p = I + D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 I 是单位矩阵, D 是将 I 去掉第一行、并在最后附加一行全零向量的矩阵。相应地将 H 矩阵对应的码矢量 C 分解为 $C = [C^p \ C^d]$ 。所以, H 矩阵与码矢量之间有如下关系:

$$HC^T = [H^p \ H^d] \begin{bmatrix} C^p \\ C^d \end{bmatrix} = H^p C^p + H^d C^d = 0 \quad (2)$$

由 (2) 式得:

$$H^p C^p = v = H^d C^d \quad (3)$$

$$C^p = [H^p]^{-1} \cdot v = U^p \cdot v \quad \text{mod}(2) \quad (4)$$

其中: U^p 是上三角矩阵, v 称为映射矢量 (projection vector) [3][4]。所以, 由信息矢量和校验矩阵 H 计算码字的步骤为:

(1) 利用 (3) 式, 由 C^d 和 H^d 计算 v 。

(2) v 和 C^p 是长为 M 的矢量, U^p 是上三角矩阵, 由 (4) 式计算 C^p 的过程为:

$$\begin{aligned} C^p(M) &= v(M) \\ C^p(i) &= v(i) + C^p(i+1) \quad (i=M-1, M-2, \dots, 1) \end{aligned} \quad (5)$$

我们还可以对 π -旋转 LDPC 码的校验矩阵进行扩

展,可改进为扩展非规则 π -旋转 LDPC 码。扩展非规则 π -旋转 LDPC 码的奇偶校验矩阵如图 3 所示^[5], 校验矩阵由信息位矩阵和校验位矩阵组成, 维数为 $16m \times 20m$ 。其中对角线代表的元素为 1, 空白部分代表全零元素, A、B、C 和 D 矩阵为原始的 p_A 、 p_B 、 p_C 和 p_D 矩阵的压缩矩阵。

$$A = p_A \begin{bmatrix} I \\ M \\ I \end{bmatrix}_{m \times (m/a)} \quad (6)$$

其中 I 表示 $(m/a) \times (m/a)$ 维单位矩阵, A 为 $m \times (m/a)$ 维矩阵, 一般情况下, a 必须能整除 m , 称为压缩因子。同理得到 B、C 和 D 矩阵。

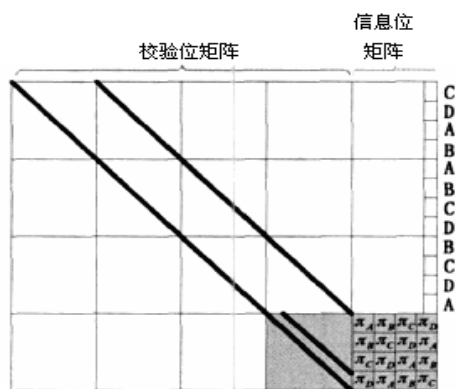


Figure 3. The check matrix of representative extense irregular code when π -rotated matrix is $4m \times 8m$

图 3. 当 π -旋转矩阵为 $4m \times 8m$ 时的典型扩展非规则码校验矩阵

5 性能仿真比较

在 AWGN 信道下, 采用 OOK 调制方式, π -旋转 LDPC 码和 Mackay 随机构造 LDPC 码的性能比较, 如图 4 所示, 码率为 1/2, 信息位长度相近, 当误码率为 10^{-6} 时, π -旋转 LDPC 码略优于随机码。图 5 为给定索引向量时的码率为 1/2 时的短码性能比较^[6]。

图 6 表示在 AWGN 信道下, 采用 OOK 调制方式, 信息位长为 504, 码率为 1/2 时 Mackay 随机码、参数为 $[126, 18, 119]$ 的 π -旋转 LDPC 码和参数为 $[126, 18, 119, 4, 12, 7, 3]$ 的扩展非规则 π -旋转 LDPC 码性能比较^[7]。可以看出扩展非规则 π -旋转 LDPC 码的性能明显优于 π -旋转 LDPC 码的性能。

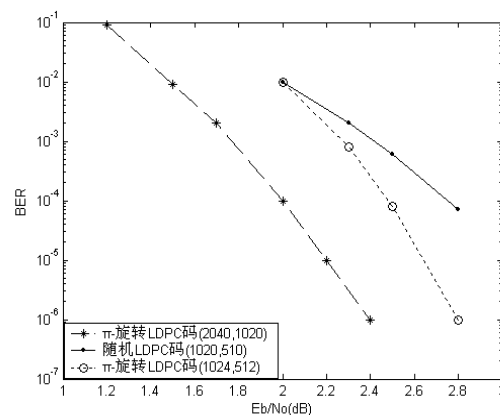


Figure 4. The capability compare of π -rotated code and random code

图 4. π -旋转码和随机码性能比较

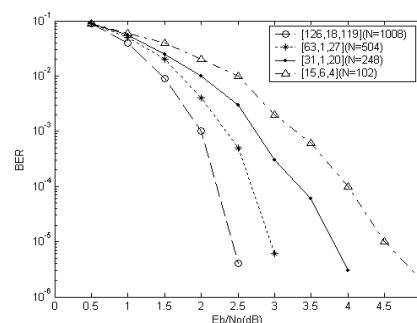


Figure 5. Short code capability compare when code rate is 1/2

图 5. 码率为 1/2 时的短码性能比较

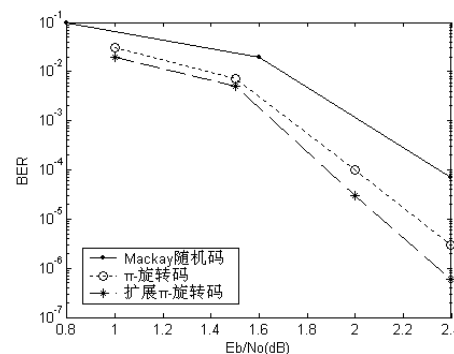


Figure 6. Capability compare of random code, π -rotated code, and extense code

图 6. Mackay 随机码、 π -旋转码和扩展码的性能比较

由上图可以看出扩展非规则 π -旋转 LDPC 码在构造性能上明显优于其它构造的 LDPC 码, 避免了随机码和结构码的缺点, 构造方法易于实现, 有利于形成编码器, 是无线光通信中 LDPC 码的首选构造方法。

References (参考文献)

- [1] R. G. Gallager. Low-Density Parity-Check Codes [J]. IRE Trans Information Theory, IT-8, no. 1, January 1962:21-28.
- [2] D. J. C. Mackay .Gallager Codes that is better than Turbo Codes. Proc. 36th Allerton Conf. Communication, September 1998.
- [3] Rich Echard, Shih-Chun Chang. The π -rotation Low-Density Parity-Check codes [C]. GLOBECOM 2001-IEEE Global Telecommunications Conference, 2001, (1): 980-984.
- [4] Rich Echard, Shih-Chun Chang. Deterministic π -rotation low-density parity-check codes [J]. Electronics Letters, 9th may 2002, 38(10).
- [5] Rich Echard, Shih-Chun Chang. The Extended Irregular π -Rotation LDPC Codes [J]. IEEE COMMUNICATION LETTERS, 2003, 7(5): 230-233.
- [6] Rich Echard, Shih-Chun Chang. Design Considerations Leading to the Development of Good π -Rotation LDPC Codes [J]. IEEE COMMUNICATIONS LETTERS, 2005, 9(5), 233-236.
- [7] Rich Echard, Shih-Chun Chang. The Extended Irregular π -Rotation LDPC Codes [J]. IEEE COMMUNICATION LETTERS, 2003, 7(5): 230-233.