QPSO based Stack Filters Optimization

Kang Yan[1], Feng Hai-Peng[2], MaXin[2], YangYan-Ping[1]
[1]*Department of Computer Science, Hebei Normal University of Science&Technology, Qinhuangdao, 066004*
[2]*Key Lab of Network Control, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing, 400065*
1. e-mail kangyan_1983@163.com, 2. e-mail lettertome@126.com

Abstract: Stack filters are a class of slip window nonlinear digital filters that satisfy a weak superposition property known as the threshold decomposition and stacking property. They are suitable to parallel processing. Stack filters include many kinds of nonlinear filters in theory, being an important tool for nonlinear research. Beginning with stack filters's fundamental theory, optimization algorithms and their application in image processing of stack filters are studied in this paper. Experimental results show that optimal stack filters based on MAE criteria, which are found by Binary QPSO (BQPSO) algorithms preserve details of images perfectly and suppress noise passably.

Keywords: stack filters; BQPSO; MAE criteria

基于离散 QPSO 算法的层叠滤波器优化

康燕 [1]，冯海朋 [2]，马鑫 [2]，杨燕萍 [1]
[1] 河北科技师范学院 计算机系，秦皇岛 066004; [2] 重庆邮电大学 网络控制重点实验室，重庆 400065
1. e-mail kangyan_1983@163.com, 2. e-mail lettertome@126.com

【摘要】层叠滤波器是一种具有层叠性和阈值分解性的滑动窗非线性数字滤波器，有利于并行处理。同时该滤波器在理论上概括了许多非线性滤波器，成为研究非线性数字滤波器的一种重要工具。本文从层叠滤波器的基本理论入手，在建立最优层叠滤波器优化模型的基础上，研究了层叠滤波器优化算法及其在图象处理中的应用。仿真实验表明，用离散二进制 QPSO 算法优化的基于 MAE 准则的最优层叠滤波器能在有效地保持图像细节的同时，较好地去除了噪声。

【关键词】层叠滤波器，离散二进制 QPSO，MAE 准则

1 引言

20 世纪 80 年代初步形成了以阈值分解性和层叠性为核心的层叠滤波器理论，该理论定义了一大类包括排序统计滤波器和形态滤波器在内的非线性滤波器[1]。层叠滤波过程可概括为：阈值分解、二值滤波和叠加合成三个步骤。层叠滤波器设计最主要的问题就是其最优化问题化本文采用离散 QPSO 算法[2]来优化层叠滤波器，确保了优化结果趋于全局最优解。使得层叠滤波器在处理被椒盐噪声污染的图像时，可有效地滤除噪声和保持图像的细节。

本文其他部分安排如下：第二部分介绍了离散 QPSO 算法，第三部分介绍了将离散的 QPSO 算法用于层叠滤波器的优化，第四部分给出了仿真实验结果，第五部分是总结。

2 算法简介

粒子群优化算法（PSO）已成为进化计算的一个最吸引人的分支，最初是由 Eberhart 博士和 kennedy 博士提出的[10]。然而，正如 F. van den Bergh 在[3]中所证明的， PSO 不是一个全局优化算法。在[4]和[5]中，提出了一个保证全局收敛的搜索方法，即具有量子行为的粒子群优化算法即 QPSO。其性能优于标准的 PSO（SPSO）和带有收缩因子的 PSO 算法。

在 QPSO 中粒子位置方程为：

$$X_i(t) = P_i \pm \frac{L}{2}\ln(\frac{1}{\mu}) \tag{2.1}$$

978-1-935068-01-3 © 2009 SciRes.

其中 μ 是一个在[0，1]范围内变换的随机数。L 如下式定义：

$$L(t+1)=2\beta\,|\,mbest-X_i(t)\,| \tag{2.2}$$

$$mbest=\sum_{i=1}^{M} pbest_i \Big/ M \tag{2.3}$$

其中 $mbest$ 由公式(2.3)得到的粒子的平均最优位置。β 称为收缩扩张因子，它是 QPSO 算法中唯一的控制参数，对这个参数的选择和控制是非常重要的，它关系到整个算法的收敛速度。一般来说，第 T 次迭代 $\beta=0.5+0.5\times$(MAXTME-T)/MAXTME，其中 MAXTME 为最大迭代次数，(具体 β 的取值视情况而定)。所以粒子的位置进化公式为：

$$X_i(t+1)=P_i\pm\beta\,|\,mbest-X_i(t)\,|\ln(\frac{1}{\mu}) \tag{2.4}$$

$$p_{id}=\varphi\times pbest_{id}+(1-\varphi)\times gbest_d \tag{2.5}$$

$$X_{id}=p_{id}\pm\alpha\times|mbest_{id}-X_{id}|\times\ln(1/u) \tag{2.6}$$

其中：

p_{id} 位于 $pbest_{id}$ 和 $gbest_d$ 之间的随机位置

φ 一个在[0,1]范围内的任意值
u 另一个在[0,1]范围内的任意值
α 收缩扩张系数（即为 β ）

QPSO 算法中不存在速度向量，但是有位置和距离的概念。在离散 QPSO 中粒子的位置由一个二进制串定义表示，而距离则用两个二进制串之间的海明距离来表示，即：

$$|X-Y|=d_H(X,Y) \tag{2.7}$$

其中，X 和 Y 表示两个二进制串，即代表两个位置。用函数 $d_H(\ )$ 来得到 X 和 Y 之间的海明距离。

离散 QPSO 中平均最优位置 $mbest$ 的第 j 个比特位的值则由所有粒子的 $pbest$ 的第 j 个比特位决定。如果大多数粒子的 $pbest$ 的第 j 个比特位都等于 1，则 $mbest$ 的第 j 个比特位就等于 1，否则该比特位就等于 0。如果正好有一半粒子的 $pbest$ 该比特位为 1，则 $mbest$ 的该比特位就以概率 0.5 随机等于 1 或者 0。

离散的 QPSO 中的局部吸引子 p_{id} 不能由式(2.5)求得，而是由两个父本 $pbest_i$ 以及 $gbest$ 经过交叉操作 **Get_P**（ $pbest_i, gbest$ ）计算得到：

$$b=\alpha\times d(X_{id},mbest_d)\times\ln(1/u),\qquad u=Rand() \tag{2.8}$$

则 p_{id} 的每一个比特位都通过变换操作 **Transf** (P_{id},P_r) 以概率 P_r 进行变异。

离散 QPSO 算法过程如下描述：

初始化，给每个粒子都设定一个二进制数组 X 作为初始位置，并且 $pbest$ =X
while 终止准则不满足 **do**
  $mbest$ =Get_mbest ($pbest$);
  for i=1 to 粒子群大小 M
    if $f(X_i)<f(pbest_i)$ **then** $pbest_i=X_i$; **endif**
    找出群体的 $gbest=pbest_g$;
    P_i =Get_P ($pbest_i$， $gbest$)
    for d=1 to D
      $b=\alpha\times d(X_{id},mbest_d)\times\ln(1/u),\quad u=Rand()$;
      if $b/l_d>1$ **then** P_r=1; else $P_r=b/l_d$;**endif**
      X_{id} =Transf (P_{id}， P_r)
    endfor
    将所有的新子串 X_{id} (d=1,2…, D)组合成新位置 X_i
  endfor
endwhile

图 1. 离散 QPSO 算法流程

3 QPSO 算法用于层叠滤波器优化

层叠滤波器具有两个非常重要的性质，层叠性和阈值分解性[1]。将一幅灰度图像，其灰度级为从0到M，s表示图像中的像素点，则这幅图像可以表示为一系列二值图像的和，见公式(3.1)：

$$X(s)=\sum_{l=1}^{M}x_l(s) \tag{3.1}$$

公式中 $x_l(s)$ 是在 $X(s)$ 灰度级 l 上进行阈值分解得到的二值图像，其中：

$$x_l=\begin{cases}1, & X(s)\ge l\\ 0, & X(s)\ge l\end{cases} \tag{3.2}$$

令 W 为尺寸为 P 的滤波窗口，$W(s)$ 为当取像素点 s 时图像呈现在窗口内的 P 点矩阵。则图像在滤波窗口内的矩阵可以进行类似的阈值分解处理，见公式(3.3)。

$$W(s)=\sum_{l=1}^{M}w_{X,l}(s) \tag{3.3}$$

每一个层叠滤波器都是由一个正布尔函数 f 定义的。

基于正布尔函数的层叠滤波器同样满足层叠性。用 S_f 表示正布尔函数 f 所定义的层叠滤波器[6]，则有：

$$S_f(W_X(s)) = S_f\left(\sum_{l=1}^{M} w_{X,l}(s)\right) = \sum_{l=1}^{M} S_f(w_{X,l}(s)) = \sum_{l=1}^{M} f(w_{X,l}(s)) \quad (3.4)$$

基于以上两种性质，在二值输入的情况下对层叠滤波器的处理等同于对与其对应的正布尔函数进行处理。通过约束它的层叠性，产生正布尔函数[6]。

层叠滤波器的设计核心问题是正布尔函数（PBF）的优化问题，对其优化主要基于最小平均绝对误差（MAE）准则[9]。本文在此准则下进行层叠滤波器的优化设计，因此选择最小平均绝对误差作为适应度函数，即优化层叠滤波器使经滤波后的图像与原始图像之间平均绝对误差最小。

设 X 是期望的输出图像，即原始未加噪声的图像，$\tilde{X}$ 为加噪图像，则平均绝对误差(MAE)可由公式(3.5)定义:

$$\begin{aligned} MAE_f &= E\left\{\left|X(s) - S_f(W_{\tilde{X},l}(s))\right|\right\} \\ &= \left\{\left|\sum_{l=1}^{M}[x_l(s) - f(w_{\tilde{X},l}(s))]\right|\right\} \\ &= \sum_{l=1}^{M} E\left\{\left|x_l(s) - f(w_{\tilde{X},l}(s))\right|\right\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

根据信号估计和贝叶斯决策理论，可以将MAE计算公式变化为公式(3.6)的形式[7]:

$$MAE(S_f) = \sum_{j=1}^{2^N} C(0,\alpha_j)P_f(1/\alpha_j) + C(1,\alpha_j)P_f(0/\alpha_j) \quad (3.6)$$

式中 $C(0,\alpha_j)$ 是当输入二值向量 α_j 时，输入信号是1，但实际原图像是0的代价函数值；$C(1,\alpha_j)$ 是当输入二值向量 α_j 时，噪声图像输入信号是1，但实际原图像是0的代价函数值。$P_f(1/\alpha_j)$ 是输入二值向量 α_j 时输出为1的条件概率；$1-\mathbf{P}_f(1/\alpha_j)$ 是输入二值向量 α_j 时输出为0的条件概率，$\mathbf{P}_f(1/\alpha_j) = 0 or 1$.$\mathbf{P}_f$ 为布尔函数真值表，由于层叠滤波器的层叠特性，所以它满足层叠性，即：

$$P_f(1/\alpha_j) \le P_f(1/\alpha_i) \quad if \quad \alpha_j \le \alpha_i \quad (3.7)$$

通过上述讨论，我们将基于MAE准则的层叠滤波器的最优化问题转换成了0-1背包问题，其为一个组合优化问题，采用离散QPSO算法可以解决此类问题。将所有 $\mathbf{P}_f(1/r_j)$ 的集合用二进制进行编码。这样，随机生成 $\mathbf{P}_f(1/r_j)$ 的集合，则对应于正布尔函数的真值表，同时，在采用离散QPSO算法进行优化时，为粒子的位置集合，编码长度取决于滤波窗尺寸，当滤波窗大小为 $N \times N$ 时，其长度为 2^{N^2}，即粒子的位置为一个 2^{N^2} 维向量。这样，就可以利用QPSO算法优化层叠滤波器，其具体流程如图2。

通过采用离散 QPSO 算法进行优化，得到一最优正布尔函数，接下来就可以利用此正布尔函数进行层叠滤波。利用 PSO 算法得到最优正布尔函数的算法流程与 QPSO 算法类似，只是多了粒子的初始速度和初始位置。其中，初始速度为 0~1 之间的均匀分布的随机数，初始位置为随机产生的一个正布尔函数。

1. 产生各粒子初始位置，初始位置为随机产生的一个正布尔函数；并且 $pbest = X$
2. 根据 MAE 准则，以公式（3.6）作为目标函数进行适应度函数评价，以得到粒子的个体极值 $pbest$ 和全局极值 $gbest$
3. 根据图 1 离散 QPSO 算法，利用粒子的个体极值 $pbest$ 和全局极值 $gbest$ 进行各粒子位置的更新，在更新过程中，要对新产生的粒子的位置进行层叠性约束，以保证其为正布尔函数；
4. 若满足终止条件，则停止迭代，输出整个群体此时的全局最优值 $gbest$，即为得到的最优正布尔函数 PBF；否则，重复步骤 2 和步骤 3，直到算法收敛，输出全局最优正布尔函数 PBF。

图 2. 用离散 QPSO 算法产生最优正布尔函数

4 仿真实验

本文在 MATLAB 环境下，以 256×256 灰度级为 256 的被 10%椒盐噪声污染的 lena 图象作为训练样本，设计最优层叠滤波器。本文经过大量实验，选取了适合层叠滤波器优化的 PSO、QPSO 算法的参数。

在前面介绍中可知，在离散 QPSO 算法中，只有唯一的一个参数 α（即 β）用来控制算法的收缩速度。经过实验发现，当粒子种群个数为 80～100，迭代次数为 400 时，算法收敛最快，为了提高优化速度，这里确定种群大小为 80，迭代次数为 400。而在离散 PSO 算法滤波中，要选用 V_{max} 进行速度限制，使粒子速度不至于过大或者过小，权重因子选择 c1=c2=2 时，可以使收敛效果和收敛速度达到平衡。所以在离散 PSO 算法中，初始设置种群个数为 80，最大速度 V_{max} 为 4 进行仿真实验。

用上面确定的参数，在椒盐噪声概率分别为 0.05，0.1 和 0.15 条件下，设计了窗口尺寸为 3×3 的层叠滤波器处理被噪声污染 256×256 lena 图。并与相同条件下，采用基本遗传算法[8]和 PSO 算法优化的

978-1-935068-01-3 © 2009 SciRes.

层叠滤波器进行比较。图 3 给出了在 10%噪声条件下 lena 图的滤波结果。

(a) 10%椒盐噪声污染 lena 图　(b)遗传算法滤波结果图　(c)PSO 滤波结果图　(d)离散 QPSO 滤波结果图

图 3. 滤波结果

由图 3 我们可以清楚看到，基于 MAE 准则 QPSO 算法的最优层叠滤波器较其他算法得到的最优层叠滤波器能显著提高滤波性能，而且在优化速度上有很大的优势，如表 1 所示：

表 1. 采用不同优化算法具体优化时间对比

256×256 lena 灰度图			
优化算法	遗传算法	PSO	QPSO
优化时间/s	1516.79	1342.50	1087.00

为了更好说明基于本文这种优化算法的最优层叠滤波器的性能，下面给出分别基于三种不同优化算法的最优层叠滤波器的滤波误差值对比（如表 2）。

表 2. lena 图在不同噪声概率下滤波性能比较

噪声概率	滤波器	MAE
0.05	遗传算法	4.1003
	PSO 滤波	3.6851
	QPSO 滤波	2.3989
0.10	遗传算法	4.5915
	PSO 滤波	4.0584
	QPSO 滤波	2.6822
0.15	遗传算法	5.0834
	PSO 滤波	4.7951
	QPSO 滤波	3.1027

从以上的仿真结果可以看出，遗传算法效果最差，PSO 和 QPSO 算法均可以得到较好收敛值，其中本文算法不仅可以快速收敛，而且能得到更小的 MAE 误差值，较其他方法是一种最优层叠滤波器设计的有效方法。

5 总结

本文将离散 QPSO 算法用于层叠滤波器的优化设计中，并用优化的最优层叠滤波器实现了对灰度图象的滤波处理。通过实验选择了离散 QPSO 算法中的参数，设计了 3×3 最优层叠滤波器，处理了 256×256 的 lena 加噪图（噪声为椒盐噪声）。实验结果表明基于 MAE 准则的离散 QPSO 算法优化的层叠滤波器的细节保持能力和去噪能力都比较好，而且收敛速度也比较快，达到的最优结果也比较好。因此离散 QPSO 算法是一种很好的优化方法。

References (参考文献)

[1] Peter D. Wendt, Edward J. Coyle and Neal C. Gallagher, JR. Stack Filters. IEEE Trans. on ASSP. 1986, 34(4): 898−911.
[2] J. Sun et al, Particle Swarm Optimization with Particles Having Quantum Behavior[J] Proc. 2004 Congress on Evolutionary Computation, pp. 325−331.
[3] M. Clerc: The Swarm and Queen: Towards a Deterministic and Adaptive Particle Swarm Optimization. Proc. CEC 1999, pp. 1951−1957.
[4] J. Sun et al: Particle Swarm Optimization with Particles Having Quantum Behavior. Proc. 2004 Congress on Evolutionary Computation, pp. 325−331.
[5] J. Sun et al: A Global Search Strategy of Quantum- behaved Particle Swarm Optimization. Proc. 2004 IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems.
[6] Y00 J, FONG KL, HUANGJ J, et al. A fast algorithm for designing stack filters[J]. IEEE Trans on Image Processing, 1999, 8(8): 1014−1028.

[7] Edward J. Coyle and Jean-Hsang Lin. Stack Filters and the Mean Absolute Error Criterion. IEEE Trans.on SP. 1988, 36(8): 1244−1254.

[8] K. K. Delibasis, P. E. Undrill and G. G. Cameron. Genetic Algorithm Implementa-tion of Filter Design for Image Restoration. IEEE Proc-Vis Signal Processing. 1996, 143(3): 177−183.

[9] Win-Long Lee, Kuo-Chin Fan and Zhi-Ming Chen. Design of Optimal Stack Filters Under the MAE Criterion. IEEE Trans. on SP. 1999, 47(12): 3345−3355.

[10] Kennedy. and R. Eberhart. “Particle swarm optimiza-tion”. Pmc. IEEE int. Conf. On Neural Network, 1995: pp. 1942−1948.

978-1-935068-01-3 © 2009 SciRes.