Dynamic Analysis of Vertical-Axis Wind Turbines under the Rotation

Chunxiang Li, Anqi Yu, Jinhua Li, Bian Xiang
Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai, China
Email: li-chunxiang@vip.sina.com

Abstract: In order to investigate the dynamic behaviors of vertical-axis wind turbines (VAWT) under the rotation, the three-dimensional (3D) model of a VAWT is constructed using the rotor dynamics and ANSYS code in the case of including the rotation and wind loads into consideration. Some useful suggestions are proposed through numerically studying the natural frequencies, mode shapes, critical rotary speed, along with the maximum dynamic displacements in three critical positions of the current vertical-axis under the rotation, thus giving the guidelines for designing better VAWT.

Keywords: Rotation; Vertical-axis wind turbines (VAWT); Rotor dynamics; Dynamic characteristics; Dynamic response; Numerical analysis

旋转状态下垂直轴风力发电机组主轴的动力分析

李春祥，于安琪，李锦华，卞　祥
上海大学，土木工程系，上海，中国，200072
li-chunxiang@vip.sina.com

摘　要: 为系统地研究垂直轴风力发电机组(Vertical-axis wind turbine, VAWT)主轴在旋转状态下的动力学行为，使用转子动力学理论和 ANSYS 有限元软件，并考虑主轴转动和风荷载两个重要因素，建立了垂直轴风力发电机组主轴的三维(3D)分析模型。通过数值分析机组主轴的固有振动频率、振型、临界转速以及在旋转状态下机组主轴上三个关键位置处的最大动力位移，综合出有益的设计建议，为设计优良的垂直轴风力发电机组提供了重要的参考。

关键词: 旋转；垂直轴风力发电机组；转子动力学；动力特性；动力响应；ANSYS 软件；数值分析

1 引言

为保证垂直轴风力发电机组的正常运行和设计使用寿命，进行旋转状态下垂直轴风力发电机组主轴的动力分析至关重要。机组结构动力学行为在很大程度上决定其正常工作和使用寿命。当主轴在旋转过程中出现较大振动时，将增加主轴和叶片所承受的动力载荷，从而降低其寿命和性能。本文以垂直轴风力发电机组旋转主轴[当前机组主轴高为 134.47m，由变截面钢管组成，半径为 1.5m， 壁厚为 10mm，顶部为 0.75m，壁厚为 14mm。机组主轴壁厚变化模式：从底部至主轴 38.66m 处， 轴壁厚度为 10mm，从 38.66m 至 54.66m 处，轴壁厚度从 10mm 渐变为 14mm，从 54.66m 至顶端 134.47m 处，轴壁厚度为 14mm。为研究对象，利用 ANSYS 对机组主轴进行三维建模，考虑旋转状态下离心力和陀螺力矩的影响，讨论机组主轴的动力学行为。

2 垂直轴风力发电机组主轴的动力特性分析

机组主轴的动力方程可表示为[1]：

$$[M]\{\ddot{x}\}+([C]+\Omega[J])\{\dot{x}\}$$
$$+([K]-\Omega^2([M_T]-[M_R]))\{x\}=\{F(t)\} \quad (1)$$

式中：$[M]=[M_T]+[M_R]$ 为总质量矩阵；$[M_T]$ 为平动自由度的质量矩阵；$[M_R]$ 为转动自由度的质量矩阵；$[K]=[K_s]+[K_b]$ 为总刚度矩阵；$[K_s]$ 为轴体刚度矩阵；$[K_b]$ 为轴承刚度矩阵；$[C]$ 为阻尼矩阵；$[J]$ 为回转矩阵。由式(1)可见，影响主轴动力特性的因素有阻尼效应 $[C]$ 和陀螺效应 $\Omega[J]$ 、离心力效应 $\Omega^2([M_T]-[M_R])$ 及载荷 $F(t)$ 。以下将使用式(1)对该主轴进行动力特性分析，并研究上述因素对主轴动力

特性影响的规律。在 ANSYS 中，结构的固有振动特性分析又称为模态分析。这种分析用于确定结构的固有频率和振型，其分析结果可作为瞬态动力学分析、谐响应分析和谱分析等其它动力分析的基础。模态分析的实质是计算结构振动特征方程的特征值和特征向量。典型的无阻尼结构自由振动方程为：

$$[M]\{\ddot{x}\}+[K]\{x\}=\{0\} \tag{2}$$

式中：$[M]$ 为质量矩阵；$[K]$ 为刚度矩阵；$\{\ddot{x}\}$ 为加速度向量；$\{\dot{x}\}$ 为位移向量。如果令：

$$\{x\}=\{\phi\}\sin(\omega t+\varphi) \tag{3}$$

则有：

$$\{\ddot{x}\}=-\omega^2\{\phi\}\sin(\omega t+\varphi) \tag{4}$$

代入式(2)，可得：

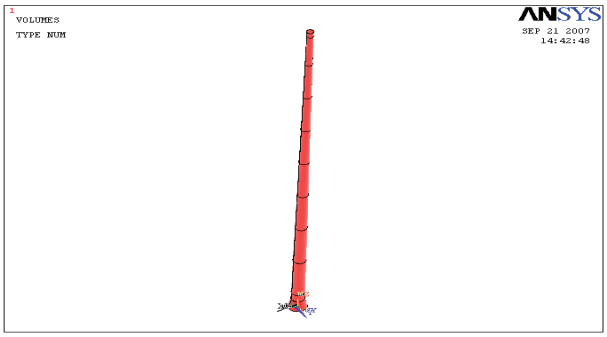
$$\left([K]-\omega^2[M]\right)\{\phi\}=\{0\} \tag{5}$$

上式称为结构振动的特征方程，模态分析就是计算该特征方程的特征值 ω_i 及其对应的特征向量 $\{\phi_i\}$。而发电机组主轴模态分析的一般方程为：

$$\begin{aligned}&[M]\{\ddot{x}\}+([C]+\Omega[J])\{\dot{x}\}\\&+([K]-\Omega^2([M_T]-[M_R]))\{x\}=0\end{aligned} \tag{6}$$

显然，动力特性考虑了阻尼效应、陀螺效应、离心力效应。

阻尼对固有频率的影响不大，研究发现可以忽略阻尼对固有频率的影响[2]。不考虑主轴的旋转效应和基础刚度的非线性时，使用子空间法进行固有频率的提取。风力发电机组主轴的 ANSYS 有限元模型如图 1 所示。使用 ANSYS 中子空间模态提取法，得到表 1 和图 2-6 所示的前五阶固有频率和振型。其中三、四阶的固有振动频率相等，而且其振型表现为正交，因此可将其视为重根。比较表 1 可知，就相同振型所对应的固有频率来说，三维建模所得到的振型比较齐全，具有二维模型所无法比拟的空间仿真效果。



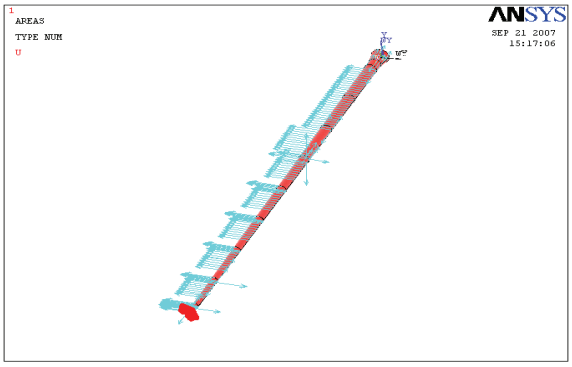


Figure 1. 3-D finite element model of the VAWT

图 1. 垂直轴风力发电机组主轴的三维有限元分析模型

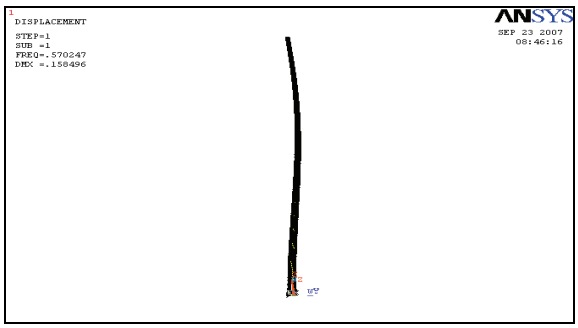


Figure 2. First mode of the VAWT

图 2. 垂直轴风力发电机组主轴的第一振型

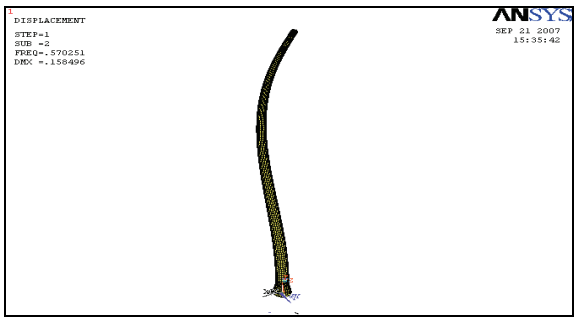


Figure 3. Second mode of the VAWT

图 3. 垂直轴风力发电机组主轴的第二振型

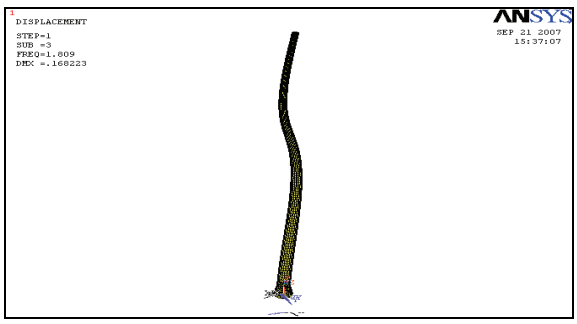


Figure 4. Third mode of the VAWT

图 4. 垂直轴风力发电机组主轴的第三振型

978-1-935068-17-4 © 2010 SciRes.

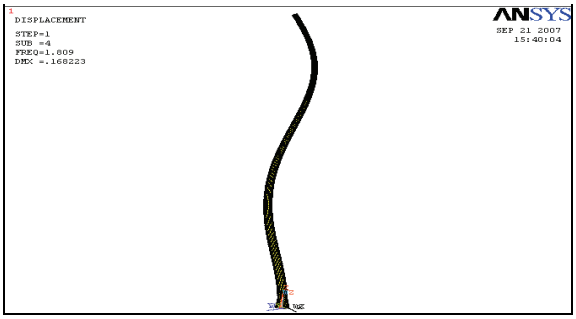


Figure 5. Fourth mode of the VAWT
图 5. 垂直轴风力发电机组主轴的第四振型

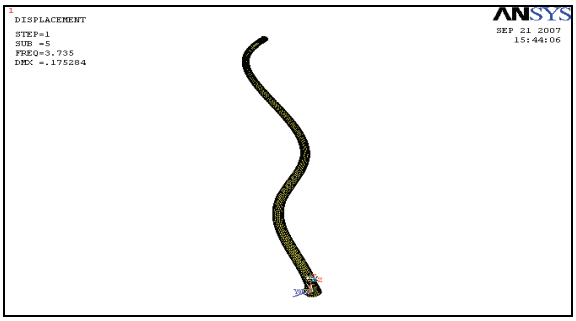


Figure 6. Fifth mode of the VAWT
图 6. 垂直轴风力发电机组主轴的第五振型

Table 1. Inherent frequency (HZ) and vibration property of the current VAWT
表 1. 当前垂直轴风力发电机组主轴的固有频率(HZ)和振型特征

阶次	计算频率	振型特征
1	0.57025	弯曲振动
2	0.57025	弯曲振动
3	1.809	扭转振动
4	1.809	弯曲+扭转振动组合振动
5	3.7354	弯曲+扭转组合振动

3 垂直轴风力发电机组主轴的临界转速[3-6]

临界转速是高速转子-轴承系统所特有的概念[3]，与机组运行有着密切的关系。为了提高发电机组的做功能力，转子都是旋转转子，即工作转速高于其固有频率所对应的转速，由滑动轴承支撑。考虑滑动轴承作用后，转子-轴承系统的自由振动、强迫振动和稳定性就和单个振动体不尽相同。由于转子在高于其固有频率的转速下工作，所以在起、停机过程中，它必定要通过固有频率这个位置，此时机组将因共振而发生强烈振动。而在低于或高于固有频率转速下运转时，机组振动为一般强迫振动，振幅都不会太大。共振点是一个临界点，因此，机组发生共振时的转速称为临界转速。转子临界转速实质上就是使转子发生共振时的转速[4,5]。机组临界转速不止一个，它与系统的自由度有关。一般来说，带有一个转子轴系可以简化为具有一个自由度的弹性系统，有一个临界转速；带有二个转子轴系可以简化为二个自由度系统，对应有二个临界转速；依次类推。其中，转速最小的临界转速成为一阶临界转速，递增地依次叫做二阶临界转速、三阶临界转速，等等。为保证发电机组能够安全平稳地运转，转子转速应处于该转子的各阶临界转速的一定范围之外，一般要求：刚性轴：$n < 0.75n_{c1}$；柔性轴：$1.4n_{c1} < n < 0.7n_{c2}$。式中，$n_{c1}, n_{c2}$ 分别为转子的一阶、二阶临界转速。

主轴临界转速在数值上与轴横向振动固有频率相同。在理论上，一根轴有无穷多阶临界转速，按其数值由小到大排列为 $n_{c1}, n_{c2}, \cdots n_{ck} \cdots$。目前，主要采用传递矩阵法计算转轴的临界转速，它不仅可以计算出高阶临界转速，而且可以得到精确的值。在实际工程中，有实际意义的临界转速主要是前几阶临界转速，特别是一阶临界转速。一般情况下，转轴都是在低于其一阶临界转速的情况下运转。显然，只要确定了主轴的一阶临界转速，就能使主轴的设计趋于完美。从而免除主轴在运转速度范围内发生严重振动的可能性。

4 当前机组主轴临界转速的计算分析

式(2)可变换为：

$$[K]\{A\} = \lambda[M]\{A\} \tag{7}$$

则系统的特征方程为：

$$\det([K] - \lambda[M]) = 0 \tag{8}$$

式中：$\lambda = \omega_n^{\ 2}$，ω_n 为系统的固有频率；$\{A\}$ 为对应于 ω_n 的振型。

对于 n 个自由度系统，求解式(8)得到 n 个不相等的正实根 λ (特征值)，回代式(7)可得到相应的特征向量 $\{A\}$，即对应于固有频率的振型。由振动理论知，对应的相应转速 N 称为临界转速：

$$N = 60 \times \omega_n \qquad (r/\min) \tag{9}$$

式(8)是一个广义特征值问题。求解转子固有频率和振型最常用的有瑞利法、李兹法等，但其求解过程复杂[6]。当主轴以临界转速旋转时，主轴的挠度将达到最大值，到达“临界”状态，主轴将强烈振动，导致主轴寿命下降，甚至破坏主轴。在结构上，主轴与理想等截面简支梁有一定差别。这里将当前主轴近似为等截

面简支梁，会使得算出的临界转速偏高。现在我们来分析主轴的临界转速，转速和频率的关系可表示为：

$$n = 60f \tag{10}$$

式中：n 为转速(转/分)，f 为频率(Hz)，即每秒振动的次数。将主轴的固有频率转化为临界转速如表 2 所示。

Table 2. Critical speed of the current VAWT
表 2. 当前机组主轴的临界转速(rpm)

阶次	1、2	3、4	5	6
频率(Hz)	0.57025	1.809	3.7354	3.7354
临界转速(r/m)	34.215	108.54	224.124	224.124

当前机组主轴的最高工作转速为 n=15.5r/min，大大低于临界转速。因此设计是合理的，能有效地避开共振区，保证机组主轴的正常工作能力。

5 陀螺力矩对当前垂直轴风力发电机组主轴动力特性的影响评价

陀螺力矩对机组主轴的动力特性影响与其转速呈正比关系。经过分析，目前的风力发电机组主轴虽然为变截面，然而截面间变化均匀，并无突变现象，且其主轴转速较低，陀螺力矩很小。因此，可以忽略陀螺力矩对发电机组主轴动力特性的影响。

6 当前机组主轴谐响应的计算分析

要进行谐响应分析，必须首先确定随时间按正弦规律变化的载荷，也就是确定激振力。一个完整的激振力由幅值、相位角和强迫振动频率组成，对主轴作用的激振力来自风荷载的作用。本文所研究机组主轴的额定工作转速为 15.5rpm，因此，激振力的频率为：15.5/60=0.258，激振力的幅值为 254.603KN,相位角近似地取为零值。通过 ANSYS 软件建模仿真分析，研究了主轴前端、中部位置以及底端的动力响应,得到如图 7-9 所示在不同激振频率下的变形曲线。

首先研究一阶固有振动频率 0.57Hz 附近的响应特性，取激振力频率范围为 0Hz-1Hz，载荷子步为 15，选择主轴顶端(节点 7120)、中端(节点 6568)和底端(节点 6252)所在的三个位置，观察其三向(X,Y,Z)位移响应对频率的曲线图。取主轴顶端节点 7120 做谐响应分析，得出主轴顶端的三向(X,Y,Z) 位移响应对频率的曲线图 7。由图 7 可知，当激振力频率从 0.1Hz 增加到 0.57Hz 时，主轴顶端的 Z 向响应位移迅速增加，主轴的动刚度显著下降；而在 0.57Hz 频率以后主轴顶端的动力位移量很小，表明主轴具有良好的动刚度。由此可进一步确定，共振发生在 0.5Hz 附近，即一阶固有频率附近。本研究的主轴额定工作转速为 15.5rpm，也就是工作频率最高在 0.2583Hz，因此能有效避开共振区。

由图 8 可知，同主轴顶端位移分析相似，当激振力频率从 0.1Hz 增加到 0.57Hz 时，主轴中端的 X 向位移迅速增加，主轴的动刚度显著下降，而在 0.57Hz 频率以后主轴中端的动力位移量很小，表明主轴具有良好的动刚度。显然，共振也发生在 0.5Hz 附近，即一阶固有频率附近。因此同样能有效避开共振区。

如图 9 所示，我们发现在 1.0Hz 之前的频段，机组主轴底端的变形量非常小，最大位移约为 9×10^{-4}m，能够用于加工使用，满足设计指标。

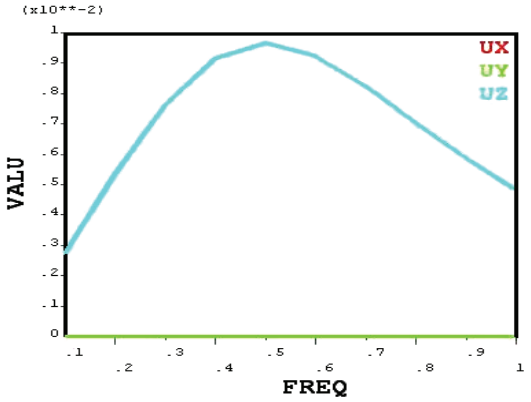


Figure 7. Dynamic response of the top of the current VAWT (joint 7120)
图 7. 当前风力发电机组主轴顶端(节点 7120)的动力响应

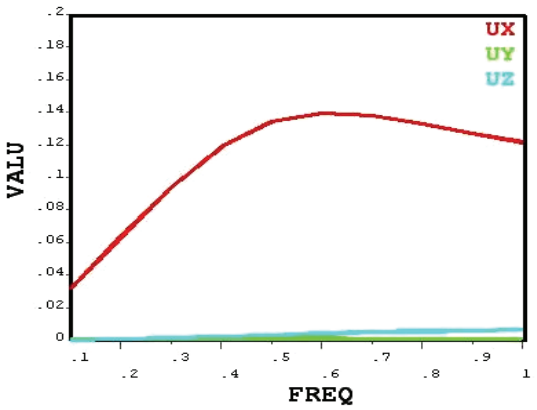


Figure 8. Dynamic response of the middle of the current VAWT (joint 6568)
图 8 当前风力发电机组主轴中端(节点 6568) 的动力响应

978-1-935068-17-4 © 2010 SciRes.

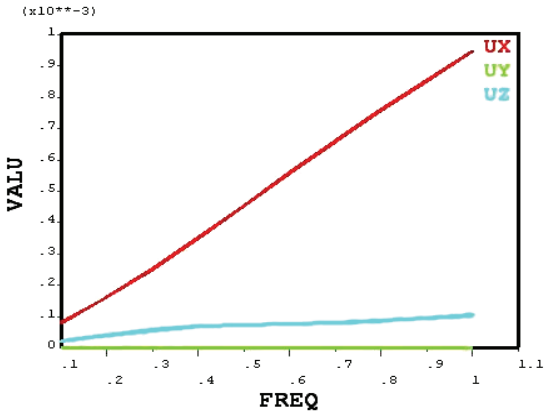


Figure 9. Dynamic response of the bottom of the current VAWT (joint 6252)

图 9 当前风力发电机组主轴底端(节点 6252)的动力响应

7 结论

通过研究垂直轴风力发电机组主轴在旋转状态下的动力学行为，得如下主要结论：(1)当前机组主轴的最高工作转速为 n=15.5r/min，大大低于其临界转速。因此，此机组结构设计是合理的，能够有效地避开共振区，保证机组主轴的正常工作能力。(2)经过分析，目前的垂直轴风力发电机组主轴虽然是变截面，然而截面间变化均匀，并无突变现象，且其主轴转速较低，陀螺力矩很小。因此，所以可以忽略陀螺力矩对发电机组主轴动力特性的影响。(3)机组主轴具有良好的动刚度，谐响应分析表明主轴振动能有效地避开共振区。

References (参考文献)

[1] Chiwei Lin, Jay F.Tu, Joe Kamman. An Integrated Thermal-mechanical-dynamic Model to Characterize Motorized Machine Tool Spindles during very High Speed Rotation. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2003, 43: 1035-1050.

[2] Wijnant Y H, Wensing J A, Nijen G C Van. The Influence of Lubrication on the Dynamic Behaviour of Ball Bearings. Journal of Sound and Vibration, 1999, 222(4): 579-596.

[3] Zhang Lichen, Research on Rotor Dynamics Identity and Vibration of Centrifugal Compressor [D]. Jilin University, 2005.
张立臣. 离心压缩机转子动力特性与振动分析[D]. 吉林大学硕士学位论文，2005.

[4] Wei Kai, Zhou Yaping, Zhao Wei, Calculation and analysis for the critical speed of gas fan's rotor system [J], Petro-Chemical Equipment, 2000, 11(6), P23-25.
魏凯，周亚平，赵伟，朱刚. 煤气鼓风机转子临界转速计算分析[J]. 石油化工设备，2000, 11(6): 23-25.

[5] Tong Shuqi, Two Calculating Ways of Critical Rotational Speed in Spin Axle [J], Journal of Kunming Metallurgy College, 2001, 12(4), P56-57.
童书琦. 转轴临界转速的近似计算方法[J]. 昆明冶金高等专科学校学报，2001，12(4)：56-57，61.

[6] Zhang Li, Study on the Static and Dynamic Characteristics Analysis and CAD of the High Speed Bearing-Spindle System [D]. Hefei University of Technology, 2004, 4.
张丽. 高速轴承—主轴系统静动态性能分析及其 CAD 研究[D]. 合肥工业大学硕士论文，2004，4.