

An Engineering Algorithm for Wall Heat Flux of Two Typical Hypersonic Vehicles

Baoguo Wang, Yeping Sun, Geng Qian

School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing, China

Email: bguowang@bit.edu.cn, sunyeping2008@163.com; gloria716@gmail.com

Abstract: An engineering algorithm for the computation of wall heat flux of hypersonic vehicles is presented. There are 3 major steps in the computation of wall heat flux, which are 1) solve hypersonic flow using Euler equation; 2) introduce Cooke's axisymmetric analogue concept and Chung-Hua Wu's stream-surface concept; introduce the equilibrium gas assumption and boundary layer assumption to solve boundary layer set of equations under orthogonal coordinates using difference scheme and obtain the velocity profile of boundary layer, obtain relevant flow parameters at outer edge of boundary layer using mass balance approach including entropy change impact. Thermodynamic characteristics and transportation characteristics of high temperature gas have been considered in the computation; 3) choose appropriate engineering approximation formula to compute the wall heat flux. Several approximation formulas have been used in this paper respectively. The computation showed that the method presented in this paper required much less computation, had higher efficiency, and could solve wall heat flux problem of hypersonic vehicles with angle of attack, and satisfy accuracy requirement of engineering design.

Keywords: hypersonic flow, wall heat flux, hypersonic inviscid – boundary layer method, engineering algorithm

两类典型高超飞行器壁面热流的工程算法

王保国, 孙业萍, 钱耕

北京理工大学宇航学院, 北京, 中国, 100081

Email: bguowang@bit.edu.cn, sunyeping2008@163.com, gloria716@gmail.com

摘要: 本文提出一种计算两类典型高超声速飞行器壁面热流的工程算法, 其主要的三个步骤是: (1) 用 Euler 方程组求解该高超声速飞行器的绕流问题; (2) 引进 Cooke 轴对称比拟的思想以及吴仲华先生关于流面理论的思想; 在三维边界层问题的框架下, 利用考虑变熵影响的质量平衡方法获得了工程计算中所需要的边界层外缘处的相关气流参数, 并考虑了高温空气的热力学特性以及高温气体的输运特性; (3) 适当选择相关的热流工程近似公式, 以便完成壁面热流分布的计算。文中给出了多种计算壁面热流的工程近似公式。一系列典型算例的计算表明: 本文提出的算法计算量小、效率高, 并可以计算有攻角时高超声速飞行器壁面热流的分布。

关键词: 高超声速流动, 壁面热流, 高超无粘-边界层方法, 工程算法

1. 引言

1961 年前苏联“东方”号飞船进入太空, 1969 年美国“阿波罗 10 号”飞船登月成功以及 1986 年美国实施 NASP 空天飞机计划以来, 美国又相继出台了 RLV 计划、SLI 计划以及 ARES 计划, 日本推出了 HOPE 计划, 欧洲航天局推出了 FESTIP 计划, 俄罗斯推出了

ORYOL 计划等。显然, 高超声速飞行器的研制已成为世界航天学术界关注的热点方向之一。高超声速飞行器在大气层中飞行面临着十分恶劣的飞行环境问题, 例如某航天飞机再入返回飞行中, 飞机表面温度最高可达 1773K, 最大总焓达到 29300kJ/kg, 最大热流达 683kW/m², 因此准确而快速的获取气动与气动热参数以及飞行轨道的相关参数直接影响着飞行器的飞行安全^[1-3]。

国家自然科学基金项目 (50376004); 高等学校博士学科点专项科研基金项目 (20030007028)

虽然 20 世纪 80 年代以来, CFD 技术获得了很大的发展, 但真正能用于高超声速流场计算的程序并不太多, 因此我们高速气动热力学课题组以及人机环境工程课题组始终把发展自主知识产权的源程序作为立足之本, 把发展理论数值解法(求解连续流体的 Navier-Stokes 方程^[4-6]与求解稀薄气体动力学的 DSMC 算法^[7,8])与气动力/气动热的工程算法^[9,10]、工程评价方法^[11-13]等作为两条腿, 开展两条腿走路的方针, 目前我们在飞行器热环境的预测、人体热舒适计算^[14,15]以及安全人机工程方面^[1]都已取得了非常可喜的进展。本文主要针对高超声速飞行器的飞行热环境以及壁面热流的工程算法问题提出一种计算量较小、便于工程设计计算的算法, 并编制了相应的计算机源程序, 完成了数个典型算例, 其中包括有攻角时高超声速飞行器壁面的热流工程计算问题。因篇幅所限, 本文仅给出工程算法的理论部分以及部分算例结果, 更多的典型算例将另文发表。

2. 本文工程算法的主要步骤

本文所讨论的两类典型高超飞行器是指锥型(其中包括尖楔、尖锥、双锥等)和大头钝体(其中包括球锥、球冠倒锥等)。针对这两类飞行器的气动热问题, 本文提出了高超声速飞行器壁面热流的工程算法, 主要包括如下三大步骤:

(1) 首先采用 Euler 方程组求解高超声速飞行器的绕流问题。计算可以是二维轴对称流动问题, 也可以是三维流动问题, 这要视该飞行器的外形以及来流攻角来定。通常当飞行器外形对称并且来流为零攻角时, 才能进行二维轴对称的 Euler 计算, 否则即使飞行器的外形对称但来流有攻角时也必须进行三维流场的 Euler 计算。

(2) 在获得了上述三维无粘流场后便得到了钝头高超声速飞行器头部的弓形脱体激波。显然, 通过脱体激波上不同点处其激波后产生的熵增不同, 因此不同点处的流线也就有着不同的熵值。为了便于分析激波后的流场, 引进吴仲华先生提出的两类流面概念^[16]以及 J.C.Cooke 提出的轴对称比拟 (Axisymmetric Analogue)^[17]的思想, 首先将脱体激波后的全部绕物体流场认为是无粘的, 利用流面理论得到两类流面, 即一类是 S_1 流面 (它是气流通过一条圆弧线而形成), 另一类是 S_2 流面 (它是气流通过一条径向线而形成)。轴对称比拟的基本思想是: 认为物体表面边界层内流体的流动方向基本上与物体的三维无粘绕流的表面流

线的方向一致, 并采用了横向流较小的假设, 作为近似便可略去, 于是便可将三维边界层方程简化为轴对称的边界层方程。选取圆柱坐标系 (r, φ, x) , 于是可压缩轴对称流动的边界层方程为^[18,19]:

$$\frac{d(r\delta^{**})}{dx} + \frac{r\delta^{**}}{V_e} (2 + H - M_e^2) \frac{dV_e}{dx} = \frac{rc_f}{2} \quad (2.1)$$

式中 δ^{**} 代表边界层动量损失厚度^[20]; V_e 代表边界层边缘处的速度; M_e 代表边界层边缘处的马赫数; H 为边界层形状因子^[18]; c_f 代表表面摩擦系数; H 与 c_f 的定义分别是

$$H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}} \quad (2.2)$$

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho_e V_e^2} \quad (2.3)$$

这里 τ_w 代表壁面切应力。

在工程计算中对于轴对称流动, 为了较准确得到边界层外缘处的熵值, 常引进平衡气体 (equilibrium air) 的假设, 引进质量平衡方法。所谓质量平衡方法其基本思想是通过所求的物面点边界层的质量流量应该与自由来流中流管的质量流量相等, 即有 (如图 1 所示):

$$\rho_e V_e^2 \pi y_s^2 = 2\pi r \int_0^\delta \rho u dy = \rho_e V_e 2\pi r (\delta - \delta^*) \quad (2.4)$$

式中 δ^* 代表边界层位移厚度。值得注意的是, 在确定边界层边缘处气流参数时应该考虑高温空气的热力学特性以及高温气体的输运特性。

(3) 在获得了边界层外缘的气流参数后便可选用适当的热流工程经验公式完成高超声速飞行器壁面热流的工程计算。本文在完成典型算例时曾分别采用 Fay-Riddell 公式、Lees 公式、Cohen 公式、Zoby 公式、Kemp-Riddell 公式以及 Sutton 公式。

3. 用质量平衡方法确定边界层外缘参数的迭代框图

在工程计算中, 边界层外缘的气流参数起着非常重要的作用, 因此较准确的获得这些气动参数便是本

节讨论的重点。图 2 给出了采用质量平衡方法确定边界层外缘参数的总体迭代框图。

由图 2 框图可以看出，上述计算迭代过程主要包含如下八个步骤：

第①步，求解无粘流的 Euler 方程组，计算出物面的压强 P_e 的分布，并捕获到高超声速飞行器头部的脱体弓形激波形状 y_s ；在贴体曲线坐标系 (ξ, η, ζ) 中，Euler 方程组的守恒形式为^[19]

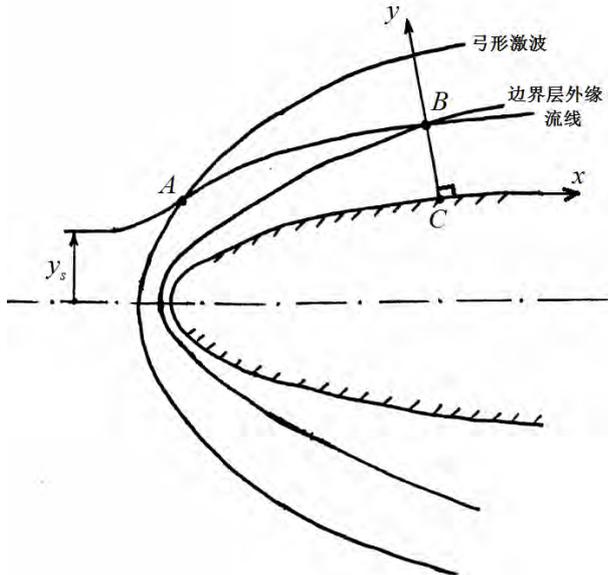


图 1. 考虑变熵影响时的质量平衡方法

$$\frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}_1}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.5)$$

式中 $\mathbf{U}_1, \mathbf{E}_1, \mathbf{F}_1, \mathbf{G}_1$ 的表达式分别为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{G}_1 \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ 0 & \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ 0 & \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{E} \\ \mathbf{F} \\ \mathbf{G} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

上式中 $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \dots, \zeta_z$ 的表达式分别为 c

$$\xi_x \equiv \frac{\partial \xi}{\partial x}, \xi_y \equiv \frac{\partial \xi}{\partial y}, \xi_z \equiv \frac{\partial \xi}{\partial z}, \dots, \zeta_z \equiv \frac{\partial \zeta}{\partial z} \quad (2.7)$$

而 (2.6) 式中 J 定义为

$$J \equiv \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} \quad (2.8)$$

方程组 (2.5) 式采用隐式的高分辨率 TVD 格式^[21,22] 进行求解，使用该格式有利于捕捉到高分辨率的高超声速飞行器头部的弓形激波。

第②步，在前面计算出的弓形激波上任取一点，于是得相应的一个 y_s 值；而后假定一个激波角 β_i ；对于球钝锥，当半锥角小于 25° 时，则激波角 β_i 的近似公式是

$$\begin{aligned} \tan \beta_i = & \frac{(1.305 + \frac{4}{M_\infty^2})}{(y_s + ay_s^4)} + (M_\infty^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} - \frac{0.026c_3}{(y_s^2 + by_s^3)} \\ & - (0.25 + \frac{1}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}) \exp \left[-0.056(1 + \frac{8.6}{M_\infty^2}) y_s^2 \right] \\ & + c_1 \left\{ 1 - \exp \left[-2c_4(1 + 0.026c_3)(y_s \sqrt{c_4} - \frac{1.3}{1 + \frac{1}{c_2^2}}) \right] \right\} \quad (2.9) \end{aligned}$$

式中

$$a = 0.00047, b = 0.08 \quad (2.10)$$

$$c_1 = 0.864(c_2)^{\frac{3}{2}} \frac{\tan c_4}{1 + 0.8(c_2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.11)$$

$$c_2 = M_\infty \tan c_4 \quad (2.12)$$

$$c_3 = \begin{cases} \frac{\rho_{2s}}{\rho_\infty}, & \text{当 } M_\infty \geq 10 \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } M_\infty < 10 \text{ 时} \end{cases} \quad (2.13)$$

c_4 应满足

$$y_s \sqrt{c_4} - \frac{1.3}{1 + \frac{1}{(c_2)^2}} \geq 0 \quad (2.14)$$

在 (2.13) 式中 ρ_{2s} 代表平衡空气激波后的密度。这里

(2.9) 式给出了一个预估激波角 β_i 的近似表达式。

第③步，在选择了一个 y_s 值后变可由 (2.9) 式算出 β_i 值，而后再由如下斜激波关系式得到波后压强 P_{2i} 以及波后焓值 h_{2i} ，其表达式为：

$$\frac{P_{2i}}{P_\infty} = 1 + 1.4M_\infty^2 \sin^2 \beta_i (1 - \frac{\rho_\infty}{\rho_{2i}}) \quad (2.15)$$

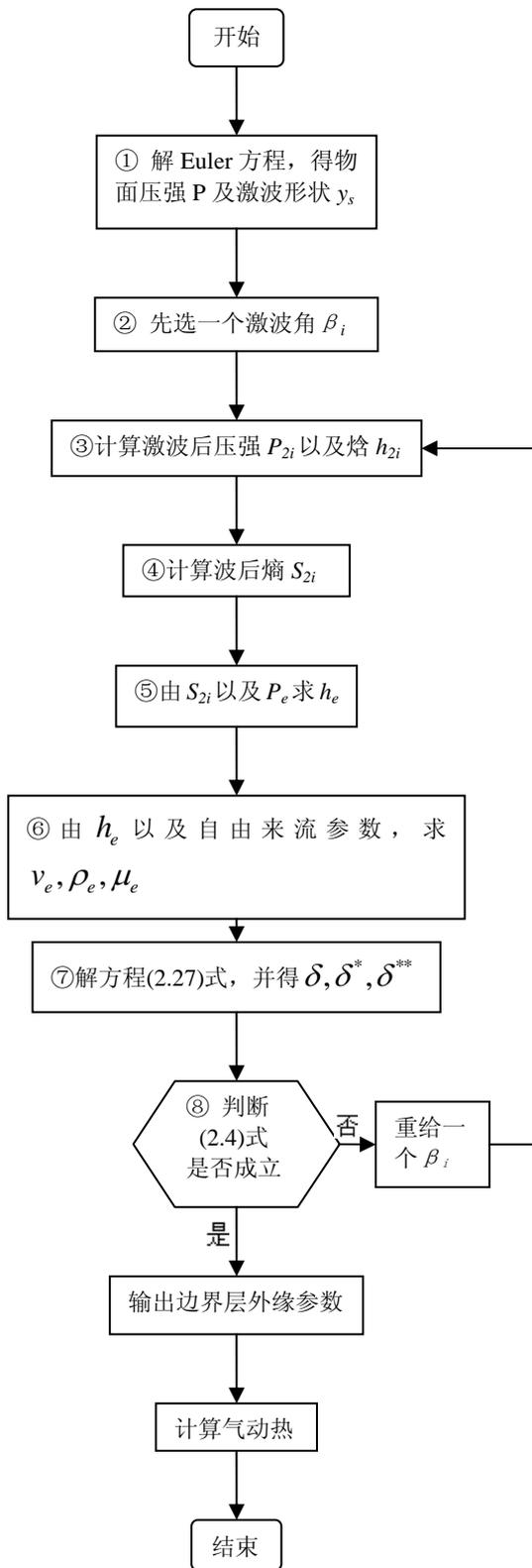


图 2. 气动热的工程算法框图

$$\frac{h_{2i}}{h_\infty} = 1 + 0.2M_\infty^2 \sin^2 \beta_i \left(1 - \frac{\rho_\infty}{\rho_{2i}}\right) \quad (2.16)$$

而 ρ_{2i} 值可由如下式中决定:

$$\rho_{2i} = 0.213883 \left(\frac{P_{2i}}{101325}\right) \left(\frac{h_{2i}}{1755.52}\right)^{-\alpha} \quad (2.17)$$

这里 α 为

$$\alpha = \begin{cases} 0.972, & \text{当 } 167.5 < h_{2i} \leq 1755.5(kJ/kg) \text{ 时} \\ 0.715 + 1.38974 \times 10^{-2} \ln\left(\frac{P_{2i}}{101325}\right), & \text{当 } 1755.5 < h_{2i} < 35026(kJ/kg) \text{ 时} \end{cases} \quad (2.18)$$

第④步, 由前面得到的波后压强 P_{2i} 以及焓 h_{2i} 带入下式计算出熵 S_{2i} 值, 即

$$\begin{aligned} &\text{当 } 167.5 \leq h < 1161.8(kJ/kg) \text{ 时,} \\ &s_{2i} = 3.07311 - 0.28711 \ln\left(\frac{P_{2i}}{101325}\right) + 1.00479 \ln\left(\frac{h_{2i}}{4.1868}\right) \\ &\text{当 } 1161.8 \leq h \leq 62382(kJ/kg) \text{ 时,} \\ &s_{2i} = 5.98796 - 0.195649 \ln\left(\frac{P_{2i}}{101325}\right) \cdot \exp\left[\frac{\left(\frac{h_{2i}}{418.68}\right)^{0.275}}{3.548}\right] \end{aligned} \quad (2.19)$$

第⑤步, 由 S_{2i} 和 P_e 求焓 h_e , 其具体表达式为:

当 $167.5kJ/kg < h_e \leq 1161.8kJ/kg$ 时, 则有

$$h_e = h_0 \exp\left[0.28574 \ln\left(\frac{P_e}{P_0}\right) - 3.0585 + 0.995223 s_{2i}\right] \quad (2.20)$$

当 $1161.8kJ/kg < h_e < 62382kJ/kg$ 时, 则有

$$h_e = h_0 \times 10^2 \left[\ln \frac{s_{2i}}{5.98796 - 0.195649 \ln\left(\frac{P_e}{P_0}\right)} \right]^{3.6364} \quad (2.21)$$

式中 $h_0 = 4.1868$, $P_0 = 101325$

第⑥步, 由 h_e 以及自由来流参数, 求 V_e, ρ_e 以及 μ_e 值。因篇幅所限, 这里仅给出粘性系数的表达式, 即

当 $167.5kJ/kg < h_e \leq 711.7kJ/kg$ 时,

$$\mu_e = 0.296109 \times 10^{-6} h_e^{0.7259} \quad (2.22)$$

当 $711.7kJ/kg < h_e \leq 1881.1kJ/kg$ 时,

$$\mu_e = 1.05311 \times 10^{-6} h_e^{0.5325} \quad (2.23)$$

当 $1881.1kJ/kg < h_e < 51497kJ/kg$ 时,

$$\mu_e = 58.4182 \times 10^{-6} \left[0.31469 \ln\left(\frac{h_e}{h_0}\right) - 0.9221 \right]^\alpha \quad (2.24)$$

$$\text{这里 } \alpha = 1.75 + 3.99551 \times 10^{-2} \ln\left(\frac{P_e}{P_0}\right) \quad (2.25)$$

$$h_0 = 4.1868, P_0 = 101325$$

第⑦步, 求解动量积分方程 (2.1) 式。为了便于讨论, 这里只讨论如下形式的动量积分方程, 即

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{\delta^{**}}{V_e} (2 + H - Me^2) \frac{dV_e}{dx} = \frac{c_f}{2} \quad (2.26)$$

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{1}{V_e} (2\delta^{**} + \delta^* - Me^2\delta^{**}) \frac{dV_e}{dx} = \frac{c_f}{2} \quad (2.27)$$

这里应指出的是, 在高超声速流动中, 形状因子 H 对速度的微小变化比较敏感, 因此该参数不利于使用, 故(2.27)式便为本文要求解的边界层动量积分方程式。令

$$\frac{u}{V_e} = a_0 + a_1 \frac{y}{\delta} + a_2 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_3 \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \quad (2.28)$$

则由物面条件以及边界层外缘处条件便可定出 a_0, a_1, a_2 与 a_3 值, 最后可将 (2.28) 式变为

$$\frac{u}{V_e} = \frac{3y}{\delta} - 3\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \quad (2.28) *$$

另外, 借助于上式 τ_w 及 c_f 可变为

$$\tau_w = 3\mu \frac{V_e}{\delta} \quad (2.29)$$

$$c_f = \frac{6\mu}{\delta \rho_e V_e} \quad (2.30)$$

借助于上面两式, 则(2.27)式变为

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + b_1\delta^{**} + b_2\delta^* + \frac{b_3}{\delta} = 0 \quad (2.31)$$

显然, (2.31) 式是关于 δ^{**} 的一个新型常微分方程, 但这个方程仍含有三个未知变量(即 δ^{**}, δ^* 与 δ), 因此需要再补充两个辅助关系式, 即:

$$\frac{\delta^*}{\delta} = 1 - \frac{1}{2b} \ln(1+b) \quad (2.32a)$$

$$\frac{\delta^{**}}{\delta} = \frac{1}{2b} \ln(1+b) + \frac{1}{b} - \left(\frac{\sqrt{1+b}}{2b\sqrt{b}}\right) \ln\left(\frac{\sqrt{1+b} + \sqrt{b}}{\sqrt{1+b} - \sqrt{b}}\right) \quad (2.32b)$$

$$b = \frac{k-1}{2} M_e^2 \quad (2.32c)$$

于是, 求解(2.31)、(2.32a)与(2.32b)便可得到 δ^{**}, δ^* 与 δ 的值。

第⑧步, 判断前面求得的 $y_s, \rho_e, V_e, \delta, \delta^*$ 等值是否满足 (2.4) 式, 即质量平衡的关系式。如果满足, 则进行气动热方面的计算; 如果不满足, 则重新修改所假设的激波角 β_i 值, 直到满足质量平衡关系式 (2.4) 为止。

4. 高超飞行器壁面热流计算的几个典型经验公式

在编制的源程序中, 我们安排了 6 个热流预测的典型经验公式, 即 Fay-Riddell 公式、Lees 公式、Cohen 公式、Zoby 公式、Kemp-Riddell 公式以及 Sutton 公式, 这里因篇幅所限仅给出了 Lees 方法。借助于轴对称比拟的思想, 沿着无粘表面流线, 于是 Lees 方法给出了层流的热流公式, 其表达式为^[23]

$$\frac{(q_w)_l}{(q_s)_0} = \frac{\frac{P_e V_e}{2P_s V_\infty} h_\beta^k}{\sqrt{\frac{1}{V_\infty} \left(\frac{dV_e}{ds}\right)_{s=0, \alpha=0}}} \left(\int_0^s \frac{P_e V_e}{P_s V_\infty} h_\beta^{2k} ds\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.33)$$

式中 s 代表自驻点算起的沿着表面无粘流线的弧长; h_β 为表面无粘流线的尺度因子; k 取值为 1 (对于轴对称流动) 或 0 (对于平板流动); 而 $\left(\frac{dV_e}{ds}\right)_{s=0, \alpha=0}$ 代表零攻角时驻点的速度梯度。

另外, 沿着无粘表面流线的湍流热流公式为

$$(q_w)_t = 0.0296 \text{Pr}^{\frac{2}{3}} \rho_e V_e \text{Re}_s^{-0.2} (h_s - h_w) F_c C_c \quad (2.34)$$

式中 F_c 与 C_c 分别代表形状因子与压缩因子; Pr 为 Prandtl 数, Re_s 代表局部雷诺数, 其表达式为

$$\text{Re}_s = \frac{s \rho_e V_e}{\mu_e} \quad (2.35)$$

这里还应指出的是, 对于飞行器表面的热化学烧蚀以及高温边界层的更精确计算, 感兴趣者可以参考文献^[24,25], 这里不做讨论; 此外, 参考焓方法也是高超飞行器边界层非驻点传热计算中普遍采用的半经验方法, 我们在 20 世纪 80 年代间曾用 Eckert 的参考焓方法^[26]计算过边界层问题^[27~29], 这里因篇幅所限不再讨论。另外, 使用本文所提出的工程算法, 我们已完成了①飞往火星的 Mars Pathfinder 探测器; ②飞往木星的 Galileo (伽利略) 探测器; ③著名的 European ARD 飞行器; ④ Viking (海盗) 探测器; ⑤典型的 Biconics (钝双锥) 绕流问题等五大典型飞行器壁面热流的工程计算, 有关结果将另文发表。

References (参考文献)

[1] WANG Bao-guo, WANG Xin-quan, LIU Shu-yan. Safety man-machine engineering[M]. Beijing: China Machine Press, 2007(Ch).
王保国, 王新泉, 刘淑艳, 等. 安全人机工程学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.

[2] Wang Xi-ji. Technology of Entry and Return of Spacecraft[M]. Beijing: Astronautic Publishing House, 1991(Ch).
王希季. 航天器进入与返回技术[M]. 北京: 宇航出版社, 1991

[3] WANG Bao-guo, LIU Shu-yan, WANG Xin-quan. Heat Transfer [M]. Beijing: China Machine Press, 2009(Ch).
王保国, 刘淑艳, 王新全, 等. 传热学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.

[4] WANG Bao-guo, LI Xiang. CFD Prediction of Hypersonic Vehicle Reentry Flowfield of Multiple Cases[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2010, 44(1): P71-76(Ch).
王保国, 李翔. 多工况下高超声速飞行器再入时流场的计算[J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(1), P71-76.

[5] QIAN Geng, WANG Bao-guo. Numerical Computation and Analysis of The Flow Over Hypersonic Double-cone[J]. Science & Technology Review, 2010 To Be Published(Ch).
钱耕, 王保国. 高超声速双锥体绕流的数值计算与流场分析[J]. 科技导报, 2010 将刊出.

[6] Li Xiang, Wang Bao-guo. CFD Prediction of Hypersonic Blunt-Cone Configurations of Multiple Cases [R]. AIAA Paper 2009-7385, 2009.

[7] WANG Bao-guo, LI Xue-dong, LIU Shu-yan. DSMC algorithm and heat transfer analysis of high temperature rarefied gas flow of multiple cases [J]. Journal of Aerospace Power, Vol. 25, 2010(Ch).
王保国, 李学东, 刘淑艳. 多工况下高温稀薄流的 DSMC 算法与流场传热分析[J]. 航空动力学报, 第 25 卷, 2010.

[8] LI Xue-dong, WANG Bao-guo. DSMC NUMERICAL SIMULATION OF FLOW PAST 2-D BLUNT BODIES WITH UNSTRUCTURED GRID[J]. Acta Armamentarii, 2010 To Be Published(Ch).
李学东, 王保国. 非结构网格下二维钝头体绕流 DSMC 数值模拟[J]. 兵工学报, 2010 年将刊出.

[9] LIU Lin. Engineering Algorithm and Example Analysis of General Missile Aerodynamic Coefficients [D], Beijing Institute of Technology, 2007(Ch).
刘琳. 通用弹体气动系数工程算法研究及其算例分析[D]. 北京理工大学研究生学位论文, 2007.

[10] LI Yao-hua. Engineering Algorithm and Comparison of Calculation of Missile Aerodynamic Characteristics [D]. Beijing Institute of Technology, 2006(Ch).
李耀华. 弹体气动特性的工程算法与精确计算的比较[D]. 北京理工大学学位论文, 2006.

[11] WANG Bao-guo. An improvement Extensible Single-Degree evaluation method and its application. Beijing: China Coal Industry Press, 2008, P483~491(Ch).
王保国. 一个改进的可拓评价单级方法及其应用[C]. 中国百名专家论安全, 北京: 煤炭工业出版社, 2008, P483~491.

[12] WANG Bao-guo, QIAN Geng. Describing Function Method and Its Application in Nonlinear Man-machine System[J]. Chinese Journal of Ergonomics, 2009, 15(2), P35~39(Ch).
王保国, 钱耕. 描述函数法及其在非线性和人机系统中的应用[J]. 人类工效学, 2009, 15(2), P35~39.

[13] GUO Yu-hang, WANG Bao-guo. Two Types of New Neural Networks and Their Applications to Safety Assessment[J]. China Safety Science Journal(CSSJ), 2008, 18(7), P29~33(Ch).
郭宇航, 王保国. 两类新型神经网络及其在安全评价中的应用[J]. 中国安全科学学报, 2008, 18(7), P29~33.

[14] WANG Bao-guo, JIN Yan-mei, Liu Shu-yan. Human Thermal Comfort Calculation of Cabin Thermal Environment[J]. Chinese Journal of Ergonomics, 2005, 11(1), P1~4(Ch).
王保国, 靳艳梅, 刘淑艳. 车室内热环境的计算模型与数值模拟[J]. 人类工效学, 2005, 11(1), P1~4.

[15] LIN Huan, WANG Bao-guo, LIU Shu-yan. Two Methods for the Evaluation of Human Thermal Comfort under Non-homogeneous Thermal Environment and Their Key Technology[J]. China Safety Science Journal(CSSJ), 2007, 17(8), P47~53(Ch).
林欢, 王保国, 刘淑艳. 非均匀热环境下热舒适评价的两种方法及其关键技术[J]. 中国安全科学学报, 2007, 17(8), P47~53.

[16] Wu Chung-Hua. A general theory of three dimensional flow in subsonic and supersonic turbomachines of axial, radial, and mixed-flow types[R]. NACA TN 2604, 1952.

[17] Cooke, J. C. An axially symmetric analogue for general three dimensional boundary layers[R]. Reports and Memoranda No. 3200, British Aeronautical Research Council, 1961.

[18] WAN Bao-guo, HUANG Hong-bin. Numerical Methods of transonic and subsonic flows in turbomachinery [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000(Ch).
王保国, 黄虹宾. 叶轮机械跨声速及亚声速流场的计算方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.

[19] WANG Bao-guo, Liu Shu-yan, Huang Wei-guang. Gas Dynamics [M]. Beijing: Five university presses of Science Technology and

- Industry for National Defence, 2005(Ch).
王保国, 刘淑艳, 黄伟光. 气体动力学[M]. 北京: 北京理工大学/北京航空航天大学/西北工业大学/哈尔滨工业大学/哈尔滨工程大学联合出版社, 2005.
- [20] WANG Bao-guo, LIU Shu-yan, LIU Yan-ming. Fundamental of Aerodynamics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009(Ch).
王保国, 刘淑艳, 刘艳明, 等. 空气动力学基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- [21] Wang Bao-guo, Bian Yin-gui. Finite Volume-TVD Scheme for 3-D Euler Transonic Flows Computations in Rotating Curvilinear Coordinates[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 1992, 10(4), P472~481(Ch).
王保国, 卞荫贵. 转动坐标系中三维跨声速欧拉流的有限体积-TVD 格式[J]. 空气动力学报, 1992, 10(4), P472~481.
- [22] WANG Bao-guo, BIAN Yin-gui. On Numerical Simulations of Supersonic and Hypersonic Inlet[J]. Advances In Mechanics, 1992, 22(3), P318~323(Ch).
王保国, 卞荫贵. 超声速和高超声速进气道的数值模拟[J]. 力学进展, 1992, 22(3), P318~323.
- [23] Lees L. Laminar Heat Transfer Over Blunt Nosed Bodies at Hypersonic Flight Speed[J]. Jet Propulsion, 1956, 26(4):259~269.
- [24] ZHANG Lu-min, PAN Mei-lin, TANG Wei. Reentry Capsule Aerodynamics[M]. Beijing: National Defense Industry, 2002(Ch).
张鲁民, 潘梅林, 唐伟. 载人飞船返回舱空气动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [25] BIAN Yin-gui, ZHONG Jia-kang. High-Temperature Boundary Layer Heat Transfer [M]. Beijing: Science Press, 1986(Ch).
卞荫贵, 钟家康. 高温边界层传热[M]. 北京: 科学出版社, 1986.
- [26] Eckert, R. G. Engineering Relations for Friction and Heat Transfer to Surface in High Velocity Flow[J]. Journal of Aerospace Science, 1955:585~587.
- [27] HUA Yao-nan, WANG Bao-guo. THE SOLVER OF BOUNDARY-LAYER EQUATION WITH ROTATION AND VARIATION OF STREAM FILAMENT THICKNESS[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 1988, 9(4), P327~330(Ch).
华耀南, 王保国. 有旋转效用和流片厚度变化的叶轮机械边界层的积分方程求解法[J]. 工程热物理学报, 1988, 9(4), P327~330.
- [28] Hua Yao-nan, Wang Bao-guo. The Effect of Boundary Layer on Transonic Cascade Flow[R]. U.S.A. 1st National Fluid Dynamics Congress, 1988; or AIAA Paper 88-3782.
- [29] Hua Yao-nan, Wang Bao-guo. The Prediction of Boundary Layer with Rotation and Variation of Stream Filament Thickness[R]. ASME Paper 89-GT-227, 1989.