

# A Method of Repairing Dual-Frequency Dynamic Carrier Phase Cycle Slip

FENG Wei, DONG Xinggan, HUANG Dingfa

School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

e-mail: fengwei99@gmail.com; xinggan.dong@gmail.com; dfhuang@home.swjtu.edu.cn

**Abstract:** An method for small cycle slip detecting and repairing is presented by using the feature of cycle slip and the relationship of carrier phase fraction observables between L1 and L2 carrier. This method overcomes the difficulty of the traditional ionospheric residual method, which needs to detect where the cycle slip happens. Meanwhile, only dual-frequency carrier phase measurement of single satellite is needed, without the coordinate of the station. This method needs only one-epoch data after a short time filtering, So it suits with dynamic situation.

**Key words:** GPS, dynamic cycle slips detecting, Kalman filter, partial cycle

## 双频动态 GPS 载波相位周跳修正的一种方法

冯 威, 董兴干, 黄丁发

西南交通大学土木学院测量工程系, 成都 610031

e-mail: fengwei99@gmail.com; xinggan.dong@gmail.com; dfhuang@home.swjtu.edu.cn

**摘要:** 根据双频载波相位观测值之间的一种关系, 结合周跳的特性, 本文提出了一种小周跳动态探测与修复的方法。该方法克服了传统电离层残差法需判断发生周跳频率的问题。同时, 该方法仅使用单星双频载波相位数据, 无需测站坐标, 且经过短时间滤波后只需要单历元的数据, 因此很适合动态的情况。

**关键词:** GPS; 动态周跳探测; 卡尔曼滤波; 载波相位小数部分

## 1 引言

随着 GPS 应用的不断普及, 快速静态、动态环境下的测量、导航、目标跟踪等动态快速定位技术的研究成为了 GPS 领域中的重要方向, 快速而准确地完成周跳的探测与修复工作是保证高精度导航定位精度和速度的关键<sup>[1]</sup>。近些年来, 网络 RTK 技术得到了快速的发展和广泛的应用, 它已实现了巨大实用价值, 并具有深刻的研究意义。为了更好保障网络 RTK 的稳定性和准确性, 实时动态的修正周跳也是一项十分重要的工作。

一直以来, GPS 载波相位周跳的探测与修复是人们关注的一个热点和难点问题。到目前为止, 也已经出现许多方法。常见的周跳的探测与修复的方法有多项式拟合法<sup>[2,3]</sup>, 利用载波相位观测值的多次求差法<sup>[5,6]</sup>, 小波分析法<sup>[4]</sup>, 卡尔曼滤波法<sup>[3]</sup>等。对于大的周跳, 这些方法有很好的修复作用。但是, 对于小周跳的探测和修复, 这些方法都不能达到令

人满意的效果。电离层残差法是探测小周跳常用的办法, 但是传统的方法不能很好的解决周跳发生在哪个频率上的问题, 而且对于组合周跳的问题一般都需要辅助一些其他的手段。另外, 由于多余观测量较少及定位环境变化大, 动态定位的周跳探测与修复比静态定位更为复杂和困难<sup>[9]</sup>。本文通过分析 GPS 双频观测值之间的内在联系以及周跳的特征, 提出了一种顾及两载波观测值之间一载波观测值与另一载波小数部分应该满足的函数关系, 和电离层残差的性质来探测和修复小周跳的方法。该方法只需双频载波相位数据, 且经过短时间滤波后, 仅需单历元观测数据。在正常大的气环境下, 对于绝对值 L1 载波上小于 5 个、L2 载波上小于 4 个的小周跳, 该方法效果显著, 可以适合于静态、动态的情况, 还可以探测出连续的小周跳。文中所讲到的小周跳指的是在这一范围之内的周跳。本文针对高频数据, 即一秒采样率的数据来进行试验、分析, 并主要以载波 L1 的周跳修正为例, L2 的情况也完全一样。

基金项目: 国家自然科学基金项目(No.40771173)资助

## 2 基本思想

### 2.1 双频观测值的一种关系

动态情况下，在两个历元时间内，卫星和用户接收机都从一个位置移动到了另一个位置。在这一过程中，若不考虑多路径效应和电离层对不同频率的影响，GPS 双频接收机两载波的距离增量是相等的，即

$$\Delta\phi_2 \times \lambda_2 = \Delta\phi_1 \times \lambda_1 \quad (1)$$

式(1)中  $\Delta\phi$  表示在没有发生周跳时两历元间载波观测值的增量，单位为各自的波长， $\lambda$  表示波长，下标 1、2 代表不同的频率。根据周跳的特点可知，不论是否发生周跳，两载波相位观测值的小数部分都是正确的，周跳只影响相位观测值的整数部分。受此思想的启发，现将式(1)两边除以  $\lambda_2$ ，再对两边求小数部分，最终表达成如下的形式：

$$\Delta\phi_2 - \text{int}(\Delta\phi_2) = \Delta\phi_1 \times \lambda_1 / \lambda_2 - \text{int}(\Delta\phi_1 \times \lambda_1 / \lambda_2) \quad (2)$$

式(2)中， $\text{int}()$  为取整数部分的意思，等式左边是载波 L2 相位观测值的小数部分，它是不受周跳影响的量。等式右边是载波 L1 完整相位观测量的表达式，它包含整数部分和小数部分，其值会受载波 L1 周跳的影响。

可以看出，当 L1 载波相位有周跳发生时，式(2)的相等关系就会被破坏，这就可以探测出周跳的发生。此时，通过调整 L1 相位观测值的整数部分来使式(2)重新满足相等关系，从而来达到修复周跳的目的。这是用该方法来修正周跳的基本思想。上面给出了修复 L1 载波相位周跳的情况，同理，也可以类似得出 L2 载波相位周跳修复的方法。

考虑观测噪声的影响，即使在没有周跳发生的情况下，式(2)也不会完全相等，它们会有一个很小的偏差。另外，根据两载波的波长长度关系可知，9 个 L1 载波的长度和 7 个 L2 载波的长度之差仅为 3.3 mm，L1 和 L2 载波测距之间这种波长关系的近似周期分别为 9 周和 7 周<sup>[7]</sup>。因此，需要将周跳限制在 L1 上小于 5 个、L2 上小于 4 个的范围内，否则该方法可能会把周跳修复到 L1 上 9×n 个、L2 上 7×n 个周跳的离散点处。

### 2.2 电离层残差的动态解算

上述的基本思想并没有考虑电离层对不同频率的影响，但是在实际情况中，电离层的影响是客观存在的。考虑电离层的影响后，式(1)、(2)将变成如下形式：

$$\Delta\phi_2 \times \lambda_2 = \Delta\phi_1 \times \lambda_1 + \Delta I \quad (3)$$

$$\Delta\phi_2 - \text{int}(\Delta\phi_2) = (\Delta\phi_1 \times \lambda_1 + \Delta I) / \lambda_2 - \text{int}((\Delta\phi_1 \times \lambda_1 + \Delta I) / \lambda_2) \quad (4)$$

其中， $\Delta I$  表示两历元间电离层对两个载波相位观测值所造成的延迟量的差异，在此称作电离层残差。为了能够利用式(4)来探测周跳，首先必须要计算出电离层残差值来，根据式(3)可以得出它的计算公式，如下：

$$\Delta I = \Delta\phi_2 \times \lambda_2 - \Delta\phi_1 \times \lambda_1 \quad (5)$$

事实已经证明，正常情况下，电离层延迟有很强的时间、空间相关性，即在短周期内它的变化很有规律。对于高频数据，可以用二次函数来很好的表示电离层残差的这种变化规律。下图为利用二次函数来拟合 1 秒采样率双频数据的电离层残差的拟合残差图，拟合长度为 500 个历元，

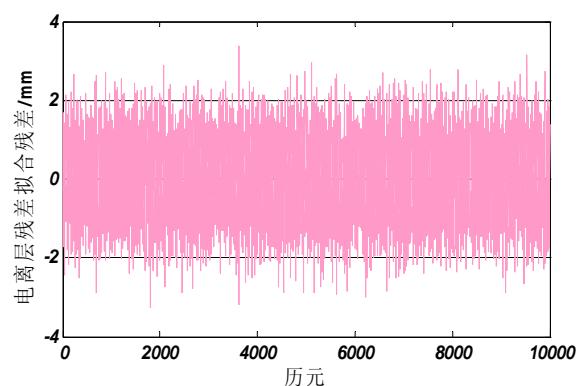


Figure 1. The residual error of fitting ionospheric residual

图 1. 电离层残差拟合残差图

可以看出，拟合残差几乎小于 2 个毫米的，且均匀的分布在零的两侧，具有高斯噪声的特点。

根据电离层的这一性质，在实时动态的情况下，可用卡尔曼滤波来实时计算电离层残差量。卡尔曼滤波方法是一种时域方法，对于具有高斯分布噪声的线性系统，可以得到系统状态的递推最小均方差估计<sup>[8]</sup>。电离层残差卡尔曼滤波的状态方程和观测方程可以写为下面形式：

$$\begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \dot{I} \\ \Delta \ddot{I} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0.5\Delta t^2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \dot{I} \\ \Delta \ddot{I} \end{bmatrix}_{k-1} \quad (6)$$

$$L_k = [I \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \dot{I} \\ \Delta \ddot{I} \end{bmatrix}_k \quad (7)$$

式中,  $\Delta t$  为数据采样间隔, 单位为 s;  $\Delta\dot{\phi}$ 、 $\ddot{\Delta\phi}$  分别为电离层残差一阶变化率和二阶变化率,  $L$  为电离层残差观测值。每个历元的电离层残差观测值根据式(5)来求出。根据状态方程和观测方程, 再结合卡尔曼递推滤波公式便可进行电离层残差滤波, 实时得到电离层残差量。

卡尔曼滤波需要给出状态量及其方差的初始值, 这里给出针对于高频数据确定初始值的简单方法。由于式(5)计算的电离层残差值较小, 一般小于一个波长; 在短时间内其变化量更小, 相邻历元间的差值一般只有几个毫米, 因此可将第一次计算出的电离层残差值作为电离层残差初始值, 前提是要保证其值没有周跳的影响。通常可以设置一个阈值来去除周跳和其它因素的影响。电离层残差一阶变化率和二阶变化率都可以设置为零。对应的方差值都可以设置成一个相对较大的值, 即便如此, 它们的值也可以很快的收敛。一般情况下, 大概 50 个历元后电离层残差滤波值基本稳定, 收敛速度很快。

### 2.3 周跳修正的基本思想

当电离层残差值计算出来后, 就可利用式(4)来探测是否有周跳发生。将式(4)两边相减得:

$$d = \Delta\phi_2 - \text{int}(\Delta\phi_2) - ((\Delta\phi_2 \times \lambda_1 + \Delta I) / \lambda_2 - \text{int}((\Delta\phi_2 \times \lambda_1 + \Delta I) / \lambda_2)) \quad (8)$$

当没有周跳发生时, 在理想情况下  $d$  的值应为零。但是由于观测误差和其它偶然误差的影响,  $d$  值一般都不为零。只要  $d$  值小于某一个较小的值时, 则可以认为没有周跳发生。

根据式(8),  $d$  值主要与两历元间两载波相位的差值相关。若认为两载波的观测精度相等, 且都为 2mm, 则  $d$  值的不确定性为  $2 \times 2\text{mm}$ , 即 4mm。通常情况下, 取 3 倍中误差 12mm 作为  $d$  值的阈值。

当在某一历元计算的  $d$  值大于这一阈值时, 则可以认为有周跳发生。此时, 在合理范围内调整 L1 相位  $\Delta\phi_1$  的整数部分值, 来使得式(8)中  $d$  的值小于该阈值, 从而确定出周跳的大小来, 前提是 L1 载波相位的周跳是在小周跳的范围内。

对于 L2 载波相位观测值周跳的修正也有相同的方法。

### 2.4 影响周跳探测的因素

该方法充分利用了两载波相位观测值小数部分的作用。另一方面, 该方法对信号的稳定性要求较高。在卫星高度角很低的时候, GPS 信号受对流层影响会很大。此时可能会使得两载波相位观测值发生不稳定

的抖动, 从而会发生一载波比另一载波在某一时刻的相位延迟要提前一些, 而在下一时刻相位延迟又要滞后一些的现象。这时, 式(4)的相等关系将被破坏, 当这种影响很大时, 使用该方法会失效。下图给出了在低卫星高度角时, 电离层残差和卫星高度角的关系图。

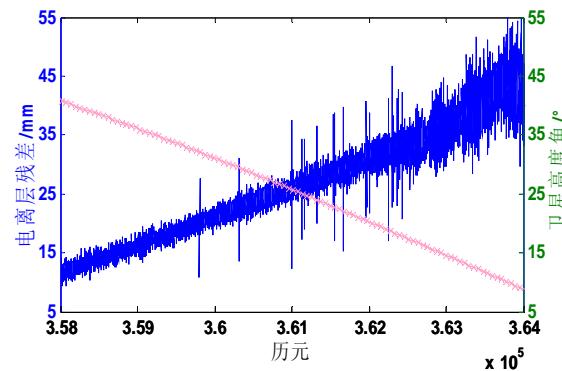


Figure 2. Relationship between ionospheric residual and satellite elevation

图 2. 卫星高度角和计算的电离层残差值的关系

图上可以看出, 随着卫星高度角的降低, 根据式(5)计算的电离层残差稳定性有所降低, 电离层残差图会出现两边“带刺”的现象。对流层的这种影响有一定的规律性, 在某些连续的两个或三个时刻内, 计算的电离层残差值会出现一个比正常值偏高、一个比正常值偏低的情况, 且它们的偏离量也近似相等。在进行周跳探测时, 需要先排除这些因素的影响。

除了对流层的影响外, 钟跳的影响也必须加以考虑。试验表明, 不同类型的接收机的钟跳对式(5)所计算的电离层残差的影响有所不同。有的呈现出周期性, 有的呈现出非周期性。但是它们有一个共同点, 钟跳会同时影响所有卫星的载波相位观测值, 这种特性为识别钟跳, 区分周跳和钟跳提供了很有利的作用, 下图为钟跳对电离层残差所造成的影响,

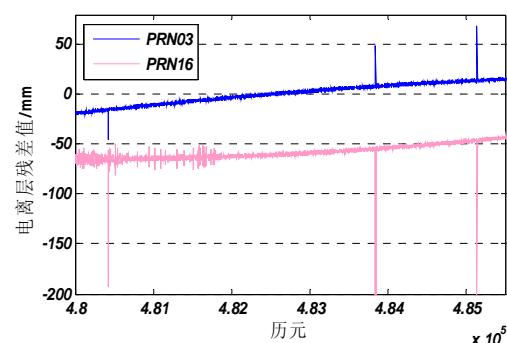


Figure 3. Clock-slip effect to the calculated ionospheric residual

图 3. 钟跳对电离层残差值的影响

可以看出,当发生钟跳时,在相同时刻不同卫星的电离层残差都会发生异常。

### 3 算例分析

由于本方法无需测站坐标,且对静态和动态数据都同样适用,因此本文所采用的试验数据为成都一连续运行参考站所采集的数据,数据采集时间为2009年3月27日,采样间隔为1秒,周跳试验过程中使用的数据是中午十二点后时间段的PRN16卫星的观测数据。

首先根据2.2部分的思想利用卡尔曼滤波对电离层残差滤波,下图为卡尔曼滤波前后的结果,

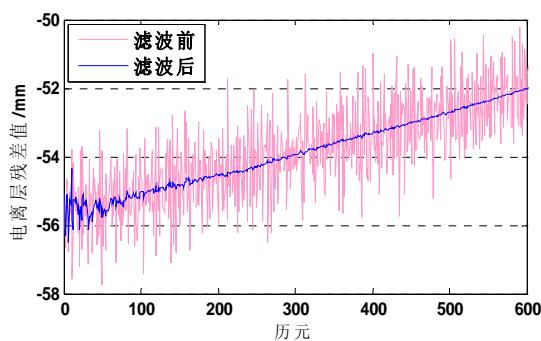


Figure 4. The ionospheric residual after kalman filtering

图4. 电离层残差值卡尔曼滤波结果

上图可以看出,50个历元以后电离层残差滤波值基本收敛,其波动性小于1mm。100个历元以后,电离层残差值已经收敛,此时再用2.3部分的思想来探测是否有周跳发生,下图为100历元以后根据滤波之后的电离层残差值,利用式(8)计算的d值,

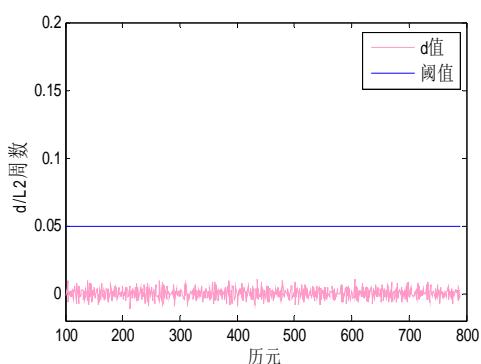


Figure 5. The value of d without cycle slips

图5. 无周跳时d值的计算结果

上图中所有的d值都小于阈值,可知PRN16卫星的这段观测数据没有周跳发生。

现在在第300个历元时在L1载波上加入1周的

周跳,在第400个历元时在L1和L2载波上分别加入2周的周跳,重新进行周跳的探测,计算处的d值如下。

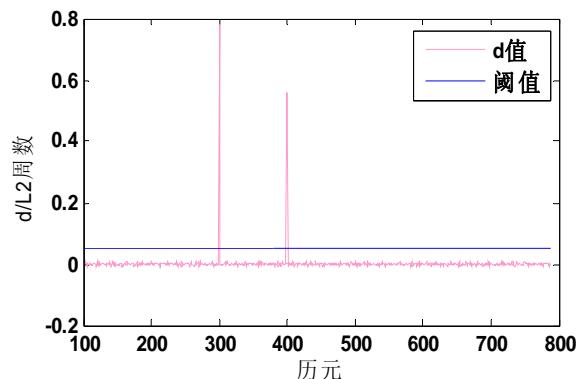


Figure 6. The value of d with cycle slips

图6. 有周跳时d值的计算结果

可以看出,只有在第300、400个历元处,d值超出了阈值的大小,表明此时有周跳发生。现调整L1载波观测值,再次重新进行d值的计算,在这里计算了在L1上分别加1周、2周、3周的情况,结果如下,

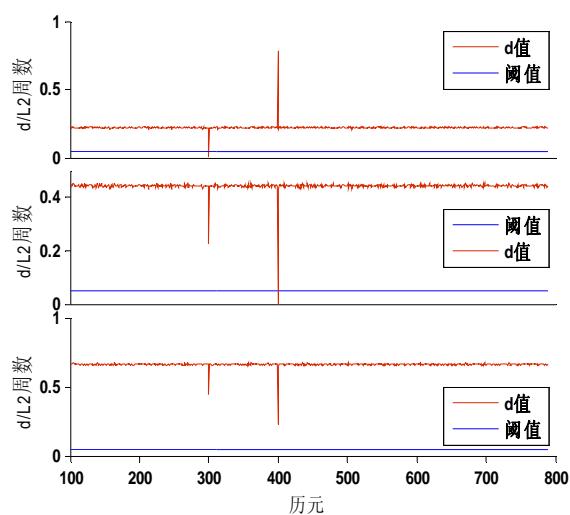


Figure 7. The value of d with cycle slip repaired

图7. 周跳修复时d值的计算结果

图7的3个小图从上到下分别表示L1载波相位观测值分别增加1、2、3周的情况。可以看出,在第300历元时,当L1的值增加1周时,d值就小于阈值,即是第一幅图的情况。而在第400历元时,当L1的值增加2周时d值小于阈值,即是第二幅图的情况。当L1增加3周时,此时所有的d值都大于阈值,即是第三幅图的情况,这表明该方法没有错判。

结果表明L1载波在300历元时发生了1周的周跳,而在400历元时发生了2周的周跳。到此,L1

上的周跳得到了修复，且周跳修正的结果和加入的周跳完全保持一致。

再假设有连续周跳发生。在第 500、501 个历元时分别向 L1 载波上加入 1 周的周跳，在第 600、601 个历元时分别向 L1 和 L2 载波上都加入 2 周的混合周跳，重新进行周跳的探测，计算处的 d 值如下。

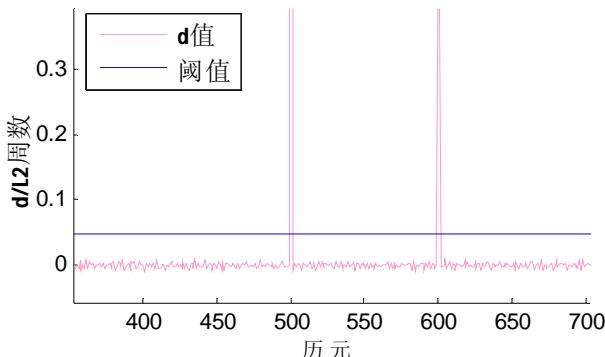


Figure 8. The value of  $d$  with continuous cycle slips

图 8. 有连续周跳时  $d$  值的计算结果

从上图看出在第 500、501、600、601 个历元处， $d$  值超出了阈值的大小，表明这些历元发生周跳。现调整 L1 载波观测值，再次重新进行  $d$  值的计算，计算的在 L1 上分别加 1 周、2 周、3 周的情况，结果如下。

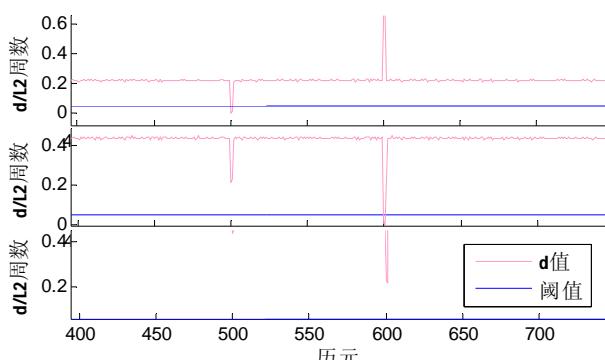


Figure 9. The value of  $d$  with continuous cycle slip repaired

图 9. 连续周跳修复时  $d$  值的计算结果

图 9 的 3 个小图从上到下依次表示 L1 载波相位观测值分别增加 1、2、3 周的情况。可以看出，在第 500、501 历元时，当 L1 增加 1 周时， $d$  值小于阈值，即是第一幅图的情况；而在第 600、601 历元时，当 L1 增加 2 周时  $d$  值小于阈值，即是第二幅图的情况。当 L1 增加 3 周时，此时所有的  $d$  值都大于阈值，即是第三幅图的情况，这表明没有错判。

结果表明 L1 载波在 500、501 历元时连续发生了 1 周的周跳，而在 600 和 601 历元时连续发生了 2 周

的周跳。到此，L1 上连续的周跳得到了修复，且周跳修正的结果和加入的周跳完全保持一致。

综上所述，方法能够很好的修复小于 4 周的周跳，且效果显著。对于 L2 上的周跳探测也有相同的思路，这里不再赘述。

#### 4 结论与建议

试验表明了该方法对双频动态 GPS 数据小周跳有很好的修正作用，特别是高频数据。这种方法计算简单，只需一颗卫星的双频观测值，经过短时间滤波之后，只需单历元的双频观测数据，因此很适用于动态 GPS 数据的周跳探测。

但该方法也有一些不足之处。对于大的周跳不应直接使用本方法，而应该配合其它方法先将周跳修复在前文说讲的小周跳的范围，否则可能会把周跳修复在 L1 上  $9 \times n$ 、L2 上  $7 \times n$  的个数上。利用一种改进的多项式拟合法<sup>[2]</sup>，可以将周跳修复在这个范围内。当卫星高度角较低时，对流层的影响将变大，因此最低卫星高度角应在  $10^{\circ}$  至  $15^{\circ}$  的范围。为削弱对流层的这一影响，可以根据其对连续历元的影响一个偏大、另一个偏小，且偏差大小近似相等的性质，来和周跳加以区分。另外，还需要把钟跳和周跳区分开，它们都会造成所计算的电离层残差值和  $d$  值发生异常，但是钟跳不具有周跳的性质，只有周跳需要修复。可以根据钟跳会发生在所以卫星的数据上，且会对所有卫星的  $d$  值产生异常影响这一性质来区分钟跳和周跳。

#### References (参考文献)

- [1] Li Jiangwei, Wang Houzhi, Gao Xingguang, Zhou Jian. Automated Cycle-slip Repairing of Dual-frequency Kinematic GPS Data[C].The Collected Papers of 2006 Symposium on application of new technique in surveying and mapping. 李江卫, 王厚之. 2006 年测绘新技术应用, 高光星, 周剑. 双频动态 GPS 观测数据周跳的自动修正[C]交流会论文集.
- [2] LI Ming, GAO Xingwei, XU Aigong. A Modified Polynomial Fitting of Cycle-slip Processing[J]. Science of Surveying and Mapping, 2008, 33(4). 李明, 高星伟, 徐爱功. 一种改进的周跳多项式拟合方法[J]. 测绘科学, 2008, 33(4).
- [3] LUO Feng, YAO Yi-bin, SONG Wei-wei. Detection for Cycle Slips Using Polynomial Fitting and Carrier Phase Rate Method[J]. GNSS World of China. 2007, 32(5). 罗峰, 姚宜斌, 宋伟伟. 综合利用多项式拟合和载波相位变化率探测单频GPS周跳[J]. 全球定位系统, 2007, 32(5).
- [4] Huang Dingfa, Zhuo Jiancheng. Wavelet Analysis for Cycle Slip Detection and Reconstruction of GPS Carrier Phase Measurements[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1997, 26(4): 352-357. 黄丁发, 卓健成. GPS 相位观测值周跳检测的小波分析法[J]. 测绘学报, 1997, 26(4): 352-357.
- [5] Huang Dingfa, Xiong Yongliang, Yuan Linguo. Theory and Practice of Globle Positioning System[M]. City of Cheng Du: South West Jiao Tong University Press, 2006. 黄丁发, 熊永良, 袁林果. 全球定位系统(GPS)——理论与实践[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2006.

- [6] Fan Jianjun, Wang Feixue, Guo Guirong. Automated cycle-slip detection and correction for GPS triple-frequency undifferenced observables[J]. Science of Surveying and Mapping, 2006, 31(5): 24-26.  
范建军, 王飞雪, 郭桂荣. GPS 三频非差观测量周跳的自动探测与改正研究[J]. 测绘科学, 2006, 31(5): 24-26.
- [7] Wang Renqian, Zhu Jianjun. Detection and Reparation for Cycle Slips Using Dual Frequency Differenced Carrier-phase[J]. BULLETIN OF SURVEYING AND MAPPING, 2004, (6): 9-11.  
王仁谦, 朱建军. 利用双频载波相位观测量求差的方法探测与修复周跳[J]. 测绘通报, 2004, (6): 9-11.
- [8] Song Yingchun. Research on Kalman Filterin Kinematic Positioning[J]. City of Chang Sha: Cental South University, 2006, 1-2.  
宋迎春. 动态定位中的卡尔曼滤波研究[J]. 长沙: 中南大学, 2006, 1-2.
- [9] LU Zhiwei, HAO Jimming. On Construction of Cycle Slip's Test Quantity in Precise GPS Kinematic Positioning[J]. BULLETIN OF SURVEYING AND MAPPING, 2000, (8): 5-8.  
吕志伟, 郝金明. 高精度 GPS 动态定位中周跳检测量的构造[J]. 测绘通报, 2000, (8): 5-8.