

GPS Satellite Clock Bias Prediction Based on the Regression Forgetting Factor Least Squares Raw

ZHENG Zuoya^{1,2,3}, LU Xiushan^{2,3}, XU Weimei^{2,3}

¹Institute of Geodesy and Geodynamics, Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing, 100039

²Key Laboratory of Surveying and Mapping Technology on Island and Reef of SBSM, Qingdao, 266510

³Geomatics College, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, 266510

e-mail: caszzy@gmail.com; xiushanl@vip.sina.com

Abstract: Aimed at the limit of traditional Least Square (LS) raw which solving parameters with all observations in one-off and leading to data saturation, decreasing solution capability, and so on, GPS satellite clock bias prediction based on the Regression Forgetting Factor Least Squares (RFFLS) raw is put forward according to the character of GPS satellite clock bias in this paper, then, we deduce the model, and give out the satellite clock prediction steps and discuss the choice of forgetting factor. Taking precise satellite clock bias of the second day of GPS-week 1442 with 15-minute sample rate in IGS precise ephemeris for example, we analyze this model and show that the GPS satellite clock bias prediction accuracy predicted by RFFLS is prior to that of quadratic polynomial model.

Keyword: GPS; satellite clock bias; prediction; regression forgetting factor least squares raw; accuracy

基于递推遗忘因子最小二乘法的GPS卫星钟差预报

郑作亚^{1,2,3}, 卢秀山^{2,3}, 徐维梅^{2,3}

¹中国测绘科学研究院大地测量与地球动力学研究所 北京 中国 100039

²青岛(礁)测绘技术国家测绘局重点实验室 青岛 中国 266510

³山东科技大学测绘科学与工程学院 青岛 中国 266510

e-mail: caszzy@gmail.com; xiushanl@vip.sina.com

摘要: 根据 GPS 卫星钟差的特点, 针对传统最小二乘法将所有观测数据一并解算待估参数, 随着数据量增加, 会造成数据量饱和, 降低估计参数的性能等局限性, 提出了基于递推遗忘因子最小二乘法的 GPS 卫星钟差预报, 推导了模型算法, 给出了基于该模型的卫星钟差预报实现步骤, 讨论了遗忘因子的选取, 以 GPSweek1442 周第 2 天的 IGS 精密星历中 15min 间隔的精密卫星钟差为例, 对该模型进行分析, 表明: 基于递推遗忘因子最小二乘法的 GPS 卫星钟差预报精度优于二次多项式模型。

关键词: GPS; 卫星钟差; 预报; 递推遗忘因子最小二乘法; 精度

1. 引言

在实时 GPS 导航定位中, GPS 卫星钟差预报模型及精度分析等一直是研究热点之一, 不少学者均进行了深入的研究并取得一些有益成果^[1-5]。常用的方法有线性模型、二次多项式模型和灰色模型等, 并对它们进行了比较分析^[6], 线性模型不能反映卫星钟差的非线性变化; 二次多项式模型具有比较明显的误差积累效应, 随着预报时间的增长而误差增加; 灰色预报模型没有误差积累效应, 但是传统灰色模型对不同卫星钟差在短期预报误差异常波动很大^[7-9], 因此提出了附有指数系数的灰色模型卫星钟差预报, 但是指数系数

的确定到目前还没有一个成熟的模型^[10-11], 有关学者也提出了基于灰色模型进行卫星钟差预报的局限性^[12]; 传统最小二乘法是常用的参数估计方法, 在测量数据处理中占据了重要的地位, 将所有观测数据一并参与解算, 求得待估参数的解, 但随着数据的增加, 常常会造成数据量饱和, 降低估计参数的速度和可靠性。在此基础上, 本文提出了基于递推遗忘因子最小二乘法^[11,12] (the Regression Forgetting Factor Least Squares-RFFLS) 的 GPS 卫星钟差预报方法。有关学者已将 RFFLS 算法引入 GPS 应用中, 取得一些初步研究成果^[13,14]。递推算法的基本思想是: 每取得一个新数据, 就根据新数据对原估计量进行修正, 从而得到改善的新估计量, 而不是将新数据加到老数据里重新

基金项目: 得到中国博士后科学基金项目(20080440049)和国家测绘局重点实验室基金项目(2009A01)资助

计算。本文详细推导了 RFFLS 模型算法, 给出了基于该模型的卫星钟差预报实现步骤, 讨论了遗忘因子的选取, 以 GPSweek1442 周第 2 天的 IGS 精密星历中 15min 间隔的精密卫星钟差为例^[15], 分别采用铯钟和铷钟数据对该模型进行分析。

2. RFFLS 算法及其公式推导

为了提高新数据信息量的权值, 逐渐削弱老数据的影响, 防止数据量饱和, 将遗忘因子矩阵引入传统最小二乘算法, 则可得:

$$J(\hat{\alpha}) = [\hat{\alpha}(N) - t(N)\hat{\alpha}]^T W(N) [\hat{\alpha}(N) - t(N)\hat{\alpha}] \quad (1)$$

式中, $W(N) = \text{diag}(\lambda^{N-1}, \lambda^{N-2}, \dots, \lambda^0)$, $0 < \lambda \leq 1$ 为遗忘因子。

若选择估计值 $\hat{\alpha}$ 能使式 (1) 达到最小, 则称这种方法为遗忘因子最小二乘方法 (FFLS)。选择不同的 λ 值就可以得到不同的遗忘效果, λ 越小遗忘速度越快, 或者说记忆越短。当 $\lambda = 1$ 时, 就还原为最小二乘法。下面对 RFFLS 算法进行具体推导^[16]。

基于 k 次观测, 遗忘因子最小二乘的目标函数变为:

$$J(\hat{\alpha}) = [\hat{\alpha}(k) - t(k)\hat{\alpha}]^T W(k) [\hat{\alpha}(k) - t(k)\hat{\alpha}] \quad (2)$$

将上式两边对求偏导, 并令其为 0, 得

$$\frac{dJ(\hat{\alpha})}{d\hat{\alpha}} = 0 \Rightarrow t^T(k)W(k)t(k)\hat{\alpha}(k) = t^T(k)W(k)\hat{\alpha}(k) \quad (3)$$

若 $t^T(k)W(k)t(k)$ 可逆, 则式 (3) 存在唯一解:

$$\hat{\alpha}(k) = [t^T(k)W(k)t(k)]^{-1} t^T(k)W(k)\hat{\alpha}(k) \quad (4)$$

令 $T(k) = [t^T(k)W(k)t(k)]^{-1}$, $R(k) = t^T(k)W(k)\hat{\alpha}(k)$, 则有:

$$\hat{\alpha}(k) = T(k)R(k) \quad (5)$$

$$\hat{\alpha}(k-1) = T(k-1)R(k-1) \quad (6)$$

将 $R(k-1) = t^T(k-1)W(k-1)\hat{\alpha}(k-1)$ 代入式 (6) 整理可得:

$$t^T(k-1)W(k-1)\hat{\alpha}(k-1) = T^{-1}(k-1)\hat{\alpha}(k-1) \quad (7)$$

另有 $R(k)$ 的原式可写为:

$$R(k) = \lambda t^T(k-1)W(k-1)\hat{\alpha}(k-1) + t_k \hat{\alpha}(t_k) \quad (8)$$

将式 (7) 代入式 (8), 可得:

$$R(k) = \lambda T^{-1}(k-1)\hat{\alpha}(k-1) + t_k \hat{\alpha}(t_k) \quad (9)$$

再由 $T(k)$ 的原式得:

$$\begin{aligned} T(k) &= [\lambda t^T(k-1)W(k-1)t(k-1) + t_k t_k^T]^{-1} \\ &= [\lambda T^{-1}(k-1) + t_k t_k^T]^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

整理上式可得:

$$T^{-1}(k-1) = \frac{1}{\lambda} [T^{-1}(k) - t_k t_k^T] \quad (11)$$

将式 (9) 和式 (11) 代入式 (5), 整理得:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}(k) &= \hat{\alpha}(k-1) + T(k)t_k [\hat{\alpha}(t_k) - t_k^T \hat{\alpha}(k-1)] \\ &= \hat{\alpha}(k-1) + T(k)t_k e(k|k-1) \end{aligned} \quad (12)$$

式中, $e(k|k-1) = \hat{\alpha}(t_k) - t_k^T \hat{\alpha}(k-1)$ 为一步预测误差。式 (12) 为 RFFLS 算法关系式, 可以看出新的估

计 $\hat{\alpha}(k)$ 是由 $k-1$ 次估计 $\hat{\alpha}(k-1)$ 和根据新的数据 $\hat{\alpha}(t_k)$ 对 $\hat{\alpha}(k-1)$ 进行修正而得到的。

为了进一步简化式 (10) 中求逆的运算, 需引入矩阵求逆定理:

若有 $P_2^{-1} = P_1^{-1} + HR^{-1}H^T$, 则

$$P_2 = P_1 - P_1 H (H^T P_1 H + R)^{-1} H^T P_1 \quad (13)$$

利用矩阵求逆定理, 可将式 (10) 写为:

$$\begin{aligned} T(k) &= \frac{1}{\lambda} \{ T(k-1) - T(k-1)t_k [\lambda + t_k^T T(k-1)t_k]^{-1} t_k^T T(k-1) \} \\ &= \frac{1}{\lambda} \left\{ T(k-1) - \frac{T(k-1)t_k t_k^T T(k-1)}{\lambda + t_k^T T(k-1)t_k} \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

3. 基于 RFFLS 算法的 GPS 卫星钟差预报实现步骤

根据以上推导, 下面给出 RFFLS 算法在 GPS 卫星钟差预报中的具体实现步骤:

1) 采用最小二乘法, 利用 n 个数据 ($n \geq 3$) 拟合得到参数估计值 $\hat{\alpha}(n)$ 。本文中利用的是所选卫星的 15min 间隔的 IGS 精密钟差数据, 全天共 96 个数据;

2) 利用 $T(n) = [t^T(n)W(n)t(n)]^{-1}$, 获得 $T(n)$;

3) 选用合适的遗忘因子 λ , 根据以下迭代计算, 求得 t_k 时刻参数估计值 $\hat{\alpha}(k)$:

$$T(k) = \frac{1}{\lambda} \left\{ T(k-1) - \frac{T(k-1)t_k t_k^T T(k-1)}{\lambda + t_k^T T(k-1)t_k} \right\},$$

$$\hat{\alpha}(k) = \hat{\alpha}(k-1) + T(k)t_k [\hat{\alpha}(t_k) - t_k^T \hat{\alpha}(k-1)],$$

$k = n+1, n+2, \dots, n+N$ 。

4) 预测 t_k 时刻的钟差 $\hat{\alpha}(t_k)$, 即 $\hat{\alpha}(t_k) = t_k^T \hat{\alpha}(k)$ 。

4. 算例分析

为了验证该模型的可行性和可靠性, 以 2007 年 8 月 27 日即 GPSweek1442 周第 2 天的 IGS 精密星历中 15min 间隔的精密卫星钟差为例, 对算例中选取的 6 颗钟差变化比较典型的卫星, 即 PRN02、PRN09、PRN17 号铯钟卫星和 PRN14、PRN21、PRN31 号铷钟卫星, 使用 RFFLS 算法模型 (选取遗忘因子 $\lambda = 0.9$), 利用一天 24 小时共 96 个钟差数据作为原始数据进行 RFFLS 模型建模, 预报第 1 天 (8 月 28 日) 的 24 小时, 第 2 天 (8 月 29 日) 的 24 小时和第 12 天 (9 月 8 日) 的 24 小时三个时段的钟差值, 并将预报结果与 IGS 精密钟差进行比较。图中 RLS 表示递推遗忘因子最小二乘模型。

Table 1. The status of GPS satellite clock

表 1 所选 GPS 卫星钟情况

	PRN02	PRN14	PRN17	PRN31	PRN09	PRN21
变化趋势	递增	递增	递减	递减	不规则	不规则
钟类型	铯钟	铷钟	铯钟	铷钟	铯钟	铷钟

根据卫星钟差变化呈递增、递减和不规则波动变化等情形，分为三组进行讨论：① 第一组数据为 PRN02 和 PRN14，计算结果见图 1 和表 2；② 第二组数据为 PRN17 和 PRN31，比较结果见图 2 和表 2。③ 第三组数据为 PRN09 和 PRN21，比较结果见图 3 和表 2。

4.1 第一组数据

使用 RFFLS 模型对 PRN02 和 PRN14 进行卫星钟差预报，并对预报精度进行比较。将 PRN02 和 PRN14 的预报值与 IGS 提供的对应时间内的真值比较，差值的预报统计结果如图 1 和表 2 所示，其中图 1(a)是 PRN02 三个时段的预报差值，图 1(b)是 PRN14 三个时段的预报差值。

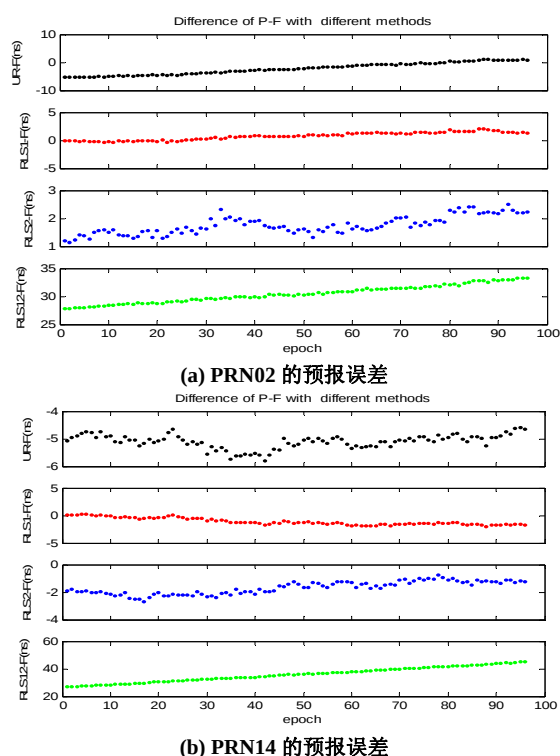


Figure 1. Prediction error of satellite clock bias of PRN02 and PRN14
图 1. PRN02 和 PRN14 卫星的预报误差

由图 1 和表 2 可知，RFFLS 算法对 PRN02 和 PRN14 的预报精度与“二次多项式+周期项”模型^[16]相当，比二次多项式模型稳定。三个预报时段内，对两颗卫星的预报效果都比较稳定，PRN02 的预报精度稍高于 PRN14。

4.2 第二组数据

使用 RFFLS 模型对 PRN17 和 PRN31 进行卫星钟差预报，并对预报精度进行比较。将 PRN17 和 PRN31 的预报值与 IGS 提供的对应时间内的真值比较，差值

的预报统计结果如图 2 和表 2 所示，其中图 2(a)是 PRN17 三个时段的预报差值，图 2(b)是 PRN31 三个时段的预报差值。

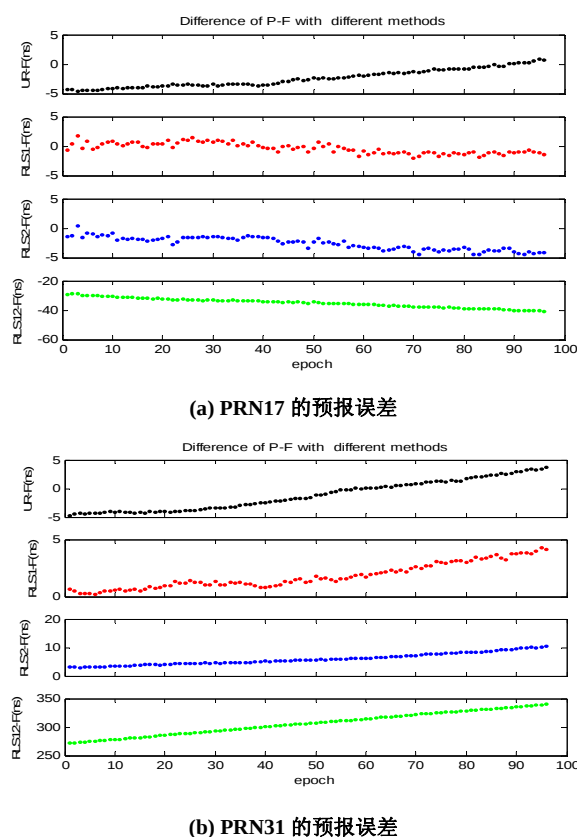


Figure 2. Prediction error of satellite clock bias of PRN17 and PRN31
图 2. PRN17 和 PRN31 卫星的预报误差

从图表中比较 PRN17 和 PRN31 预报精度可以得到，PRN17 的预报效果优于 PRN31。从对两卫星三个时段的整体预报结果来看，RFFLS 算法的预报精度与二次多项式+周期项模型^[16]的预报精度相近，但对 PRN31 第三个时段的钟差预报中，出现了较大的误差累积。

4.3 第三组数据

使用 RFFLS 模型对 PRN09 和 PRN21 进行卫星钟差预报，并对预报精度进行比较。将 PRN09 和 PRN21 的预报值与 IGS 提供的对应时间内的真值比较，差值的预报统计结果如图 3 和表 2 所示，其中图 3(a)是 PRN09 三个时段的预报差值，图 3(b)是 PRN21 三个时段的预报差值。

根据图 3 和表 2 可以看出，与二次多项式+周期项模型^[16]类似，RFFLS 算法对变化不稳定的卫星钟差的预报精度不理想。对于 PRN09 和 PRN21 的预报，预报偏差很大，误差累积效应明显。

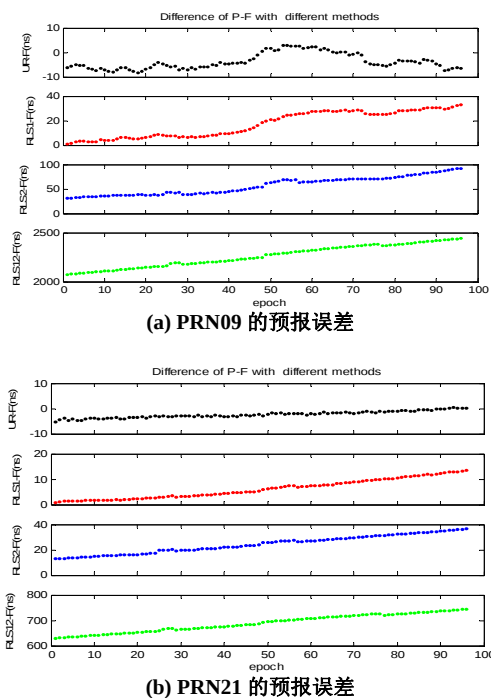


Figure 3. Prediction error of satellite clock bias of PRN09 and PRN21

图 3. PRN17 和 PRN31 卫星的预报误差

Table 2. Max., aver. and mean square error on the absolute value of prediction error

表 2. 预报误差绝对值的最大值、平均值和均方根/ns ($\lambda = 0.9$)

钟类型	卫星编号	预报时间	最大值	平均值	标准差
铯钟	PRN 02	第 1 天	2.020	0.831	0.570
		第 2 天	2.495	1.752	0.323
		第 12 天	33.307	30.414	1.540
	PRN 17	第 1 天	2.091	0.820	0.495
		第 2 天	4.544	2.604	1.073
		第 12 天	40.791	35.092	2.165
铷钟	PRN 09	第 1 天	32.960	17.165	10.580
		第 2 天	91.650	56.720	18.037
		第 12 天	2442.418	2261.047	111.715
	PRN 14	第 1 天	2.027	1.122	0.587
		第 2 天	2.677	1.683	0.461
		第 12 天	44.553	36.209	2.741
	PRN 31	第 1 天	4.248	1.787	1.108
		第 2 天	10.351	5.948	2.048
		第 12 天	339.729	306.039	19.014
	PRN 21	第 1 天	13.420	6.152	3.768
		第 2 天	36.492	24.304	7.023
		第 12 天	743.981	688.856	34.509

为了简单比较选取不同遗忘因子的递推最小二乘算法对卫星钟差预报结果的影响, 同样以上述算例中选取的 6 颗卫星的钟差数据为例, 分别使用遗忘因子 $\lambda = 0.7$ 和 $\lambda = 1.0$ 的 RFFLS 模型, 对卫星钟差进行三个时段的预报并比较分析, 具体预报结果见表 3 和表 4, 其中表 3 是选取遗忘因子 $\lambda = 0.7$ 的预报结果, 表 4 是选取遗忘因子 $\lambda = 1.0$ 的预报结果。

Table 3. Maxi., aver. and mean square error on the absolute value of prediction error

表 3. 预报误差绝对值的最大值、平均值和均方根/ns ($\lambda = 0.7$)

钟类型	卫星编号	预报时间	最大值	平均值	标准差
铯钟	PRN 02	第 1 天	2.203	0.906	0.622
		第 2 天	2.922	1.910	0.352
		第 12 天	36.334	33.179	1.691
	PRN 17	第 1 天	2.218	0.866	0.522
		第 2 天	4.893	2.804	1.155
		第 12 天	77.226	71.010	3.453
铷钟	PRN 09	第 1 天	36.622	19.072	11.755
		第 2 天	107.192	66.108	20.396
		第 12 天	3289.452	3035.094	145.892
	PRN 14	第 1 天	2.702	1.222	0.658
		第 2 天	3.623	1.788	0.861
		第 12 天	85.878	52.681	3.865
	PRN 31	第 1 天	4.862	1.924	1.701
		第 2 天	12.939	7.435	2.560
		第 12 天	549.66	507.549	25.017
	PRN 21	第 1 天	15.695	7.041	4.499
		第 2 天	42.680	28.459	7.911
		第 12 天	994.436	824.651	45.072

Table 4. Max., ave. and mean square error on the absolute value of prediction error

表 4. 预报误差绝对值的最大值、平均值和均方根/ns ($\lambda = 1.0$)

钟类型	卫星编号	预报时间	最大值	平均值	标准差
铯钟	PRN 02	第 1 天	2.029	0.839	0.589
		第 2 天	2.593	1.796	0.329
		第 12 天	33.369	31.478	1.597
	PRN 17	第 1 天	2.096	0.834	0.504
		第 2 天	4.456	2.643	1.117
		第 12 天	64.355	59.175	2.877
铷钟	PRN 09	第 1 天	33.869	18.663	11.037
		第 2 天	99.930	61.459	19.742
		第 12 天	2758.125	2474.760	129.312
	PRN 14	第 1 天	2.027	1.122	0.587
		第 2 天	2.677	1.683	0.461
		第 12 天	65.059	45.788	3.268
	PRN 31	第 1 天	4.734	1.917	1.380
		第 2 天	11.370	6.987	2.098
		第 12 天	466.089	419.380	21.732
	PRN 21	第 1 天	13.992	6.866	4.218
		第 2 天	38.655	24.940	7.277
		第 12 天	809.911	751.883	39.372

从表 2、表 3 和表 4 可以看出, 比较分析选用 $\lambda = 0.7$ 、 $\lambda = 0.9$ 和 $\lambda = 1.0$ 三种不同遗忘因子所得的预报结果可知, 使用遗忘因子 $\lambda = 0.9$ 的预报效果最好, 而选用遗忘因子 $\lambda = 0.7$ 的递推最小二乘模型的预报精度最差, 这说明在选取遗忘因子时, 取值不能太小, 因为遗忘因子越小, 遗忘速度越快, 就越容易在预报中产生偏差。但是选 $\lambda = 1.0$, 则所有数据一并参数解算, 即为传统最小二乘模型。

通过以上对不同遗忘因子的递推最小二乘预报结果的比较,为了更好的统计分析 RFFLS 模型对不同卫星钟的卫星钟差的预报精度,本文以 $\lambda=0.9$ 为基础,对 2007 年 9 月至 2008 年 12 月期间选取的 1446 周、1454 周、1464 周、1475 周、1487 周、1499 周、1508 周共 49 天中的每一天所有可用卫星的钟差进行预报,并按照载有的原子钟类型分为铯钟和铷钟两类进行预报误差统计,最后所得预报统计结果见表 5。

Table 5. Max., aver. and mean square error on the absolute value of prediction error
表 5. 预报误差绝对值的最大值、平均值和均方根/ns

预报模型	钟类型	预报时间	最大值	平均值	标准差
RFFLS 模型	铯钟	第 1 天	42.426	5.886	4.897
		第 2 天	131.119	23.545	9.020
		第 12 天	2810.520	756.550	43.046
	铷钟	第 1 天	47.870	5.370	4.500
		第 2 天	134.103	19.184	8.494
		第 12 天	3023.242	654.652	42.379

从表 5 的统计结果可以看出, RFFLS 预报模型也出现了类似二次多项式模型的误差累积效应,但预报效果优于二次多项式模型。从总体来看, RFFLS 模型预报对于铯钟和铷钟的预报精度相当。

5 结论

根据 GPS 卫星钟差的特点,针对线性模型、二次多项式模型、灰色模型和传统最小二乘法的局限性,提出了基于 RFFLS 的 GPS 卫星钟差预报,推导了模型算法,给出了基于该模型的卫星钟差预报实现步骤,讨论了遗忘因子的选取,以 GPSweek1442 周第 2 天的 IGS 精密星历中 15min 间隔的精密卫星钟差为例,对该模型进行分析。从算例分析来看,模型的预报效果与“二次多项式+周期项”模型相当,也容易出现类似二次多项式模型的误差累积效应,但预报效果优于二次多项式模型。从大量数据统计来看, RFFLS 模型对于两种卫星钟类型的预报精度,铷钟与铯钟预报精度相当。

References (参考文献)

- [1] Ji Shanbiao, ZHU Wenyao, XIONG Yongqing, the improvement and application of precise GPS satellite clock bias [J], Journal of space science, 2001, 21(1): 42-48.
- [2] 季善标, 朱文耀, 熊永清, 精密 GPS 卫星钟差的改正和应用 [J], 空间科学学报, 2001, 21(1): 42-48.
Zuoya ZHENG, Yongqi CHEN, Primary Analysis of GPS Satellite Clock Bias Prediction with Observations from IGS Ultra-rapid Products[J], FIG 2007 Hong Kong, 2007.5. 7-12.
- [3] ZHENG Zuoya, DANG Yamin, LU Xiushan, *et al*, Study on GPS Satellite Clock Bias Prediction with IGS Ultra-rapid Products [J]. Surveying and Mapping sciences, 2010, 39(2).

- 郑作亚, 党亚民, 卢秀山等, 基于 IGS 超快速星历预报卫星钟差及其精度分析[J], 测绘科学, 2010, 39(2).
- [4] Wu Chen, Congwei Hu, Zhihua Li, Yongqi Chen, Xiaoli Ding, Shan Gao and Shengyue Ji. Kinematic GPS Precise Point Positioning for Sea Level Monitoring with GPS Buoy [J], Journal of Global Positioning Systems, 2004, 3(2): 302-307.
- [5] HUANG Guanwen, ZHANG Qin, XU Guochang, Study on satellite clock bias accuracy analysis of IGS precise ephemeris based on frequency spectrum analysis [J], Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008, 33(5): 496-499.
黄观文, 张勤, 许国昌等, 基于频谱分析的 IGS 精密星历卫星钟差精度分析研究[J], 武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(5): 496-499.
- [6] ZHENG Zuoya, LU Xiushan, comparison and accuracy analysis of different GPS satellite clock bias prediction models [J], Journal of Shandong University of Science and Technology, 2008, 27(4): 6-11.
郑作亚, 卢秀山, 几种 GPS 卫星钟差预报方法比较及精度分析[J], 山东科技大学学报(自然科学版), 2008, 27(4): 6-11.
- [7] CUI Xianqiang, JIAO Wenhai, Grey systematic model and its application for satellite clock bias prediction, Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2005, 30(5): 447-450.
崔先强, 焦文海, 灰色系统模型在卫星钟差预报中的应用[J], 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(5): 447-450.
- [8] LU Xiaofeng, JIA Xiaolin, CUI Xianqiang, The optimization method of gray system theory for the satellite clock error short-term predicting [J], Surveying and mapping engineering, 2006, 15(6): 12-14.
路晓峰, 贾小林, 崔先强, 灰色系统理论的优化方法及其在卫星钟差短期预报中的应用[J], 测绘工程, 2006, 15(6): 12-14.
- [9] ZHU Lingfeng, HAN Chunhao, LI Chao, Study on Performance of Gray System Model for the Satellite Clock Error Secular Prediction [J], Astronomical Research & Technology, 2007, 4(3): 226-230.
朱陵凤, 韩春好, 李超, 灰色模型用于卫星钟差长期预报的性能研究[J], 天文研究与技术, 2007, 4(3): 226-230.
- [10] ZHENG Zuoya, CHEN Yongqi, LU Xiushan, the improved grey model and its application in real-time GPS satellite clock bias prediction, Acta Astronomica Sinica, 2008, 49(3): 306-320.
郑作亚, 陈永奇, 卢秀山, 灰色模型修正及其在实时 GPS 卫星钟差预报中的应用研究[J], 天文学报, 2008, 49(3): 306-320.
- [11] ZHENG Zuoya, CHEN Yongqi, LU Xiushan. An Improved Grey Model and its Application Research on the Prediction of Real-time GPS Satellite Clock Errors[J], Chinese Astronomy and Astrophysics, 2009, 33(1).
- [12] ZHU Lingfeng WU Xiaoping, LI Chao *et al*, Vice Analysis of Gray System Model for the Satellite Clock Error Predicting, Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2007, 27(4): 42-44.
朱陵凤, 吴晓平, 李超等, 灰色模型在卫星钟差预报中的缺陷分析[J], 宇航计测技术, 2007, 27(4): 42-44.
- [13] YUAN Dailin, ZHU Yunmin, MA Hong, Application of the Extended Forgetting Factor Recursive Least Squares Estimator to GPS [J], Journal of Sichuan University, 2002, 39(4).
袁代林, 朱允民, 马洪, 推广的遗忘因子递推最小二乘算法在 GPS 中的应用[J], 四川大学学报(自然版), 2002, 39(4).
- [14] SONG Cheng, WANG Feixue, ZHUANG Zaowen, Study on GPS receiver clock bias prediction based on the Regression Forgetting Factor Least Squares Raw, Surveying and mapping sciences[J], 2008, 33: 41-43.
宋成, 王飞雪, 庄钊文, 基于遗忘因子最小二乘的 GPS 接收机钟差预测算法研究[J], 测绘科学, 2008, 33: 41-43.
- [15] IGS Center Bureau website: <http://igsceb.jpl.nasa.gov/>.
- [16] WANG Zhixian, Optimization Estimation Theory and System Identification [M], Xi'an: Xi'an Technological University publishing house, 2004: 225-236
王志贤, 最优状态估计与系统辨识[M], 西安: 西安工业大学出版社, 2004: 225-236.