

Bridge Structural Health Monitoring Using GPS Non-Ambiguity DD Method

LIU Zhiping¹, HE Xiufeng², REN Yinghua¹

¹School of Environment Science and Spatial Informatics, China University of Mining and Technology, Xuzhou, China, 221116;

²Institute of Satellite Navigation & Spatial Information System, Hohai University, Nanjing, China, 210098

e-mail: zhpliu@cumt.edu.cn; zhpnlui@gmail.com; xfhe@hhu.edu.cn

Abstract: The shortcomings of both the single-epoch Method and the similar single-difference approach for GPS deformation monitoring is analyzed in this paper, and then the non-ambiguity double-difference (DD) method, which uses two epoch carrier phase observations tracking continuously in triple-difference mode, is proposed for estimating 3D deformation in dynamic monitoring. The non-ambiguity DD method is characterized by non-ambiguity, the lower accuracy requirements for known data, and without requirement for the upper limit of dynamic deformation. Thus, it has the advantages of the two methods mentioned above. Finally, structural health monitoring experiments of the third bridge of Nanjing Yangtze river are implemented to test the rationality and viability of the developed method. It is shown that the natural frequency of the first order vertical bend of the third bridge and its corresponding signal are correctly obtained by empirical mode decomposition (EMD) and Fourier spectrum analysis based on the dynamic deformation series derived from the proposed method.

Keywords: GPS; bridge; health monitoring; non-ambiguity DD method; EMD

GPS 无模糊度双差法在桥梁健康监测中的应用

刘志平¹, 何秀凤², 任迎华¹

¹中国矿业大学 环境与测绘学院, 中国徐州 221116

²河海大学 卫星及空间信息应用研究所, 中国南京 210098

e-mail: zhpliu@cumt.edu.cn; zhpnlui@gmail.com; xfhe@hhu.edu.cn

摘 要: 针对单历元和似单差两种 GPS 监测方法存在的不足, 提出了适于高耸和大跨度结构健康监测的 GPS 无模糊度双差法。该方法利用两个连续跟踪历元形成的三差相位观测值建立无模糊度双差模型, 对实际动态变形无上限要求, 且伪距单点定位和单频载波相对定位即可满足应用所建模型求解高精度动态变形的初始值精度要求。将无模糊度双差法应用于南京长江三桥监测数据处理, 计算结果表明, 基于该方法得到的动态变形序列准确地提取了三桥主梁一阶竖弯处的固有频率 0.25Hz 及其响应信号, 验证了所提模型与方法的正确性和有效性。

关键词: GPS; 桥梁; 健康监测; 无模糊度双差法; 经验模式分解

1 引言

GPS测量技术以其速度快、全天候、自动化程度高等优点, 已广泛应用于边坡、露天矿、大坝以及地面沉降等各类变形监测^{[1][4]}。近年来, GPS一机多天线技术得到了深入应用并取得了良好的社会效益^{[5][6]}, 为边坡、大坝及地壳运动等大范围精密变形监测开辟了一种新思路。常规高精度GPS变形监测一般采用载波相对定位方式, 这就引入了双差模糊度搜索尤其是周跳探测与修复的棘手问题。为了解决这些问题, 陈永奇等^[7]提出了GPS双频单历元模糊度快速固定方

法。之后, Han SW、Wang ZJ、熊永良、李征航等学者针对不同监测对象特点研究了相应的改进模型和方法^{[8][11]}。但单历元及其改进方法对初始值精度、监测环境和接收机硬件的要求较高。为此, 余学祥等^[12]提出了利用单频 模糊度可靠性较低^[13]。此外, 以上提及研究方法均要求利用较为精确的初始值确定整周模糊度, 为快速正确固定该模糊度需不断更新初始值且要求监测对象的实际变形范围较小, 从而难于适合桥梁、高楼以及工业烟囱等高耸和大跨度工程结构物的健康监测。

针对上述问题, 本文提出了适合于高耸和大跨

度结构健康监测的 GPS 无模糊度双差法。该方法基于初始值条件采用两个连续跟踪历元的载波观测值形成的三差相位观测值进行建模提取变形信息,所建模型的设计矩阵较常规双差模型仅少了模糊度参数的系数矩阵,因而称为无模糊度双差模型,相应的数据处理方法称为无模糊度双差法。文中对所提方法从函数模型、随机模型以及数学模型适用性分析三方面进行了详细阐述,其特点是三差相位观测值不存在模糊度参数,大气误差削弱更为彻底,基准点和基线向量分别采用伪距单点定位和单频载波相对定位即可满足高精度 GPS 无模糊度双差法的初始值精度要求,并根据动态监测特点可实时地估计三维变形。此外,在无模糊度双差模型中发生周跳的历元会影响其相邻历元动态变形的正确求解,但在实际应用中一般可通过时-频域转换分离周跳对变形监测信号的影响。采用 GPS 无模糊度双差法对南京长江三桥进行监测试验研究,计算结果显示,基于该方法求解的动态变形序列结合傅立叶频谱分析和经验模式分解(EMD)准确地提取了三桥主梁一阶竖弯处的固有频率 0.25Hz 及其响应信号,表明新方法准确反映了三桥中心主梁结构健康状况,满足高耸和大型工程结构健康监测的需要。

2 动态变形监测的无模糊度双差法

2.1 无模糊度双差函数模型

在 Figure 1 所示的 GPS 双历元动态变形监测中, T_1 为基准点, T_2, T_2' 分别为监测点初始位置与历元 t_i, t_{i+1} 变形后的位置,且测点 T_1 初始坐标和基线向量 b 已知, d 为历元 t_i, t_{i+1} 的变形向量, δd 为历元 t_{i+1} 相对历元 t_i 发生的动态变形, s^j, s^k 为基-测站共视卫星。

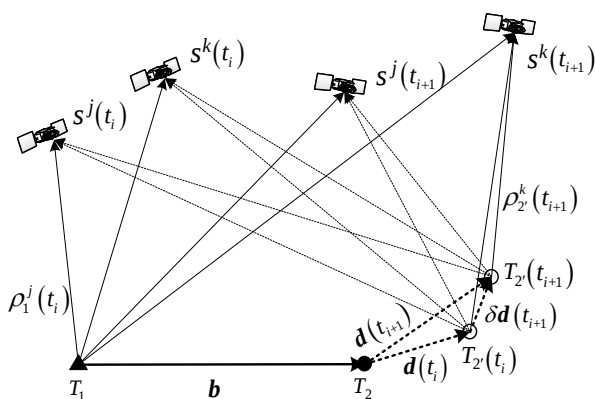


Figure 1. Bi-epoch GPS dynamic deformation monitoring
图 1. GPS 双历元动态变形监测示意图

若设 s^j 为参考卫星,记载波波长为 λ 、双差相位观测值为 $\varphi_{12'}^{jk}$ 、双差整周模糊度为 $N_{12'}^{jk}$,则由 Figure 1

已知和观测条件可得双差距离 $\rho_{22'}^{jk}(t_i)$ 的测量值为

$$\rho_{22'}^{jk}(t_i) = \lambda \cdot [\varphi_{12'}^{jk}(t_i) + N_{12'}^{jk}(t_i)] - \rho_{12}^{jk}(t_i) \quad (1)$$

从 Figure 1 可以看出,对历元 t_i 卫星 s^j 和测站 T_2' 之间的距离 $\rho_2^j(t_i)$ 在 T_2 处进行泰勒展开,取至一次项可得

$$\rho_2^j(t_i) - \rho_2^j(t_i) = -[l_2^j(t_i) \quad m_2^j(t_i) \quad n_2^j(t_i)] \cdot d(t_i) \quad (2)$$

式中, (l_2^j, m_2^j, n_2^j) 表示站星方向余弦。

考虑卫星 s^k 和测站 T_2' 于历元 t_i 形成的距离 $\rho_2^k(t_i)$, 同理可得

$$\rho_2^k(t_i) - \rho_2^k(t_i) = -[l_2^k(t_i) \quad m_2^k(t_i) \quad n_2^k(t_i)] \cdot d(t_i) \quad (3)$$

将式(3)减去式(2)可得

$$\rho_{22'}^{jk}(t_i) = -[l_2^{jk}(t_i) \quad m_2^{jk}(t_i) \quad n_2^{jk}(t_i)] \cdot d(t_i) \quad (4)$$

式中, $*_2^{jk}(t_i) = *_2^k(t_i) - *_2^j(t_i)$, $* \in \{l, m, n\}$ 。

与式 (4)的推导类似,可得双差距离 $\rho_{22'}^{jk}(t_{i+1})$ 与变形向量 $d(t_{i+1})$ 之间关系式

$$\rho_{22'}^{jk}(t_{i+1}) = -[l_2^{jk}(t_{i+1}) \quad m_2^{jk}(t_{i+1}) \quad n_2^{jk}(t_{i+1})] \cdot d(t_{i+1}) \quad (5)$$

将式(5)减去式 (4), 并化为如下的函数关系式

$$\begin{aligned} \delta \rho_{22'}^{jk}(t_{i+1}) = & -[\delta l_2^{jk}(t_{i+1}) \quad \delta m_2^{jk}(t_{i+1}) \quad \delta n_2^{jk}(t_{i+1})] \cdot d(t_i) \\ & -[l_2^{jk}(t_{i+1}) \quad m_2^{jk}(t_{i+1}) \quad n_2^{jk}(t_{i+1})] \cdot \delta d(t_{i+1}) \end{aligned} \quad (6)$$

式中, δ 表示历元间差分算子, 即

$$\begin{cases} \delta \rho_{22'}^{jk}(t_{i+1}) = \rho_{22'}^{jk}(t_{i+1}) - \rho_{22'}^{jk}(t_i) \\ \delta *_2^{jk}(t_{i+1}) = *_2^{jk}(t_{i+1}) - *_2^{jk}(t_i) \\ \delta d(t_{i+1}) = d(t_{i+1}) - d(t_i) \end{cases}$$

历元 t_i, t_{i+1} 为连续跟踪即 $\delta N_{12'}^{jk}(t_{i+1}) = 0$, 此时顾及式(1)可得 $\delta \rho_{22'}^{jk}(t_{i+1})$ 的测量值为

$$\delta \rho_{22'}^{jk}(t_{i+1}) = \lambda \cdot \delta \varphi_{12'}^{jk}(t_{i+1}) - \delta \rho_{12}^{jk}(t_{i+1}) \quad (7)$$

若在某两连续跟踪历元,基准站 T_1 与监测站 T_2' 同步观测 n 颗卫星,并顾及式(6)右端第一项在动态变形监测应用中可忽略(详见 2.3 节),则基于式(6)~(7)可建立误差方程组如下

$$V(t_{i+1}) = B(t_{i+1}) \cdot \delta d(t_{i+1}) + L(t_{i+1}) \quad (8)$$

式中,

$$\begin{cases} V(t_{i+1}) = [V_1(t_{i+1}) \quad \cdots \quad V_{n-1}(t_{i+1})]^T \\ B(t_{i+1}) = \begin{bmatrix} l_2^{12}(t_{i+1}) & m_2^{12}(t_{i+1}) & n_2^{12}(t_{i+1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ l_2^{1n}(t_{i+1}) & m_2^{1n}(t_{i+1}) & n_2^{1n}(t_{i+1}) \end{bmatrix} \\ L(t_{i+1}) = [\delta \rho_{22'}^{12}(t_{i+1}) \quad \cdots \quad \delta \rho_{22'}^{1n}(t_{i+1})]^T \end{cases}$$

由函数模型(8)可知,该模型采用两个连续跟踪历

元的单频相位观测值估计动态变形 δd ，其设计矩阵 B 与双差模型中位置参数的系数矩阵相同，即较双差模型仅少了模糊度参数的系数矩阵，因此本文称函数模型(8)为适于动态监测的GPS无模糊度双差模型，相应的数据处理方法称为GPS无模糊度双差法。考虑到应用中常采用两个基准站，此时可将无模糊度双差模型扩展至双基准-无模糊度双差模型。

2.2 无模糊度双差随机模型

大量的实践和理论研究表明，基于卫星高度角的正弦函数定权方案可较好地表示GPS观测值的先验方差^[14]。若某观测历元 t_i 同步观测卫星数为 n ，本文将基准站 T_1 、测站 T_2 至各卫星的非差相位观测值先验方差定义为

$$D_{12'}(t_i) = \text{diag} \left\{ a^2 + b^2 \left(\frac{1}{\sin^2 E_1^1}, \frac{1}{\sin^2 E_2^1}, \dots, \frac{1}{\sin^2 E_1^n}, \frac{1}{\sin^2 E_2^n} \right) \right\}_{t_i} \quad (9)$$

式中，一般取 $a = 3\text{mm}$, $b = 5\text{mm}$ 。

设不同卫星、测站之间的相位观测值不相关，则利用误差传播定律可得某观测历元 t_i 双差相位观测值的方差协方差矩阵为 (s^1 为参考卫星)

$$\begin{cases} D_{\lambda\phi_{12'}}(t_i) = F \cdot D_{12'}(t_i) F^T \\ F = [1_{n-1} \quad -I_{n-1}] \otimes [1 \quad -1] \end{cases} \quad (10)$$

式中， $\otimes$ 为 Kronecker 积， 1_{n-1} 表示 $n-1$ 维元素均为 1 的列向量， I_{n-1} 为 $n-1$ 阶单位矩阵。

进一步假设历元间的双差相位观测值不相关，则基于(10)可得无模糊度双差随机模型

$$D_L(t_{i+1}) = D_{\lambda\phi_{12'}}(t_i) + D_{\lambda\phi_{12'}}(t_{i+1}) \quad (11)$$

对双基准监测情况，由式(9)~式(11)不难得出双基准-无模糊度双差随机模型。

2.3 无模糊度双差法适用性分析

2.3.1 对初始值精度的要求

分析式(7)可知，已知基准点和基线向量的误差对 $\delta\rho_{22'}^{jk}$ 的影响为

$$\begin{aligned} \sigma_L = & - \left[\delta l_2^{jk} - \delta l_1^{jk} \quad \delta m_2^{jk} - \delta m_1^{jk} \quad \delta n_2^{jk} - \delta n_1^{jk} \right] \cdot m_{x_i} \\ & - \left[\delta l_2^{jk} \quad \delta m_2^{jk} \quad \delta n_2^{jk} \right] \cdot m_b \end{aligned} \quad (12)$$

式中， m_{x_i} 表示基准点误差， m_b 表示基线向量误差。

由式(12)可知，若要使得基准点和基线向量误差对 $\delta\rho_{22'}^{jk}$ 的影响可以忽略不计，只须式(12)第一项和第二项产生的误差影响均不超过 0.01 周载波波长的观测

噪声，即有

$$\begin{cases} \|m_{x_i}\|_2 \leq \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-2} \lambda \cdot \tilde{\rho}^2}{8\tilde{R} \cdot \sin[0.5\tilde{\omega}(t_{i+1} - t_i)] \cdot \|b\|_2} \\ \|m_b\|_2 \leq \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-2} \lambda \cdot \tilde{\rho}}{4\tilde{R} \cdot \sin[0.5\tilde{\omega}(t_{i+1} - t_i)]} \end{cases} \quad (13)$$

式中， $\tilde{\rho}$, $\tilde{R}$ 分别为卫星至测站与卫星至地心的平均距离， $\tilde{\omega}$ 为卫星的平均角速度。对于 GPS 卫星，一般取 $\tilde{\rho} = 20000\text{km}$, $\tilde{R} = 26000\text{km}$, $\tilde{\omega} = 1.46 \times 10^{-4} \text{rad/s}$ 。

由式(13)可得，初始值的精度要求与两个连续跟踪历元的时间间隔有关，且时间间隔越短精度要求越低。取时间间隔为 150s，当基线长度不超过 10km，则根据式(13)基准点误差约不大于 300λ ，基线误差约不大于 0.3λ 。因此，基准点和基线向量分别采用伪距单点定位和单频载波相对定位即可满足高精度GPS无模糊度双差法的初始值精度要求。

2.3.2 对双历元时间间隔的要求

根据式(6)和模型(8)，在动态监测条件下忽略参数 d ，则动态变形监测的无模糊度双差模型误差为

$$\sigma_M(\delta\hat{d}) = -(\delta l_2^{jk} \quad \delta m_2^{jk} \quad \delta n_2^{jk}) \cdot d \quad (14)$$

由式(13)~(14)可得，无模糊度双差法的函数模型误差有如下关系成立

$$\|\sigma_M(\delta\hat{d})\|_2 \leq \frac{4\tilde{R} \cdot \sin[0.5\tilde{\omega}(t_{i+1} - t_i)]}{\tilde{\rho}} \cdot \frac{\|d\|_2}{\sqrt{3}} \quad (15)$$

考虑在动态监测实践中 $\|d\|_2$ 一般不超过 dm 量级，分析式(15)可知，要求忽略模型误差 $\sigma_M(\delta\hat{d})$ ，只须动态监测情况下两连续跟踪历元的时间间隔(s)满足

$$0 < (t_{i+1} - t_i) \leq 5 \quad (16)$$

2.3.3 对共视卫星数的要求

在动态监测情况下仅考虑参数 δd ，综合函数模型(8)和随机模型(11)可得动态变形的最小二乘参数估计为

$$\delta\hat{d} = -(B^T D_L^{-1} B)^{-1} B^T D_L^{-1} L \quad (17)$$

由(17)可知，单频载波同步观测卫星 4 颗以上便可估计无模糊度双差模型参数，对于双基准-无模糊度双差模型，共视卫星数可降低为 3 颗。

2.3.4 相位观测值周跳影响分析

若某观测历元发生周跳，则由该历元及其相邻历元观测值形成的无模糊度双差模型的动态变形参数求解显然受到影响，因此必须进行周跳探测与修复才能正确求解动态变形。若在不考虑周跳探测与修复的情况下获得整个连续监测时段内的三维变形时间序列，则该序列在频率域上表现为周跳发生的频率特征与振

动监测信号频率特征的叠加。但分析可知,振动信号的主频特性一般会贯穿整个时域,而周跳频率特性随环境变化不会固定不变地贯穿整个时域,这在原理和实际应用中均保证了振动信号与周跳信号频率特性的可分性。特别在桥梁、高楼以及工业烟囱等大跨度和高耸的工程结构健康监测中,由于对空观测视场开阔、GPS 信号信噪比高,非长时间连续周跳一般不会对利用动态变形序列提取结构物主频信息造成影响。

3 南京长江三桥监测结果与分析

大型桥梁是在工程测量中较为常见的工程结构健康监测对象。为验证 GPS 无模糊度双差法的正确性和有效性,将该方法应用于南京长江三桥结构健康监测试验研究。南京长江三桥全长约 15.6km,其中跨江大桥长 4744m,主桥跨径 648m。监测试验采用三台接收机,其中两台分别设在主桥南侧和桥中心布索区作为监测点,另一台设在南岸防洪堤坝带有强制归心装置的观测墩上作为基准点。数据采集于 2008 年 5 月 19 日 10 时三分三个时段进行,卫星截至高度角设为 10° ,各采样时段长度约为 2Hour,采样频率分别设置为 2Hz, 5Hz 和 10Hz。现采用无模糊度双差法对桥中心测点 5Hz 时段数据按 0.2s 时间间隔逐历元解算动态变形。Figure 2 中第一个子图(h com.)显示了高程方向的动态变形计算结果。

动态变形序列表示三桥在车辆负荷、风力效应等条件下的高程方向振动信号,其中也包含了GPS相位观测值各种误差影响。为分析该动态变形序列的频率特征,并从各种因素综合作用下的动态变形中识别三桥固有模态响应信号,利用经验模式分解(EMD)法^[15]对变形序列进行分解并进行Fourier频谱分析。Figure 2 第二至第五个子图表示振动信号的EMD分量, Figure 3 为对应Figure 2 中振动信号及其分量的Fourier频谱结果。

由Figure 3 第一个子图频谱结果可知,三桥中心点(主梁一阶竖弯)垂直变形序列的主频约为 0.25Hz,与有限元计算的固有频率 0.2453Hz^[16]基本一致,从而验证了GPS无模糊度双差法的正确性和有效性。进一步比较Figure 3 中EMD分量imf4 与h com分量的频谱结果可知,EMD提取的分量imf4 与无模糊度双差法动态变形监测信息的主频一致,表明Figure 2 中的EMD分量imf4即为南京三桥中心点结构固有模态的响应信号。同时表明,南京长江三桥中心主梁结构健康状况良好。此外,研究表明多路径效应周期一般在几十s至几十min之间,因此结合Figure 2 和Figure 3 可知EMD分解残余res.可能含有多路径信号。应指出的是,采用双频观测值或研究更加准确的随机模型和模型参

数估计方法提高动态变形求解的精度及可靠性,可期望识别监测信息中各误差影响因素的频率特性。

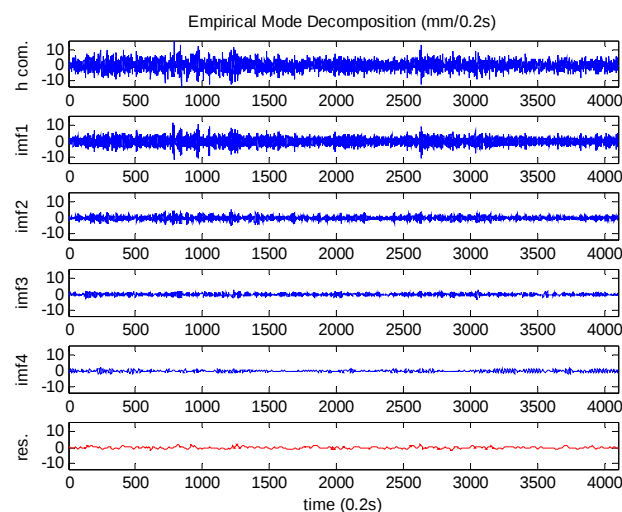


Figure 2. EMD components of vertical deformation velocities of the bridge center

图 2. 桥中心点垂直变形及其 EMD 分解

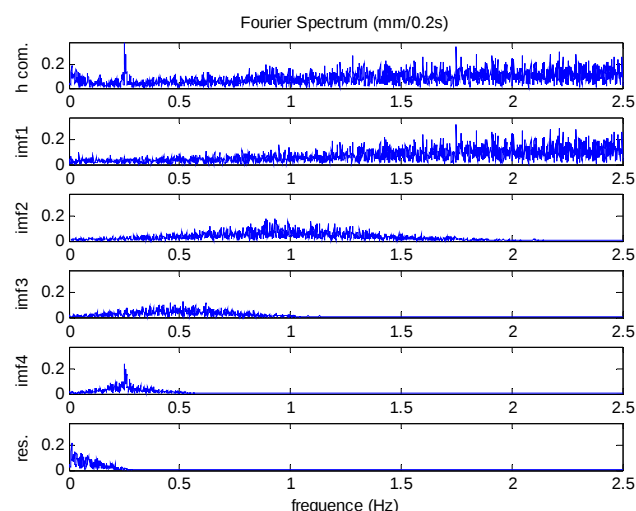


Figure 3. Fourier spectrum of vertical deformation velocities and EMD components

图 3. 垂直变形 EMD 分量对应的 Fourier 频谱

4 结论

利用 GPS 对高耸和大跨度的工程结构进行变形监测较传统方法具有许多优点,但目前见之文献的 GPS 单历元和似单差法在大型工程结构动态变形监测应用中还存在不足,鉴此本文提出了适用于动态变形监测的 GPS 无模糊度双差法。该方法具有不需解模糊度、初始值精度要求较低和对实际动态变形无上限要求的特点。利用南京长江三桥结构健康监测试验数据对所提出方法的正确性和有效性进行验证计算与分

析, 结果表明, 基于该方法得到的动态变形序列结合经验模式分解和频谱分析准确提取了三桥主梁一阶竖弯处的固有频率为 0.25Hz 及其响应信号, 反映了三桥中心主梁结构健康状况, 满足高耸和大型工程结构健康监测的需要。此外, 随着 GPS 现代化和 GALILEO 计划的完成, 采用双频、三频甚至多频载波相位观测或双基站可增加数据冗余度并顾及多路径效应等误差改正, 从而提高无模糊度双差法动态变形监测的精度及可靠性。

References (参考文献)

- [1] Rizzo, V. GPS monitoring and new data on slope movements in the Maratea Valley (Potenza, Basilicata), *Phys. Chem. Earth*, 2002, 27(36), 1535-1544.
- [2] Kim D, Langley RB, Bond J, Chrzanowski A. Local deformation monitoring using GPS in an open pit mine: initial study. *GPS Solutions*, 2003, 7(3): 176-185.
- [3] Kulkarni MN, Radhakrishnan, Rai D. GPS & Structural monitoring: deformation studies of Koyna dam. *GPS World*, 2004, 15(11): 14-19.
- [4] Abidin HZ *et al.* Studying land subsidence of Bandung Basin (Indonesia) using GPS survey technique. *Survey Review*. 2006, 38(299): 397-405.
- [5] He XF, Sang WG and Jia DZ. New Methods for Monitoring Deformations of Steep Slopes Using GPS, *SHUILI XUEBAO*, 2006, 37(6): 746-750 (in Chinese).
何秀凤, 桑文刚, 贾东振. 基于 GPS 的高边坡形变监测方法. *水利学报*, 2006, 37(6): 746-750.
- [6] He XF, Yang G, Ding XL, *et al.* Application and evaluation of a GPS multi-antenna system for dam deformation monitoring [J]. *Earth, Planets and Space*, 2004, 56(12): 1035-1039.
- [7] Chen YQ and Lutes J. Development of the methodology for single epoch GPS deformation monitoring [J], *Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping*, 1998, 23(4): 324-328 (in Chinese).
陈永奇, James Lutes. 单历元 GPS 变形监测数据处理方法的研究[J]. *武汉测绘科技大学学报*, 1998, 23(4): 324-328.
- [8] Han SW, Chris R. Single-Epoch Ambiguity Resolution for Real-Time GPS Attitude Determination with the Aid of One-Dimensional Optical Fiber Gyro. *GPS Solution*, 1999, 3(1): 5-12.
- [9] Wang ZJ, Rizos C, Lim S. Single epoch algorithm based on Tikhonov Regularization for deformation monitoring using single frequency GPS receivers. *Survey Review*. 2006, 38(302): 682-688.
- [10] Xiong YL, Huang DF, Zhang XZ. A reliable GPS single epoch processing algorithm with known deformation interval constraints [J]. *Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping*, 2001, 26(1): 51-56.(in Chinese).
熊永良, 黄丁发, 张献洲. 一种可靠的含约束条件的 GPS 变形监测单历元求解算法[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2001, 26(1): 51-57.
- [11] Li ZH, Zhang XH, Zhu ZQ. A New Model of High Accuracy Deformation Monitoring with GPS [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*. 2002, 31(3): 206-210.(in Chinese).
李征航, 张小红, 朱智勤. 利用 GPS 进行高精度变形监测的新模型[J]. *测绘学报*, 2002, 31(3): 206-210.
- [12] Yu XX, Xu SQ, Lu WC. The Research of Single Epoch Algorithm for the GPS Deformation Monitor Information [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*. 2002, 31(2): 123-127 (in Chinese).
余学祥, 徐绍铨, 吕伟才. GPS 变形监测信息的单历元解算方法研究[J]. *测绘学报*. 2002, 31(2): 123-127.
- [13] Hu CW, Liu DJ. Preliminary Analysis on Single Epoch GPS Ambiguity Resolution [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*. 2001, 33(3): 267-271. (in Chinese)
胡丛玮, 刘大杰. 单历元确定 GPS 整周模糊度的分析[J]. *南京航空航天大学学报*. 2001, 33(3): 267-271.
- [14] Gardan G P. A Comparison of Four Methods of Weighting Double-difference pseudo-range Measurements [J]. *Trans Tasman Surveyor*, Canberra, Australia, 1995, 1: 60-66.
- [15] Riling G, Flandrin P, Goncalves P. On Empirical Mode Decomposition and its algorithms [C]. *IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing*, Grado (I), June 9-11, 2003.
- [16] Zhu LD, Li C, Guo ZS. Modal Identification of Full Bridge Aeroelastic Model with Frequency-Domain Approach of Ambient Random Vibration [J]. *Structural Engineers*. 2005, 21(6): 38-42. in Chinese).
朱乐东, 李超, 郭震山. 环境随机振动频域法全桥气弹模型模态识别[J]. *结构工程师*. 2005, 21(6): 38-42.