

The Simulation of Ideal Sinusoid Texture Image and Analysis of Its Spectrum Characteristics

Yan Zhang¹, Xianguo Li²

¹ Department of Electronics & Information Engineering, Tianjin Institute of Urban Construction, Tianjin City, China, 300384

² School of Information & Communication Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin City, China, 300160

Email: yanzhang0910@163.com

Abstract: Take the Matlab simulation of ideal sinusoid texture image and analysis of its spectrum characteristics for example; basic principles and process of analyzing the texture image based on Fourier energy spectrum were described. The function named sin_texture was written for obtaining spatial domain texture image with ideal sinusoid distribution. And its spectrum characteristics were analyzed.

Keywords: ideal sinusoid texture image; spectrum characteristics; Fourier Transform

理想正弦纹理图像的仿真及其频谱特征分析

张 艳¹, 李现国²

¹ 天津城市建设学院, 电子与信息工程系, 天津, 中国, 300384

² 天津工业大学, 信息与通信工程学院, 天津, 中国, 300160

Email: yanzhang0910@163.com

摘 要: 以理想正弦分布的纹理图像的 Matlab 仿真和正弦纹理图像的频谱特征分析为例, 叙述了基于傅立叶能量谱的纹理图像分析的基本原理和基本过程。编写了 sin_texture 函数, 获得了具有理想正弦分布的空域纹理图像, 并对其频谱特征进行了分析。

关键词: 理想正弦纹理图像; 频谱特征; 傅立叶变换

1 引言

纹理是人类视觉系统对物体表面现象的一种感知, 它作为物体表面的一种基本属性广泛存在于自然界中, 是人们表述和区分不同物体的重要特征之一。纹理图像分析作为机器视觉系统的重要基础技术, 在图像目标识别、跟踪和图像内容理解方面起到越来越重要的作用^[1]。纹理分析包括纹理特征的提取以及在此基础上进行的纹理分类和纹理分割。所以对纹理进行分析首先要分析纹理的特征空间, 因而纹理特征的成功提取是纹理分析的关键。采用频谱分析方法可以提取出纹理基本特征, 如方向特征和周期特征, 其前提是假设纹理有不同的正弦波组成^[2]。本文以理想正弦分布的纹理图像的 Matlab 仿真和正弦纹理图像的频谱特征分析为例, 叙述基于傅立叶能量谱的纹理图像分析的基本原理和基本过程。

2 纹理图像频谱特征分析的原理

纹理图像的频谱可以通过离散傅立叶变换(Discrete Fourier Transform, DFT)得到。用 $f(x,y)$ 表示一幅空域纹

理图像, 用 $F(u,v)$ 表示该图像的频谱, 图像的大小为 $M \times N$, 则 $f(x,y)$ 和 $F(u,v)$ 之间可以通过 DFT 和 IDFT 来计算, 计算公式如下:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-2\pi j(\frac{xu}{M} + \frac{yv}{N})}$$
$$u = 0, 1, \dots, M-1; v = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{2\pi j(\frac{xu}{M} + \frac{yv}{N})}$$
$$x = 0, 1, \dots, M-1; y = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

其中能量谱可采用公式 (3) 来计算。

$$S(u, v) = |F(u, v)|^2 \quad (3)$$

基于傅立叶能量谱的纹理图像分析的前提是假设纹理有不同的正弦波组成。理想正弦分布^[3-5]的纹理图像是最为典型的纹理图像之一, 下面讨论理想正弦分布的纹理图像的仿真及其频谱特征分析。

3 理想正弦纹理图像的仿真

编写下面的sin_texture函数获得具有理想正弦分布的空域纹理图像，其中 A 为正弦纹理的幅值， $uf0$ 、 $vf0$ 分别为 x 轴（垂直方向）、 y 轴（水平方向）方向的模拟频率， M 、 N 分别为 x 轴、 y 轴的采样的点数， Tsu 、 Tsv 分别为 x 、 y 轴的采样间隔，为了便于观察和处理，取 $Tsu=1/M$ 、 $Tsv=1/N$ ，即 x 轴、 y 轴的采样频率分别为 M 和 N ，这样在空域中得到了 $0\sim1$ 范围的纹理图像（如考虑成时域抽样信号的话，相当于在 $0\sim1s$ 间的抽样）。

```
function [f,g]=sin_texture(A,uf0,vf0,M,N)
Tsu = 1/M;
Tsv = 1/N;
r = 0:M-1;
c = 0:N-1;
[C,R] = meshgrid(c,r);
g = A * sin(2*pi*uf0 * R * Tsu + 2*pi*vf0 * C * Tsv);
f = mat2gray(g);
figure
imshow(f)
```

程序中输出变量 g 返回的是实际的理想正弦函数的取值， f 返回的是 g 平移后的结果（取值限定在 $0\sim1$ 范围内）。

在Matlab软件中仿真得到的一组具有理想正弦分布的纹理图像（如图1所示）。

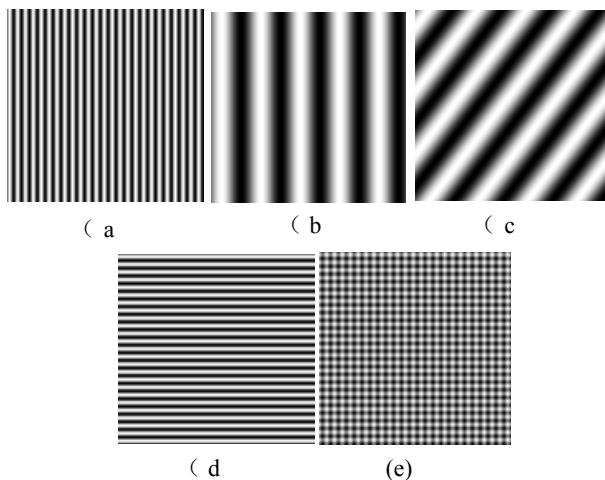


Figure 1. ideal sinusoid texture image

图 1. 理想正弦纹理图像

图1中各纹理的方向或周期是不同的。其中(a)和(b)中纹理呈竖直方向分布（即水平方向变化），(a)

的 y 轴方向的频率为25Hz，(b)的 y 轴频率为5Hz，即(b)图是周期为(a)图的5倍的竖直纹理，所以在整个图像范围内（相当于一秒内）(a)和(b)分别有25和5个周期，如图1中(a)、(b)所示。(c)图纹理是(b)图顺时针倾斜 36.5° 后的纹理，(d)为 x 轴频率为25Hz的水平方向分布的纹理，(e)是(a)和(d)的叠加。

4 理想正弦纹理图像频谱特征的分析

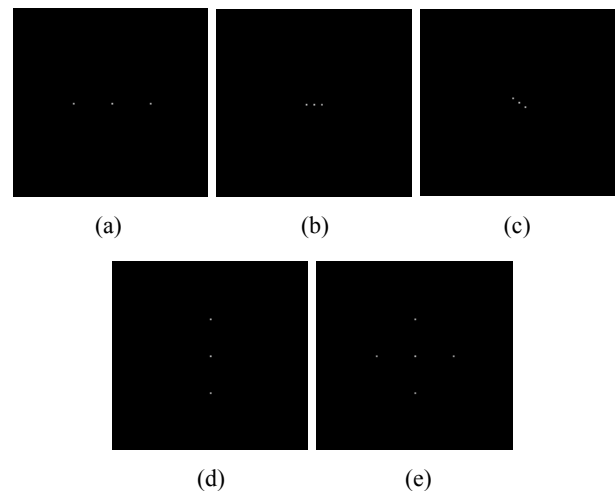


Figure 2. energy spectrum image of ideal sinusoid texture image

图 2 理想正弦纹理图像的频谱能量图

图2为对应的图1中各图的傅立叶频谱能量图（在Matlab中执行了FFT（快速傅立叶变换）后，使用了fftshift函数调整，以使频谱图像的原点从起始点（0，0），移到图像的中心点（ $M/2, N/2$ ））。从图中可以看出：竖直方向理想单一频率的正弦分布纹理的频谱能量集中在水平方向的三个点上，而水平方向单一频率的正弦分布纹理的频谱能量集中在竖直方向的三个点上；对于单一频率的理想正弦分布的纹理图像，其纹理方向和其频谱能量图的频点连线方向相垂直，如图1(c)纹理为图1(b)的纹理顺时针倾斜 36.5° ，其频谱能量图中频点也相应顺时针倾斜 36.5° ；垂直方向纹理和水平方向纹理的叠加图像的频谱能量图表现为水平和竖直方向的五个点上；纹理周期越小，对应的频点到频谱中心（中心点，即频率为0）的距离越大，如图1(a)纹理的频点（如图2(a)所示）到中心的距离为图1(b)纹理的五倍。

由傅立叶变换的性质可知，频谱中心点（即频率0）反映了整个图像的灰度平均值，纹理频谱特征主要通

过除中心点之外的频点来描述，而且频谱能量图是中心对称的，所以理想的单一频率的正弦纹理图像的频谱在空间中表现为中心对称的点。

利用DFT对连续信号进行频谱分析可得公式(4)：

$$X(k) = X(e^{j\frac{2\pi}{N}k}) = \frac{1}{T} \tilde{X}_a(j\Omega) = \frac{1}{T} \tilde{X}_a(j\frac{2\pi}{NT}k) \quad (4)$$

其中 $\tilde{X}_a(j\Omega)$ 为连续信号 $x_a(t)$ 的频谱 $X_a(j\Omega)$ 的周期延拓函数，对 $x_a(t)$ 在时域以采样间隔 T (采样频率为 f_s , $f_s=1/T$) 采样得到 $x(n)$, $X(k)$ 为 $x(n)$ 的 N 点离散傅立叶变换。

由上式可知，连续信号 (对应图像中的空域信号) 的模拟频率为：

$$f = \frac{K}{N} f_s \quad k = 0 \cdots N-1 \quad (5)$$

例如，对于图1中纹理图像(a)，其y轴频率为25Hz，所以理想正弦垂直方向分布纹理的频谱能量集中在水平方向的两个点上。在本次仿真中， $N=128$, $f_s=128\text{Hz}$ ，故其频谱能量集中的水平方向的两个点对应的 k 值为39 (即 $64-25=39$) 和89 (即 $64+25=89$)，又因在Matlab软件中坐标均从1开始，所以实际对应的 k 值为40和90。

在实际的频谱特征检测中，为了便于分析，往往采用极坐标方法分析纹理频谱的环型和楔型特征以求出纹理分布的周期特征和方向特征^[6]。本文分析的是理想正弦分布的纹理图像，其纹理分布的周期和方向角是完全一致的，所以纹理能量谱会围绕一点聚集，形成纹理频谱聚焦区。因而直接通过频谱能量图，即可得到理想正弦纹理图像的周期和方向特征，而无需再转换为极坐标分析。

5 结论

采用频谱分析方法可以提取出纹理基本特征，如方向特征和周期特征。本文以理想正弦分布的纹理图

像的Matlab仿真和正弦纹理图像的频谱特征分析为例，叙述了基于傅立叶能量谱的纹理图像分析的基本原理和基本过程。编写了sin_texture函数，以获得具有理想正弦分布的空域纹理图像，并通过FFT (快速傅立叶变换) 计算纹理图像的频谱，画出了对应的纹理图像的能量谱图。可以看出：纹理频谱特征主要通过除中心点之外的频点来描述，而且频谱图是中心对称的；理想单频正弦分布的纹理图像的频谱在空间中表现为中心对称的点，而且纹理周期越小，频点到频谱中心的距离越大；对应的空域信号的模拟频率 (即纹理模式的基本周期) 可通过公式 (5) 计算。

由于实际的纹理特别是周期性纹理都可分解为一系列的理想正弦纹理，所以本文对于理想正弦纹理图像的频谱特征分析对复杂纹理图像周期特征和方向特征的分析具有一定的指导意义。

References (参考文献)

- [1] Li Ma, Yingle Fan. Image Texture Analysis[M]. Beijing: Science Press, 2009(Ch).
马莉, 范影乐. 纹理图像分析[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [2] Gonzalez R.C, Woods R.E, Eddins S L. Digital image processing using MATLAB[M]. London, UK: Pearson Education Ltd, 2004.
- [3] T Greiner, S Das. Recovering orientation of a textured planar surface using wavelet transform[C]. ICVGIP 2002, 254-259.
- [4] H Farid, J Kosecka. Estimating Planar Surface Orientation Using Bispectral Analysis[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16 (8) : 2154-2160.
- [5] Ling Lu, Shumin Zhou. Study on Geometry Model and Visualization of Plant Fruit. Journal of System Simulation[J], 2007, 19(8) : 1739-1741(Ch).
陆玲, 周书民. 植物果实的几何造型及可视化研究[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(8): 1739-1741.
- [6] Zhanhua Huang, Zheng Liu, Wenbin Luo. Multi-texture Extraction Method Based on Frequency Spectrum Filtering [J]. Opto-electronic Engineering, 2008, 35(8): 51-55(Ch).
黄战华, 刘正, 罗文斌等. 基于频谱滤波的多纹理提取算法[J]. 光电工程, 2008, 35(8): 51-55.