

# Theoretical Analysis Temperature Distributions in Porous Media Combustor

Junrui Shi, Youning Xu, Zhijia Xue, Shuqun Wang, Jinfeng Ma, Hongtao Li

Shenyang Key Laboratory on Circulating Fluidized Bed Combustion Technology, Shenyang Institute of Engineering, Shenyang, China

**Abstract:** Filtration combustion is characterized by the extensive heat exchange between the gas and porous media. Based on a two-temperature model, temperature distribution in both gas and solid phases are presented by a piecewise linear function. Results show that intense heat transfer leads to a low degree of thermal non-equilibrium between the two phases.

**Keywords:** Porous media; combustor; Theoretical analysis

## 多孔介质燃烧器内温度场的理论分析

史俊瑞, 徐有宁, 薛治家, 王树群, 马金凤, 李洪涛

沈阳工程学院沈阳市循环流化床燃烧技术重点实验室, 沈阳, 中国, 110136

E-mail address: shijunrui2002@163.com.

**摘 要:** 过滤燃烧的显著特点是气固两相之间存在着强烈的热量交换。基于双温模型, 分析得出了分段的气体 and 固体温度函数。结果显示气固之间强烈的对流换热导致两相间很小的热的平衡度。

**关键词:** 多孔介质; 燃烧器; 理论分析

### 1 引言

预混气体多孔介质中燃烧具有燃烧效率高、污染物排放低和燃料适应性好等优点, 对于节能减排具有十分重要的意义。但目前该方面的基础研究还不多。预混气体在多孔介质中燃烧, 气固之间存在着强烈的相互作用, 多孔介质固体骨架与混合气体之间的换热面积很大, 两相间存在热的非平衡。当燃烧波与热波叠加且沿着气流方向传播时, 由于多孔介质具有很好的蓄热和辐射性能, 燃烧释放的部分热量, 还可以被反馈到上游预混气体, 这样就有可能产生比绝热燃烧还要高的温度, 形成超绝热燃烧。

超绝热燃烧的概念最早由 Weinberg 提出<sup>[1]</sup>。随后, 研究者在这方面开展了大量的研究工作<sup>[2-6]</sup>。Babkin 等<sup>[2]</sup>对非驻定过滤燃烧的研究表明, 火焰传播的临界贝克列数要小于 65。Zhdanok 等<sup>[3]</sup>以热波与燃烧波叠加的思想实验研究了多孔介质中的超绝热燃烧, 并通过理论分析得出了无热损过程的最高温度。Foutko<sup>[4]</sup>以 Zhdanok 等的实验为原型, 并分别以单温和双温模型, 侧重研究和给出了实验条件下的点火温

度和热损失系数。最近, Bubnovich 等<sup>[5]</sup>设定特征温度在对应的区域内为常数, 通过理论分析给出了填充床内的温度和组分分布、燃烧波传播速度、点火温度和反应区域的宽度。

国内的史俊瑞<sup>[6]</sup>和张根烜<sup>[7]</sup>分别基于单温和修正的单温模型, 对低速过滤燃烧的燃烧波传播特性进行了研究。以上用于分析 LVR 特性的单温模型本身的局限性, 在于无法体现气固相之间的对流换热。为了从理论上进一步分析燃烧器中气体和固体温度分布的特征, 考虑气固相之间的对流换热, 在一定的假设下, 尝试推导气体和固体各自的温度场函数。

### 2 理论分析

#### 2.1 控制方程

基于实验中燃烧器良好的绝热, 引入热损失系数  $\beta$  考虑通过燃烧器壁面的热损失, 采用一维模型进行理论分析。为了便于后文理论分析, 研究中做如下假设: 不考虑扩散效应引起的组分和能量扩散; 多孔介质为各向同性的、惰性的光学厚介质; 燃烧过程等压。

基于上述假设, 则控制方程为:

气体组分守恒方程:

$$\varepsilon \rho_g \frac{\partial Y_1}{\partial t} + \varepsilon \rho_g u_g \frac{\partial Y_1}{\partial x} + \varepsilon \omega = 0 \quad (1)$$

混合气能量守恒方程:

$$\varepsilon \rho_g c_g \frac{\partial T_g}{\partial t} + \varepsilon \rho_g c_g u_g \frac{\partial T_g}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) + h_v (T_s - T_g) + \varepsilon Q \omega \quad (2)$$

多孔介质能量守恒方程:

$$(1-\varepsilon) \rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \lambda_{eff} \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + h_v (T_g - T_s) \quad (3)$$

$\lambda_{eff} = \lambda_s + \lambda_{rad}$ ,  $\lambda_s$  为多孔介质导热系数,  $\lambda_{rad}$  是氧化铝小球的辐射折合导热系数<sup>[8]</sup>,

$$\lambda_{rad} = (32 \varepsilon \sigma d / 9(1-\varepsilon)) T_s^3 \quad (4)$$

本文以甲烷为例, 给出具体的形式, 甲烷化学反应简化为单步总包反应<sup>[4]</sup>, 甲烷消耗率为:

$$\omega = \rho_g Y_{CH_4} A \exp(-E/RT_g) \quad (5)$$

## 2.2 理论分析的假设

同样的, 为了研究方便, 引入如下假设:

(1) 质量分数为  $Y_{fuel}^0$  的燃料/空气以速度  $u_g$  进入填充床中, 考虑充分发展后稳定传播的燃烧波。

(2) 燃烧波以恒定的速度  $u_w$  ( $u_g \gg u_w$ ) 传播。

(3) 不考虑气体导热, 即忽略方程(2)中的二阶项

(4) 当气体温度达到点火温度后, 化学反应在一个无限薄的平面内瞬间完成, 并以此为界, 整个填充床分为反应前和反应后两个区域。

## 2.3 基于双温模型的理论分析

将坐标系建立在燃烧波上, 引入新的变量  $\xi = x - u_w t$ , 考虑系统的热损失。假定燃料的化学反应速率与温度有强烈的依赖关系, 因此化学反应速率可用 delta 函数来描述, 引入如下无量纲数<sup>[3]</sup>,

$$\tau = \frac{T_g - T_0}{T_{s,i} - T_0}, \theta = \frac{T_s - T_0}{T_{s,i} - T_0}, \zeta = \frac{\xi h_v}{\varepsilon \rho_g c_g u_g},$$

$$\Delta T_{s,i} = T_{s,i} - T_0, b = \frac{\lambda_s h_v}{(\varepsilon \rho_g c_g u_g)^2} \quad (6)$$

将上式带入到方程(2), (3)中, 分别整理为无量纲气体温度  $\tau$  和多孔介质固体温度  $\theta$  的方程:

$$\frac{d\tau}{d\zeta} = -(\tau - \theta) + \frac{\Delta T_{ad}}{\Delta T_{s,i}} \delta(\zeta) \quad (7)$$

$$-u \frac{d\theta}{d\zeta} = b \frac{d^2 \theta}{d\zeta^2} + (\tau - \theta) - \frac{\beta \theta}{h_v} \quad (8)$$

方程(7), (8)的边界条件分别为:

$$\zeta \rightarrow -\infty, \tau = \theta = 0, \frac{d\tau}{d\zeta} = \frac{d\theta}{d\zeta} = 0 \quad (9)$$

$$\zeta \rightarrow +\infty, \tau = \theta = 0, \frac{d\tau}{d\zeta} = \frac{d\theta}{d\zeta} = 0 \quad (10)$$

$$\theta(-0) = \theta(+0) = 1, \theta'(-0) = \theta'(+0),$$

$$\tau(+0) - \tau(-0) = \frac{\Delta T_{ad}}{\Delta T_{s,i}} \quad (11)$$

方程(7), (8)连同边界条件(9)~(11), 构成了二元二阶线性方程组(方程组中的系数全部取为常数)。方程(8)变形为:

$$\tau = -u \frac{d\theta}{d\zeta} - b \frac{d^2 \theta}{d\zeta^2} + (1 + \frac{\beta}{h_v}) \theta \quad (12)$$

上式带入到方程(7)中, 并整理为:

$$b \frac{d^3 \theta}{d\zeta^3} + (u+b) \frac{d^2 \theta}{d\zeta^2} + (u-1-\frac{\beta}{h_v}) \frac{d\theta}{d\zeta} - \frac{\beta}{h_v} \theta + \frac{\Delta T_{ad}}{\Delta T_{s,i}} \delta(\zeta) = 0 \quad (13)$$

方程(13)的特征多项式为:

$$bk^3 + (u+b)k^2 + (u-1-\frac{\beta}{h_v})k - \frac{\beta}{h_v} = 0 \quad (14)$$

方程(14)为一元三次线性方程, 系数均取为常数, 求解方程(13), 得到两个负根( $k_1, k_2$ )和一个正根( $k_3$ ),

$$k_{1,2} = -\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{u}{b} + k_3 \right) \pm \frac{1}{2} \left( \left( 1 + \frac{u}{b} + k_3 \right)^2 - \frac{4\beta}{h_v b k_3} \right)^{0.5} \quad (15)$$

$$k_3 = -\frac{1}{3} \left( 1 + \frac{u}{b} \right) + \frac{1}{3} \left( \left( 1 + \frac{u}{b} \right)^2 + \frac{3}{a} \left( 1 - u + \frac{\beta}{h_v} \right) + \frac{\Delta T_{ad}}{\Delta T_{s,i}} \right)^{0.5} \quad (16)$$

方程组(12), (13)具有如下形式的通解:

$$\tau = A \exp(g_1 \zeta) + B \exp(g_2 \zeta) \quad (17)$$

$$\theta = C \exp(g_3 \zeta) + D \exp(g_4 \zeta) \quad (18)$$

方程(17) 和(18)中系数 A、B、C、D 为任意常数,

$g_1, g_2, g_3, g_4$  是方程(14)的特征值,

当  $\zeta < 0$ , 注意到边界条件(9)

$$\zeta \rightarrow -\infty, \tau = \theta = 0$$

不难看出, 方程(17), (18)中的特征值必须为大于零的数, 故(17), (18)可以简化为:

$$\tau = A \exp(k_3 \zeta) \quad (19)$$

$$\theta = C \exp(k_3 \zeta) \quad (20)$$

注意到边界条件(11)

$$\theta(-0) = \theta(+0) = 1, \text{ 因此,}$$

$$\theta = \exp(k_3 \zeta) \quad (21)$$

方程 (21) 带 入 到 方 程 (8) 中 , 得 到 ,

$$\tau = \left( -bk_3^2 - uk_3 + \left( 1 + \frac{\beta}{h_v} \right) \right) \exp(k_3 \zeta) \quad (22)$$

同样的, 当  $\zeta > 0$ , 注意到边界条件(10),

方程(17), (18)成为:

$$\tau = A \exp(k_1 \zeta) + B \exp(k_2 \zeta) \quad (23)$$

$$\theta = C \exp(k_1 \zeta) + D \exp(k_2 \zeta) \quad (24)$$

由边界条件(11)

$$\theta(-0) = \theta(+0) = 1 \text{ 和 } \theta'(-0) = \theta'(+0)$$

分别得到,

$$C + D = 1 \quad (25)$$

$$Ck_1 + Dk_2 = 1 \quad (26)$$

上面两个方程联合求解, 得到系数 C 和 D 的表达式,

带入方程到方程(24)中, 得到,

$$\theta = \frac{k_2 - k_3}{k_2 - k_1} \exp(k_1 \zeta) + \frac{k_3 - k_1}{k_2 - k_1} \exp(k_2 \zeta) \quad (27)$$

方程(27)带入到方程(8)中, 得到,

$$\tau = \frac{k_2 - k_3}{k_2 - k_1} \left( -bk_1^2 - uk_1 + 1 + \frac{\beta}{h_v} \right) \exp(k_1 \zeta) + \frac{k_3 - k_1}{k_2 - k_1} \left( -bk_2^2 - uk_2 + 1 + \frac{\beta}{h_v} \right) \exp(k_2 \zeta) \quad (28)$$

### 3 结果与讨论

图 3.6 为双温模型预测的燃烧器中的混合气体和固体的温度值。气体和多孔介质固体的物性值取为常数,  $T_{s,i}$  的算法见文献[4]。如前所述, 整个燃烧器以  $\zeta = 0$  为界, 分为反应前和反应后两个区域。图 1 中假设燃烧波中的最高温度移动到了  $X = 0.3\text{m}$  处。当  $\chi < 0$  时, 为反应前区域, 此时多孔介质固体温度高于气体温度, 与单温模型比较, 气固两相间的对流换热效应得到了体现。  $\chi > 0$  为反应后区域, 此时气体温度又高于固体温度, 反应热蓄积在

下游的多孔介质中。同时可以看出, 除了在点火温度附近, LVR 中的热的非平衡度很小。

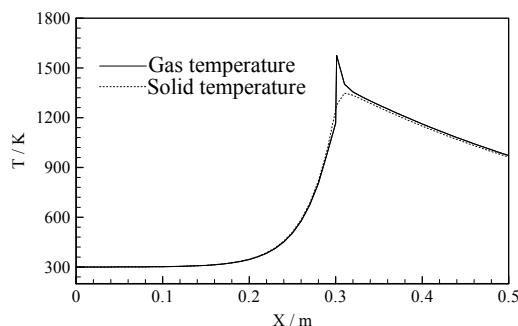


Figure 1. The predicted gas and solid temperatures in the porous media burner ( $u_g = 0.41\text{m/s}$ ,  $\beta = 600\text{W/m}^2\cdot\text{K}$ ,  $\phi = 0.153$ )

图 1 理论预测的多孔介质燃烧器中的气体和固体温度

( $u_g = 0.41\text{m/s}$ ,  $\beta = 600\text{W/m}^2\cdot\text{K}$ ,  $\phi = 0.153$ )

### 4 结论

针对单温模型的缺陷, 基于双温模型, 在一定的假设下, 推导出了分段的气体和多孔介质固体的温度场函数。结果表明, 稀薄混合气体在多孔介质中的燃烧, 在整个燃烧器内, 存在着气体和固体的热的非平衡, 但是除了反应区域外, 这种热的非平衡度很小。

#### 符号表

$A$	指数前因子, $\text{s}^{-1}$
$c$	比热容, $\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
$d$	小球直径, $\text{m}$
$E$	活化能, $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$
$h_v$	对流换热系数, $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
$Q$	燃料低热值, $\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1}$
$R$	气体通用常数, $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
$t$	时间, $\text{s}$
$T$	温度, $\text{K}$
$T_{\text{ad}}$	绝热温度, $\text{K}$
$T_0$	环境温度, $\text{K}$
$u_g$	气体流速, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$u_t$	热波波速, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$u_w$	燃烧波波速, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$x$	轴向坐标, $\text{m}$
$Y_{\text{CH}_4}$	甲烷质量分数
$\tau$	无量纲气体温度
$\theta$	无量纲多孔介质固体温度
$\phi$	当量比
$\varepsilon$	孔隙率
$\lambda$	导热系数, $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
$\omega$	反应速度, $\text{Kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$
$\rho$	密度, $\text{Kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$T_{s,i}$	固体点火温度, $\text{K}$

#### 角下标

$g$	气体
$s$	固体

## References (参考文献)

- [1] Weinberg F J, Combustion temperature: the future? *Nature*, 233 (5317):239-241, 1971.
- [2] Babkin V S, *Pure Appl. Chem* 1993, 65:335-344.
- [3] ZHDANOK S A, KENNEDY L A, LAWRENCE G E, Supera-diabatic combustion of methane air mixtures under filtration in packed bed[J]. *Combustion and Flame*, 1997, 100 : 221-23.
- [4] Foutko S I, Stanislav, Superadiabatic combustion wave in a diluted methane-air mixture under filtration in a packed bed. Twenty-sixth symposium(international) on combustion/The combustion institute, 1996/pp. 3377-3382.
- [5] Bubnovich V I, Zhdanok S A, Dobrego K V, Analytical study of the combustion waves propagation under filtration of methane-air mixture in a packed bed, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2006, 49: 2578-2586
- [6] Jun-Rui Shi, Mao-Zhao Xie, Hong Liu, Gang Li, Lei Zhou, Numerical simulation and theoretical analysis of premixed low-velocity filtration combustion. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2008, 51:1818-1829
- [7] Zhang G. X, Liu M, Characteristic analysis of low-velocity gas filtration combustion in inert packed bed, *Combustion Theory and Modeling*, 2006.
- [8]