

Active Butterworth Filter Design Based on Unit Block Circuits

LIU Ming, ZHANG Shaobo

Institute of Science, Information Engineering University, Zhengzhou, China

Abstract: The methods of designing active Butterworth filter based on first order and second order unit block circuits are presented. The Butterworth normalized low pass filter is designed first, then the elements value is unnormalized, the higher order filter is obtained finally. And the EWB simulations to the design example have been carried on.

Keywords: butterworth filter; unit block circuits; the frequency transformation ratio; the amplitude transformation ratio

基于单元电路的巴特沃斯有源滤波器设计

刘明, 张少波

信息工程大学理学院, 郑州, 中国, 450001

摘要: 本文给出了利用一阶和二阶巴特沃斯低通原型滤波器单元电路, 设计高阶巴特沃斯低通原型滤波器, 通过元件去归一化, 实现实际滤波器的方法, 并对设计实例进行了 EWB 仿真。

关键词: 巴特沃斯滤波器; 单元电路; 频率变换系数; 幅度变换系数

1 巴特沃斯滤波器简介

巴特沃斯低通原型滤波器的频率响应的幅度响应为

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{B_n(s)} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}} \quad (1)$$

(1)式中 n 表示滤波器的阶数, ω_c 为滤波器截止频率。(1)式所表示滤波器在通带内放大倍数为 1。

巴特沃斯滤波器具有通带内平坦, 截止频率处下降较快的优点, 比直接设计的滤波器更接近理想滤波器。而设计方法有比较简单, 容易实现, 同时低通滤波器的设计也是高通、带通等类型滤波器设计的基础, 因此具有广泛的应用。

巴特沃斯滤波器的阶数越高, 通带内幅度越接近 1, 阻带内幅度越接近 0, 而过渡带变窄, 其幅度响应就越接近于理想低通滤波器。但在阶数增加的同时, 构成滤波器的元件数目也在增加。因此滤波器设计的根本问题, 就是在满足设计指标的情况下, 尽量降低滤波器的阶数。

表 1 给出了 5 阶以下巴特沃斯原型滤波器幅度响应分母多项式^[1]。

2 巴特沃斯低通滤波器设计

巴特沃斯低通滤波器设计方法是: 利用一阶和二阶巴特沃斯低通原型滤波器单元电路构成高阶低通原型

滤波器, 然后根据实际滤波器的截止频率和参考元件值, 进行频率变换和幅度变换, 使元件的去归一化, 以满足滤波器的设计指标。

2.1 巴特沃斯低通原型滤波器的设计

由于若干子系统级联时, 其组成的系统的系统函数为各子系统系统函数的乘积, 因此可将高阶滤波器分解为若干一阶和二阶滤波器的级联来实现。如图 1 所示, 其系统函数为

$$H(s) = H_1(s)H_2(s)\cdots \quad (2)$$

对应的巴特沃斯滤波器多项式, 分解为一次和二次因式的乘积, 每个一次或二次因式对应一个巴特沃斯低通原型滤波器, 由有源滤波器单元电路实现, 通过对有源滤波器单元电路的级联, 构成符合系统函数的高阶巴特沃斯原型滤波器[2]。例如, 若要设计四阶巴特沃斯低通滤波器, 则可以由两个二阶单元电路级联来实现; 若要设计五阶巴特沃斯低通滤波器, 则可以由一个一阶单元电路和两个二阶单元电路级联来实现。巴特沃斯多项式分解后如表 2 所示。

2.2 巴特沃斯一阶和二阶低通原型有源滤波器单元电路

2.2.1 一阶低通原型有源滤波器单元电路

一阶低通原型滤波器系统函数为

表 1. 巴特沃斯多项式

n	$B_n(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$
1	$s + 1$
2	$s^2 + \sqrt{2}s + 1$
3	$s^3 + 2s^2 + 2s + 1$
4	$s^4 + 2.6131s^3 + 3.4142s^2 + 2.6131s + 1$
5	$s^5 + 3.2361s^4 + 5.2361s^3 + 5.2361s^2 + 3.2361s + 1$

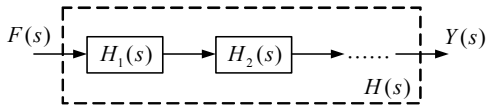


图 1. 滤波器的级联

表 2. 巴特沃斯多项式分解形式

n	$B_n(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$
1	$s + 1$
2	$s^2 + \sqrt{2}s + 1$
3	$s^3 + 2s^2 + 2s + 1 = (s + 1)(s^2 + s + 1)$
4	$s^4 + 2.6131s^3 + 3.4142s^2 + 2.6131s + 1$ $= (s^2 + 0.765s + 1)(s^2 + 1.848s + 1)$
5	$s^5 + 3.2361s^4 + 5.2361s^3 + 5.2361s^2 + 3.2361s + 1 =$ $(s + 1)(s^2 + 0.618s + 1)(s^2 + 1.618s + 1)$

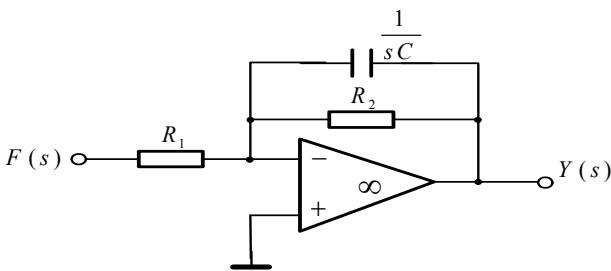


图 2. 一阶有源单元电路

$$H(s) = \frac{1}{B_1(s)} = \frac{1}{s + 1} \quad (3)$$

一阶有源单元电路如图 2 所示：
其系统函数（电压放大倍数）为

$$H(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = -\frac{\frac{1}{R_1}}{sC + \frac{1}{R_2}} \quad (4)$$

当 $R_1 = R_2 = 1\Omega$ ， $C = 1F$ 时，

$$H(s) = -\frac{1}{s + 1} \quad (5)$$

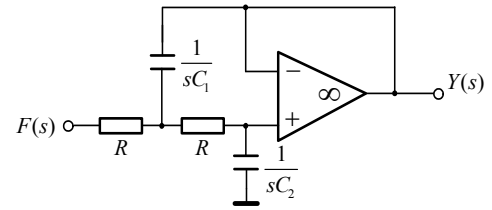


图 3. 二阶有源单元电路

分析其频率响应可以看出，一阶有源单元电路就是截止频率为 1rad/s ，通带放大倍数为 1 的巴特沃斯一阶低通原型滤波器。

2.2.2 二阶低通原型有源滤波器单元电路

二阶低通原型滤波器系统函数为

$$H(s) = \frac{1}{B_2(s)} = \frac{1}{s^2 + b_1s + 1} \quad (6)$$

二阶有源单元电路如图 3 所示。

可以其系统函数（电压放大倍数）为

$$H(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{R^2 C_1 C_2}}{s^2 + \frac{2}{RC_1}s + \frac{1}{R^2 C_1 C_2}} \quad (7)$$

令 $R = 1\Omega$ ，得到

$$H(s) = \frac{\frac{1}{C_1 C_2}}{s^2 + \frac{2}{C_1}s + \frac{1}{C_1 C_2}} \quad (8)$$

与(5)式比较，应满足

$$\frac{1}{C_1 C_2} = 1 \quad \frac{2}{C_1} = b_1 \quad (9)$$

分析其频率响应，选择 C_1 、 C_2 ，使式(8)满足表 1(或表 2)中的二阶多项式，图 3 电路可实现截止频率为 1rad/s ，通带放大倍数为 1 的巴特沃斯二阶低通原型滤波器。

2.3 低通原形滤波器转换为实际滤波器

由原形滤波器转换为实际滤波器时，需要根据实际滤波器的截止频率和实际元件值，通过频率变换和幅度变换，对元件进行去归一化处理。而通带增益不为 1 时，通常级联反相放大器实现^[3]。

频率变换系数^[2]

$$k_f = \frac{\omega'_c}{\omega_c} = \frac{f'_c}{f_c} \quad (10)$$

式(10)中 $\omega_c(f_c)$ 为原形低通滤波器的截止频率, 既 $\omega_c = 1\text{rad/s}$, $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}(\text{Hz})$ 。 $\omega'_c(f'_c)$ 为实际低通滤波器的截止频率。

幅度变换系数[2], 一般指实际电阻值与归一化电阻(1Ω)的比值, 即

$$k_m = \frac{R'}{R} \quad (11)$$

元件去归一化参数为[2]

$$R' = k_m R \quad C' = \frac{1}{k_m k_f} C \quad L' = \frac{k_m}{k_f} L \quad (12)$$

3 设计实例与仿真

在这里, 我们设计一个五阶巴特沃思低通滤波器, 其截止频率为 500Hz, 通带放大倍数为 10。

3.1 设计五阶巴特沃思低通原形滤波器

由表 2 得到, 五阶巴特沃思低通原形滤波器系统函数为

$$H(s) = \frac{1}{B_5(s)} = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{(s^2+0.618s+1)} \cdot \frac{1}{(s^2+1.618s+1)} \quad (13)$$

需要一个一阶和两个二阶单元滤波器级联实现,

它们的系统函数分别为

$$H_1(s) = \frac{1}{B_{11}(s)} = \frac{1}{s+1}$$

$$H_2(s) = \frac{1}{B_{21}(s)} = \frac{1}{s^2+0.618s+1}$$

$$H_3(s) = \frac{1}{B_{22}(s)} = \frac{1}{s^2+1.618s+1}$$

对一阶单元电路应满足 $C_1 = 1\text{F}$, $R = 1\Omega$ 。

对第一个二阶单元电路应满足

$$\frac{1}{C_2 C_3} = 1 \quad \frac{2}{C_2} = 0.618$$

得到 $C_2 = 3.236\text{F}$, $C_3 = 0.309\text{F}$ 。

对第二个二阶单元电路应满足

$$\frac{1}{C_4 C_5} = 1 \quad \frac{2}{C_4} = 1.618$$

得到 $C_4 = 1.236\text{F}$, $C_5 = 0.809\text{F}$ 。

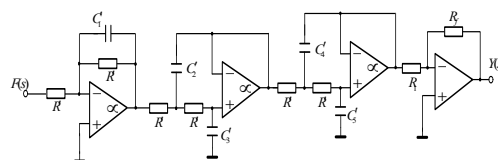


图 4. 五阶有源低通滤波器

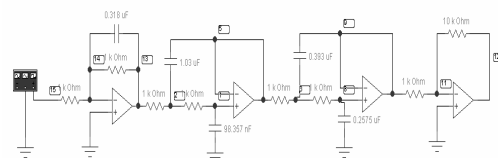
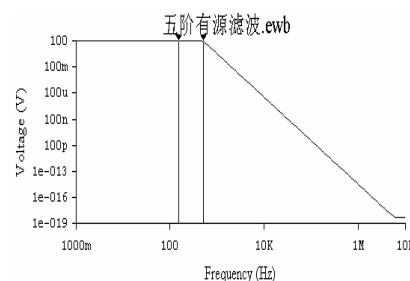
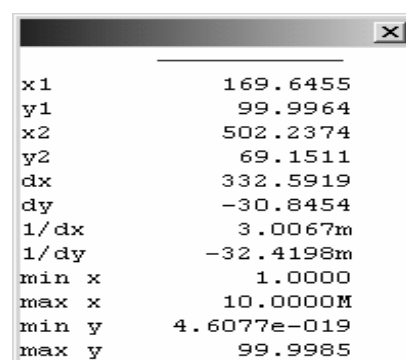


图 5. 五阶有源低通滤波器仿真电路



(a) 幅频响应



(b) 通带增益和截止频率

图 6. 五阶有源低通滤波器频率响应

3.2 将低通原形滤波器转换为实际滤波器

频率变换系数

$$k_f = \frac{\omega'_c}{\omega_c} = \frac{2\pi f'_c}{2\pi f_c} = \frac{2 \times 3.1416 \times 500}{1} = 3141.6$$

若使用 $1\text{k}\Omega$ 电阻, 则幅度变换系数

$$k_m = \frac{R'}{R} = 1000$$

去归一化元件值为

$$R' = k_m R = 1\text{k}\Omega$$

$$C'_1 = \frac{1}{k_m k_f} C_1 = \frac{1}{3141.6 \times 1000} \times 1 = 0.318 \mu\text{F}$$

$$C'_2 = \frac{1}{k_m k_f} C_2 = \frac{1}{3141.6 \times 1000} \times 3.236 = 1.03 \mu\text{F}$$

$$C'_3 = \frac{1}{k_m k_f} C_3 = \frac{1}{3141.6 \times 1000} \times 0.309 = 98.357 \text{nF}$$

$$C'_4 = \frac{1}{k_m k_f} C_4 = \frac{1}{3141.6 \times 1000} \times 1.236 = 0.393 \mu\text{F}$$

$$C'_5 = \frac{1}{k_m k_f} C_5 = \frac{1}{3141.6 \times 1000} \times 0.809 = 0.2575 \mu\text{F}$$

为实现通带放大倍数为 10, 需要再级联一个反相放大器, 使其放大倍数为 10, 若取 $R_1 = 1\text{k}\Omega$, 则 $R_f = 10R_1 = 10\text{k}\Omega$ 。

滤波器电路如图 4 所示。

3.3 仿真

对图 4 所示电路利用 EWB 软件进行仿真^[4], 仿真电路如图 5 所示, 正弦信号幅度为 10V, 进行交流频率分析, 得到频率响应如图 6 所示。

仿真结果显示, 通带输出电压幅度约为 100V, 由于输入正弦信号为 10V, 所以通带放大倍数为 10; 在频率为 502Hz 时, 输出电压幅度约为 69V, 与通带输出电压相比, 下降 3dB, 即截止频率约为 500Hz, 满

足了设计要求。

4 结束语

RC 有源滤波器具有以下优点:

1) 由于不使用电感, 体积小、重量轻, 不需要磁屏蔽。

2) 有源滤波电路中的运算放大器可加电压串联负反馈, 可以获得高输入阻抗和低输出阻抗, 从而可使输入与输出之间实现很好的隔离, 于是可以通过级联得到高阶滤波器, 而不必考虑级间的影响。

3) 可在滤波的同时实现信号的放大。

但是, 由于商用运算放大器开环增益不足, 使得 RC 有源滤波器的使用范围是品质因数小于 1000、截止频率小于 1MHz 的情况^[5]。

References (参考文献)

- [1] 郑君里, 信号与系统[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 183-186.
- [2] Zheng Junli, Signal and system [M]. Beijing: China Higher Education Press, 2001: 183-186.
- [3] James W. Nilsson, Susan A. Riedel. Electric Circuits, 第七版.[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 498-529.
- [4] James W. Nilsson, Susan A. Riedel. Electric Circuits, Seventh Edition. [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2005: 498-529.
- [5] Shepard, B. R. Active Filters Part 12. Electronics[M]. (August 18, 1969): 82-91.
- [6] 赵世强 许杰等. 电子电路 EDA 技术[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2000: 140-184.
- [7] Zhao Shiqiang, Xu Jie et al, EDA Techniques for Electric Circuits [M]. Xidian University Press, 2000: 140-184.
- [8] Arthur B. Williams. 电子滤波器设计[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 1-10.
- [9] Arthur B. Williams, Design of Electric filter, [M]. Beijing: Science Press, 2008: 1-10.