

Research on Evaluation Methodology Of Weapon Equipment Based on Grey Relational Projection of Interval Number

Wang Shuo¹, Li Dong², Zhou Hangyu²

1. 19 Middle Road, Western Ring 3, Beijing, China

2. No5 Department, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, China

1. e-mail lidong501@sohu.com

Abstract: For the problem of hybrid multiple attribute decision-making, evaluation methodology of weapon equipment based on grey relational projection of interval numbers is proposed. The decision-making model in which the adjacency degree both between the plan and the positive ideal plan and between the plan and the negative ideal plan is taken into account synchronously was set up. In addition, the method is still applied to calculate the equipment effectiveness of some types of missile, and the result illustrates the approach is effective and feasible to the evaluation of equipment effectiveness.

Keywords: interval numbers; grey relation projection method; hybrid multiple attribute decision-making; weapon equipment; effectiveness evaluation

基于区间数灰关联投影的装备效能评估方法研究

王硕¹, 李冬², 周航宇²

1. 北京西三环中路 19 号, 北京, 中国, 100841

2. 海军航空工程学院五系, 烟台, 中国, 264001

1. e-mail lidong501@sohu.com

【摘要】针对属性取值为混合型的效能评估问题, 提出了一种基于区间数灰关联投影的装备效能评估方法。建立了综合决策方案与正、负理想方案之间接近程度的决策模型, 总结了用该方法进行效能评估的一般步骤。在此基础上, 对几种类型导弹的进行了装备效能排序计算, 验证了采用该方法评估装备效能的有效性和可行性。

【关键词】区间数; 灰色关联投影法; 混合型多属性决策; 武器装备; 效能评估

1 引言

装备效能评估是装备研发的基础工作, 在装备系统的方案论证、研制和运用中起到了极其重要的作用^[1,2]。武器系统作战效能的评估与排序本质上是多目标决策问题^[3], 目前仍有待于进一步的探索。

在对导弹武器系统进行效能评估时, 存在着大量不确定性因素, 国内多采用概率指标来反映导弹武器系统作战防效能, 但单纯的概率解析计算很难涵盖影响导弹突防的不确定因素。区间数和模糊数能够较好地反映指标参数的不确定性, 指标值以多种类型(如精确数、区间数、模糊数)的形式出现在决策矩阵中, 就构成了混

合型多指标评价问题。本文探讨了一类指标权重已知, 指标值为精确实数值、区间数和模糊数的混合型多指标效能评估问题, 提出了一种基于区间数灰关联投影的效能评估方法, 并运用该方法评估导弹装备的效能, 取得了比较满意的评价结果, 为武器装备的效能评估问题提供了一条新的解决途径。

2 区间数和三角模糊数的基本概念

为便于分析, 首先给出区间数的定义和有关运算规则。记实数轴上的区间 $a = [a^L, a^R]$, 其中 a^L, a^R 为实数, 则称 a 为区间数。若 $a^L = a^R$, 则 a 退化为一个实数。

定义 1 设 $a = [a^L, a^R]$, $b = [b^L, b^R]$ 为任意的两个区间数, 则区间数的运算法则分别定义如下:

(1) 加法运算: $a + b = [a^L + b^L, a^R + b^R]$

(2) 减法运算: $a - b = [a^L - b^L, a^R - b^R]$

(3) 乘法运算:

$$a \cdot b = [a^L, a^R] \cdot [b^L, b^R] \\ = [\min(a^L b^L, a^L b^R, a^R b^L, a^R b^R), \max(a^L b^L, a^L b^R, a^R b^L, a^R b^R)]$$

(4) 除法运算:

$$\frac{a}{b} = \frac{[a^L, a^R]}{[b^L, b^R]} = [a^L, a^R] \cdot \left[\frac{1}{b^L}, \frac{1}{b^R}\right]$$

定义2 设 $a = [a^L, a^R]$, $b = [b^L, b^R]$ 为任意的两个区间数, 则区间数的距离定义通常有^[4,5]:

绝对距离: $|a - b|_1 = |a^L - b^L| + |a^R - b^R|$ (1)

几何距离: $|a - b|_2 = \left(|a^L - b^L|^2 + |a^R - b^R|^2\right)^{1/2}$ (2)

定义3 记 $\tilde{a} = (l, m, u)$ 表示一个三角模糊数, 其隶属函数为 $\mu_{\tilde{a}}(x): R \rightarrow [0,1]$, 即

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} 0, & x < l \\ \frac{x-l}{m-l}, & l < x \leq m \\ \frac{x-u}{m-u}, & m < x \leq u \\ 0, & x > u \end{cases} \quad (3)$$

其中, $x \in R$, $l \leq m \leq u$, l 和 u 分别为三角模糊数的下界和上界。三角形模糊数可近似表示或“转化”为区间数的形式^[6]:

$$\tilde{a} = [I_L(\tilde{a}), I_R(\tilde{a})] = \left[\frac{l+m}{2}, \frac{m+u}{2}\right] \quad (4)$$

3 基于区间数灰关联投影效能评估的原理

武器系统作战效能的评估与排序问题就是决策者面对多个可供选择方案, 利用两个或两个以上的标准(即指标或属性)对各方案进行综合评价, 从而决定方案的优先次序并从中选择满意方案。

设武器装备效能评价问题的待评估的方案集为 $S = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$, 属性(或指标)集为 $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ 。权向量 $w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, $0 \leq w_j \leq 1$, $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, $j = 1, 2, \dots, n$ 。 x_{ij} 表示方案 S_i 在评价属性 P_j 的属性值, 且属性取值可以多种类型(如精确数、区间数, 模糊数)的形式表示, 从而构成混合型原始评价矩阵 $X = (x_{ij})_{m \times n}$ 。混合型初始评价矩阵 $X = (x_{ij})_{m \times n}$ 的取值为:

$$x_{ij} = \begin{cases} x_{ij}, & \text{指标取值为确定数} \\ [x_{ij}^L, x_{ij}^R], & \text{指标取值为区间数} \\ [x_{ij}^L, x_{ij}^M, x_{ij}^U], & \text{指标取值为模糊三角数} \end{cases} \quad (5)$$

3.1 形成区间数初始评价矩阵

对于许多武器装备效能评价问题, 部分评价指标

值在很多情况下不能定量给出确定的数值, 一般是用区间信息或定性信息来描述。为了便于分析评估, 需要将精确数和三角模糊数转化为区间数, 形成区间数初始评价矩阵 $Y = ([y_{ij}^L, y_{ij}^R])_{m \times n}$:

$$[y_{ij}^L, y_{ij}^R] = \begin{cases} [x_{ij}, x_{ij}], & \text{指标取值为确定数} \\ [x_{ij}^L, x_{ij}^R], & \text{指标取值为区间数} \\ \left[\frac{(x_{ij}^L + x_{ij}^M)}{2}, \frac{(x_{ij}^M + x_{ij}^U)}{2}\right], & \text{指标取值为模糊三角数} \end{cases} \quad (6)$$

3.2 构造正、负理想区间数初始评价矩阵

定义4 设正理想方案 s_0^+ 的指标为 $[y_{0j}^L, y_{0j}^R]$ ($j=1, 2, \dots, n$), 并满足:

当 P_j 为效益型指标时有

$$[y_{0j}^L, y_{0j}^R] = [\max(y_{1j}^L, \dots, y_{mj}^L), \max(y_{1j}^R, \dots, y_{mj}^R)] \quad (7)$$

当 P_j 为成本型指标时有

$$[y_{0j}^L, y_{0j}^R] = [\min(y_{1j}^L, \dots, y_{mj}^L), \min(y_{1j}^R, \dots, y_{mj}^R)] \quad (8)$$

则称增广型矩阵

$$Y^+ = ([y_{ij}^L, y_{ij}^R])_{(m+1) \times n} \quad (i=0, 1, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$$
 为方案集 S 对指标集 P 的正理想区间数初始评价矩阵。

同样, 可类似定义方案集 S 对指标集 P 的负理想区间数初始评价矩阵

$$Y^- = ([y_{ij}^L, y_{ij}^R])_{(m+1) \times n} \quad (i=0, 1, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)。$$

3.3 构造正、负理想区间数评价矩阵

为了消除量纲和量纲单位不同所带来的不可公度性, 评价之前需要对评价指标进行无量纲化(规范化)处理。

定义5 对一个数列的所有数据均用它的第一个数去除, 从而得到一个新数列的方法称为初始化处理。

经初始化处理的数列有共同的起点, 无量纲, 其数据值均大于0。

定义6 对正理想区间数初始评价矩阵

$$Y^+ = ([y_{ij}^L, y_{ij}^R])_{(m+1) \times n} \quad (i=0, 1, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$$
 进行初始化处理, 规范化后的矩阵 $Z^+ = ([z_{ij}^L, z_{ij}^R])_{(m+1) \times n}$ 称为正理想区间数评价矩阵, 其中:

当 P_j 为效益型指标时有

$$[z_{ij}^L, z_{ij}^R] = \left[\frac{y_{ij}^L}{y_{0j}^L}, \frac{y_{ij}^R}{y_{0j}^R}\right] \quad (9)$$

当 P_j 为成本型指标时有

$$[z_{ij}^L, z_{ij}^R] = \left[\frac{y_{0j}^L}{y_{ij}^L}, \frac{y_{0j}^R}{y_{ij}^R}\right] \quad (10)$$

同样, 可类似定义负理想区间数评价矩阵

$$Z^- = \left([z_{ij}^{L-}, z_{ij}^{R-}] \right)_{(m+1) \times n}。$$

3.4 构造正、负理想灰关联评价矩阵

定义7 对正理想区间数评价矩阵

$Z^+ = \left([z_{ij}^{L+}, z_{ij}^{R+}] \right)_{(m+1) \times n}$ 的所有行向量分别相对于正理想方案 s_0^+ 的指标行向量根据文献^[7]计算灰关联系数, 由求得的 $(m+1) \cdot n$ 个灰关联系数组成的矩阵称为正理想灰关联评价矩阵 $G^+ = (r_{ij}^+)_{(m+1) \times n}$, $i = 0, 1, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$, 且满足:

$$r_{ij}^+ = \frac{\min_{0 \leq i \leq m} \min_{0 \leq j \leq n} Dis_{ij} + \rho \max_{0 \leq i \leq m} \max_{0 \leq j \leq n} Dis_{ij}}{Dis_{ij} + \rho \max_{0 \leq i \leq m} \max_{0 \leq j \leq n} Dis_{ij}} \quad (11)$$

其中, 区间数距离计算选用几何距离公式(2):

$$Dis_{ij} = \left| [z_{0j}^{L+}, z_{0j}^{R+}] - [z_{ij}^{L+}, z_{ij}^{R+}] \right| = \left(\left(z_{0j}^{L+} - z_{ij}^{L+} \right)^2 + \left(z_{0j}^{R+} - z_{ij}^{R+} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (12)$$

式中, $r_{0j}^+ = 1$, ρ 为分辨系数, 一般 ρ 的取值区间为 $[0, 1]$ 。

同样, 可类似定义负理想灰关联评价矩阵

$$G^- = (r_{ij}^-)_{(m+1) \times n}, \quad i = 0, 1, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n。$$

定义8 正理想灰关联评价矩阵 G^+ 和负理想灰关联评价矩阵 G^- 在权向量 $w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ 的作用下构造得到的矩阵称为正理想加权灰关联评价矩阵 F^+ 和负理想加权灰关联评价矩阵 F^- 。矩阵 F^+ 和 F^- 满足:

$$F^+ = w \cdot G^+ = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \\ w_1 r_{11}^+ & w_2 r_{12}^+ & \cdots & w_n r_{1n}^+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 r_{m1}^+ & w_2 r_{m2}^+ & \cdots & w_n r_{mn}^+ \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$F^- = w \cdot G^- = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \\ w_1 r_{11}^- & w_2 r_{12}^- & \cdots & w_n r_{1n}^- \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 r_{m1}^- & w_2 r_{m2}^- & \cdots & w_n r_{mn}^- \end{bmatrix} \quad (14)$$

3.5 灰关联投影原理

定义9 将每一个决策方案看成是一个行向量, 则称每个决策方案 s_i 与理想方案 s^* 之间的夹角 θ_i 为灰关联投影角。

则每个方案 s_i 与理想方案 s^* 之间夹角 θ_i 的余弦值为:

$$\cos \theta_i = \frac{s_i \cdot s^*}{\|s_i\| \cdot \|s^*\|} = \frac{\sum_{j=1}^n w_j r_{ij} w_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (w_j r_{ij})^2} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j^2}} \quad (15)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, m$ 。显然, 灰关联投影角 θ_i 越小, $\cos \theta_i$ 越大, 表示方案 s_i 与理想方案 s^* 的变化方向愈一致。

定义10 称决策方案 s^* 的模数为 d_i ,

$$d_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n (w_j r_{ij})^2} \quad (16)$$

将模的大小 d_i 与夹角余弦的大小 $\cos \theta_i$ 结合考虑, 就可以全面准确地反映各方案与理想方案的接近程度。

定义11 称决策方案 s_i 与理想方案 s^* 上的投影值为灰关联投影值 D_i :

$$D_i = d_i \cdot \cos \theta_i = \sum_{j=1}^n r_{ij} \cdot \left[w_j^2 / \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j^2} \right] \quad (17)$$

定义12 记 $\bar{w} = \{\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_n\}$ 为一组新的指标权向量, 其中 $\bar{w}_j$ 满足

$$\bar{w}_j = w_j^2 / \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j^2} \quad (18)$$

则称 $\bar{w}$ 为灰关联投影权值向量。

各决策方案 s_i 对于正理想方案的灰关联投影值 D_i^+ 和对于负理想方案的灰关联投影值 D_i^- :

$$D_i^+ = \sum_{j=1}^n r_{ij}^+ \cdot \bar{w}_j, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (19)$$

$$D_i^- = \sum_{j=1}^n r_{ij}^- \cdot \bar{w}_j, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (20)$$

对于决策方案 s_i 来说, D_i^+ 越大越好, 而 D_i^- 越小越好。

3.6 灰关联投影系数

在对方案 s_i 进行排序时, 希望得到的最佳方案最靠近正理想方案, 同时又最远离负理想方案。定义灰关联投影系数 E_i 综合衡量方案 s_i 靠近正理想方案和远离负理想方案的程度。

定理1^[9] 对于方案 s_i , 假设其对正、负理想方案的灰关联投影值为 D_i^+ 和 D_i^- , 则其灰关联投影系数 E_i 为

$$E_i = \frac{D_i^{+2}}{D_i^{+2} + D_i^{-2}} \quad (21)$$

按照灰关联投影系数 E_i 的值从大到小进行排序, E_i 值最大对应的待评价方案最优。

3.7 评估算法

综上所述的原理和模型, 基于区间数灰关联投影的效能评估方法的步骤可以归纳如下:

步骤1 根据已知的方案集 S 和指标集 P , 构造混合型原始评价矩阵 X 。

步骤2 将评价指标值为精确数和三角模糊数的转化为区间数, 形成区间数初始评价矩阵 Y 。

步骤3 分别构造正理想区间数初始评价矩阵 Y^+ 和负理想区间数初始评价矩阵 Y^- 。

步骤4 对正、负理想区间数初始评价矩阵 Y^+ 和 Y^- 进行初值化处理, 分别得到正、负理想区间数评价矩阵 Z^+ 和 Z^- 。

步骤5 对正(负)理想区间数评价矩阵 Z^+ (Z^-) 的所有行向量分别相对于正(负)理想方案 s_0^+ (s_0^-) 的指标行向量计算灰关联系数, 从而构成正、负理想灰关联评价矩阵 G^+ 和 G^- 。

步骤6 计算灰关联投影权值向量 $\bar{w}$ 。

步骤7 计算各方案 s_i 对于正、负理想方案的灰关联投影值 D_i^+ 和 D_i^- 。

步骤8 计算各方案 s_i 的灰关联投影系数 E_i 。

步骤9 按照灰关联投影系数 E_i 的值从大到小进行排序, 对每个方案做出全面客观的评价。

4 算例分析

以文献^[10]是数据为例, 分析本节提出的模型及算法的有效性。对4种型号的武器装备进行效能评估, 其战术、技术指标如下表1所示。其中, 命中精度指标(CEP)用圆公算偏差表示, 载荷、机动性能、可靠性、可维修性指标为效益型指标, 命中精度、价格指标为成本型指标, 各指标的权重分别为0.2, 0.2, 0.1, 0.1, 0.2, 0.2。

Table1. Capability attribute of 4 differernt missile weapon
表1. 4种不同型号装备性能指标

装备型号	命中精度(km)	弹头载荷(kg)	机动性能(km/h)	价格(百万)	可靠性	可维修性
型号1	2.0	500	[55, 56]	[4.7, 5.7]	一般	很高
型号2	2.5	540	[30, 40]	[4.2, 5.2]	低	一般
型号3	1.8	480	[50, 60]	[5, 6]	高	高
型号4	2.2	520	[35, 45]	[4.5, 5.5]	一般	一般

(1) 根据三角模糊数与语言变量的对应关系, 用三角模糊数表示决策矩阵中的定性指标, 构造混合型原始评价矩阵 X 。

$$X = \begin{bmatrix} 2.0 & 500 & [55, 56] & [4.7, 5.7] & (0.4, 0.5, 0.6) & (0.8, 0.9, 1) \\ 2.5 & 540 & [30, 40] & [4.2, 5.2] & (0.2, 0.3, 0.4) & (0.4, 0.5, 0.6) \\ 1.8 & 480 & [50, 60] & [5.0, 6.0] & (0.6, 0.7, 0.8) & (0.6, 0.7, 0.8) \\ 2.2 & 520 & [35, 45] & [4.5, 5.5] & (0.4, 0.5, 0.6) & (0.4, 0.5, 0.6) \end{bmatrix}$$

(2) 将指标值为精确数和三角模糊数的转化为区间数, 形成区间数初始评价矩阵 Y 。

$$Y = \begin{bmatrix} [2.0, 2.0] & [500, 500] & [55, 56] & [4.7, 5.7] & [0.45, 0.55] & [0.85, 0.95] \\ [2.5, 2.5] & [540, 540] & [30, 40] & [4.2, 5.2] & [0.25, 0.35] & [0.45, 0.55] \\ [1.8, 1.8] & [480, 480] & [50, 60] & [5.0, 6.0] & [0.65, 0.75] & [0.65, 0.75] \\ [2.2, 2.2] & [520, 520] & [35, 45] & [4.5, 5.5] & [0.45, 0.55] & [0.45, 0.55] \end{bmatrix}$$

(3) 分别构造正理想区间数初始评价矩阵 Y^+ 和负理想区间数初始评价矩阵 Y^- 。

$$Y^+ = \begin{bmatrix} [1.8, 1.8] & [540, 540] & [55, 60] & [4.2, 5.2] & [0.65, 0.75] & [0.85, 0.95] \\ [2.0, 2.0] & [500, 500] & [55, 56] & [4.7, 5.7] & [0.45, 0.55] & [0.85, 0.95] \\ [2.5, 2.5] & [540, 540] & [30, 40] & [4.2, 5.2] & [0.25, 0.35] & [0.45, 0.55] \\ [1.8, 1.8] & [480, 480] & [50, 60] & [5.0, 6.0] & [0.65, 0.75] & [0.65, 0.75] \\ [2.2, 2.2] & [520, 520] & [35, 45] & [4.5, 5.5] & [0.45, 0.55] & [0.45, 0.55] \end{bmatrix}$$

$$Y^- = \begin{bmatrix} [2.5, 2.5] & [480, 480] & [30, 40] & [5.0, 6.0] & [0.25, 0.35] & [0.45, 0.55] \\ [2.0, 2.0] & [500, 500] & [55, 56] & [4.7, 5.7] & [0.45, 0.55] & [0.85, 0.95] \\ [2.5, 2.5] & [540, 540] & [30, 40] & [4.2, 5.2] & [0.25, 0.35] & [0.45, 0.55] \\ [1.8, 1.8] & [480, 480] & [50, 60] & [5.0, 6.0] & [0.65, 0.75] & [0.65, 0.75] \\ [2.2, 2.2] & [520, 520] & [35, 45] & [4.5, 5.5] & [0.45, 0.55] & [0.45, 0.55] \end{bmatrix}$$

(4) 对正、负理想区间数初始评价矩阵 Y^+ 和 Y^- 进行初值化处理, 分别得到正、负理想区间数评价矩阵 Z^+ 和 Z^- 。

$$Z^+ = \begin{bmatrix} [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] \\ [0.900, 0.900] & [0.926, 0.926] & [1.000, 0.933] & [0.894, 0.912] & [0.692, 0.733] & [1.000, 1.000] \\ [0.720, 0.720] & [1.000, 1.000] & [0.545, 0.667] & [1.000, 1.000] & [0.385, 0.467] & [0.529, 0.579] \\ [1.000, 1.000] & [0.889, 0.889] & [0.909, 1.000] & [0.840, 0.867] & [1.000, 1.000] & [0.765, 0.789] \\ [0.818, 0.818] & [0.963, 0.963] & [0.636, 0.750] & [0.933, 0.945] & [0.692, 0.733] & [0.529, 0.579] \end{bmatrix}$$

$$Z^- = \begin{bmatrix} [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] \\ [0.800, 0.800] & [0.960, 0.960] & [0.545, 0.714] & [0.940, 0.950] & [0.556, 0.636] & [0.529, 0.579] \\ [1.000, 1.000] & [0.889, 0.889] & [1.000, 1.000] & [0.840, 0.867] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] \\ [0.720, 0.720] & [1.000, 1.000] & [0.600, 0.667] & [1.000, 1.000] & [0.385, 0.467] & [0.692, 0.733] \\ [0.880, 0.880] & [0.923, 0.923] & [0.857, 0.889] & [0.900, 0.917] & [0.556, 0.636] & [1.000, 1.000] \end{bmatrix}$$

(5) 计算灰关联系数, 从而构成正、负理想灰关联评价矩阵 G^+ 和 G^- 。本文取 $\rho = 0.45$

$$G^+ = \begin{bmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.721 & 0.778 & 0.845 & 0.727 & 0.473 & 1.000 \\ 0.481 & 1.000 & 0.394 & 1.000 & 0.310 & 0.367 \\ 1.000 & 0.699 & 0.801 & 0.638 & 1.000 & 0.537 \\ 0.587 & 0.875 & 0.453 & 0.809 & 0.473 & 0.367 \end{bmatrix}$$

$$G^- = \begin{bmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.564 & 0.866 & 0.405 & 0.824 & 0.389 & 0.367 \\ 1.000 & 0.699 & 1.000 & 0.638 & 1.000 & 1.000 \\ 0.481 & 1.000 & 0.413 & 1.000 & 0.310 & 0.473 \\ 0.683 & 0.771 & 0.669 & 0.738 & 0.389 & 1.000 \end{bmatrix}$$

(6) 利用式(25)计算灰关联投影权值向量 $\bar{w}$ 。

$$\bar{w} = \{0.22, 0.22, 0.06, 0.06, 0.22, 0.22\}$$

(7) 计算各方案 s_i 对于正、负理想方案的灰关联投影值 D_i^+ 和 D_i^- 。

$$D_1^+ = 0.7482, \quad D_2^+ = 0.5583, \quad D_3^+ = 0.7984, \quad D_4^+ = 0.5823$$

$$D_1^- = 0.5549, \quad D_2^- = 0.9122, \quad D_3^- = 0.5829, \quad D_4^- = 0.7100$$

(8) 计算各方案 s_i 的灰关联投影系数 E_i 。

$$E_1 = 0.645, \quad E_2 = 0.273, \quad E_3 = 0.652, \quad E_4 = 0.402$$

(9) 按照灰关联投影系数 E_i 的值从大到小进行排序, 可得到4种型号的导弹装备的效能大小的次序为:

$$\text{型号3} > \text{型号1} > \text{型号4} > \text{型号2}$$

本算法所得的效能大小的次序与文献^[11]所得的评估结果一致, 说明本文提出的模型和算法是可靠的、合理和可行的。

5 结束语

本节综合了灰色系统理论和矢量投影方法, 根据区间数的运算法则, 提出了一种基于区间数灰关联投影的效能评估方法。该方法适用于混合型(如精确数、区间数、模糊数)多指标评价问题, 可回避区间数进行排序而造成的不确定性和计算量, 具有广泛的适用性。实例计算结果表明, 该模型的运算过程与评估过程的思维方式一致。与原有灰色关联投影法相比, 评估矢量的分辨程度和评估结果的可信性明显提高。

References (参考文献)

- [1] 关成启, 杨滢, 关世义. 导弹武器系统效能评估方法研究. 系统工程与电子技术[J]. 2000:22 (07): 32-36.
- [2] 张克, 刘永才, 关世义. 关于导弹武器系统作战效能评估问题的探讨. 宇航学报[J]. 2002:23 (02): 58-66.
- [3] 张洪波, 郑伟, 朱隆魁, et al. 弹道导弹进攻中多目标突防的效能分析. 宇航学报[J]. 2007:28 (02): 394-397.
- [4] 吴江, 黄登士. 区间数排序方法研究综述. 系统工程[J]. 2004:22(8): 1-4.
- [5] 党耀国. 区间数关联度的研究, 管理科学与系统科学研究新进展[C]. 第 8 届全国青年管理科学与系统科学学术会议论文集, 南京, 2005, 河海大学出版社, 2005: 1095-1099.
- [6] S L T. Ranking fuzzy numbers with integral value. Fuzzy Sets and Systems[J]. 1992: 50: 247-255.
- [7] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2005.
- [8] Chen J H, Zhao J G. Gray relational and fuzzy nearness analyses on the reliability study of power systems. Proceedings of CSEE[J]. 2002: 22(1): 59-63.
- [9] 柯宏发, 陈永光, 夏斌. 一种基于逼近于理想灰关联投影的多目标决策算法. 电子学报[J]. 2007:35(9): 1757-1761.
- [10] 夏勇其, 吴祈宗. 一种混合型多属性决策问题的 TOPSIS 方法. 系统工程学报[J]. 2004:19(6): 630-634.