

Blind Source Separation of Noisy Mixtures Based on Wavelet Transform and Higher Order Cumulants

LI Li, CUI Chen, WANG Libin

Department of information, Electronic Engineering Institute, Hefei, China

e-mail: lilieei@sohu.com

Abstract: A vital issue in signal processing is to realize Blind Source Separation of Noisy Mixtures. However, the most recent research achievements are about blind source separation in high Signal-to Noise Ratio (SNR). Aimed at the model of liner-instantaneous mixture, a new algorithm of blind source separation in low SNR is proposed. Combined with the technology of wavelet transform and the method of higher order cumulants, through the decision of the wavelet-decomposing layer, the effect of separation is improved. In the condition of simulation, the probability of successful separation and the performance index can reach to 87% and 0.3037 respectively even in low SNR of 5dB. The algorithm improves the quality of separation compared with the former algorithm.

Keywords: blind source separation; wavelet transform; higher order cumulants; noise

基于小波变换和高阶累积量的含噪盲源分离

李莉, 崔琛, 王粒宾

电子工程学院信息系, 合肥, 中国, 230037

e-mail: lilieei@sohu.com

【摘要】含噪盲源分离是信号处理中的重要研究问题。目前为止, 主要考虑的是高信噪比下的盲源分离问题。文章在现有盲源分离算法基础上, 针对线性瞬时混合模型, 提出一种新的低信噪比下的盲源分离算法。算法结合小波变换技术和高阶累积量方法, 通过合理选择小波分解层数, 大大改善了分离效果。在实验条件下, 当信噪比低至 5dB 时, 算法的成功概率和平均性能指数能够分别达到 87% 和 0.3037, 较以前算法有了较为显著的改善。

【关键词】盲源分离; 小波变换; 高阶累积量; 噪声

1 引言

盲源分离 (简称 BSS) 技术是信号处理领域中的一个重要分支, 在图像、语音、生物医学信号分析等方面均有广泛的应用。多种 BSS 算法在线性瞬时模型、卷积模型和非线性模型下取得了较好的分离效果。为了研究方便, 这些方法通常都不考虑噪声影响。然而, 噪声在很多情况下是不可忽略的, 噪声的存在使普通 BSS 算法性能下降甚至失效, 以致对信号的估计产生较大偏差。因此寻找有效的含噪 BSS 方法具有重要的理论价值和实际意义。

目前为止, 主要解决含噪 BSS 的方法有高阶累积量算法、偏差去除技术、极大似然法等^[1]。这些方法虽然可以同时完成波形恢复和噪声压制, 但存在计算复杂, 需已知模型参数等问题, 并且通常只能解决较高信噪比下的 BSS 问题^[2]。

文章在现有 BSS 算法的基础上, 提出一种新的结合小波变换技术和高阶累积量方法的含噪 BSS 算法, 对含有高斯白噪声的混合信号进行了仿真实验, 结果表明该算法可以较好地解决低信噪比下的 BSS 问题。

2 问题描述

2.1 含噪 BSS 模型

在含噪 BSS 问题中, 观测矢量 $x(t)$ 可以用式 (1) 简单描述为

$$x(t) = As(t) + N(t) \quad (1)$$

式中, $x(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]^T$ 为 n 维观测矢量, $s(t) = [s_1(t), \dots, s_n(t)]^T$ 为 n 维未知源信号, $A \in C^{n \times n}$ 为混合矩阵, $N(t) = [n_1(t), \dots, n_n(t)]^T$ 为 n 维加性高斯白噪声。每个观测信号 $x_i(t)$ 都是由 n 个未知源信号 $s_i(t)$ 的

瞬时混叠组成。含噪 BSS 问题就是在混合矩阵 A 和源信号 $s(t)$ 未知的情况下, 只根据观测数据向量 $x(t)$ 确定解混矩阵 W , 使得变换后的输出为 $y(t) = Wx(t) = WAs(t) + WN(t)$, 然后对 $y(t)$ 进行无噪声独立成分的估计, 最终实现从 n 个观测信号 $x_i(t)$ 中提取各个未知源 $s_i(t)$ 的目的。本文主要解决的是解混矩阵 W 的估计问题。

2.2 算法性能的评价依据

在 BSS 研究中, 算法的性能情况通常选用性能指数 PI 来表示^[3]

$$PI = \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\sum_{k=1}^n \frac{|g_{ik}|}{\max_j |g_{ij}|} - 1 \right) + \left(\sum_{k=1}^n \frac{|g_{ki}|}{\max_j |g_{ji}|} - 1 \right) \right\} \quad (2)$$

其中, g 为全局矩阵 $G = WA$ 的元素, $\max_j |g_{ij}|$ 表示 G 的第 i 行元素绝对值中的最大值。分离出的估计信号 y 与源信号 s 波形完全相同时 $PI=0$ 。PI 值越接近于 0, 说明算法分离效果越好。

为了便于比较算法性能, 文中假设: 如果采用一种 BSS 算法进行 N 次分离实验, 其中最终实现收敛并且收敛时的性能指数 PI 值不大于 0.5 的实验次数为 M , 则该算法的成功分离概率为 (M/N) 。

下文中主要采用性能指数 PI 和成功分离概率作为评价算法性能的依据。

3 基于小波变换的盲源分离算法

近年来, 一些学者尝试利用小波变换来改善 BSS 算法的性能^[4,5]。基于小波变换的 BSS 算法分为以下几步实现: 首先, 利用小波变换进行预处理, 对含噪观测信号 $x(t)$ 消噪, 得到尽可能纯净的分离信号 $x'(t)$ 。然后, 经过对解混矩阵 W 的估计, 得到独立的信号分量 $y(t)$, 将 $y(t)$ 进行无噪声独立成分估计。最终, 得到源信号 $s(t)$ 的估计 $s'(t)$ 。为方便表述, 下文简称该算法为 W.BSS 算法。其流程图如图 1 所示:

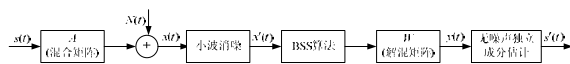


Figure 1. W.BSS algorithm flowgraph

W.BSS 算法利用小波变换技术对 $x(t)$ 进行消噪, 可以使算法收敛的概率提高, 并且收敛时的 PI 值下降。然而, 对含噪观测信号 $x(t)$ 的小波消噪不能进行得太彻底, 否则混合信号 $x'(t)$ 中的有用成分损失太

多, 最终分离信号会产生严重失真。正是因为如此, 在 $x'(t)$ 中仍存在不少噪声成分, 这些噪声成分将导致对解混矩阵 W 估计的精确性大幅下降^[4]。

4 基于小波变换和高阶累积量的改进的盲源分离方法

为了使最终分离信号不产生严重失真, 并且保证解混矩阵 W 的精确性。本文提出一种新的结合小波变换和高阶累积量的 BSS 方法。为方便表述, 下文简称该算法为 W.C.BSS 算法, 其流程图如图 2 所示。

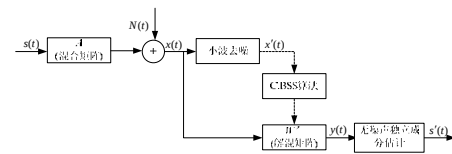


Figure 2. W.C.BSS algorithm flowgraph

为使表述更加清晰, 下面表 1 给出 W.C.BSS 算法的求解步骤:

在本文提出的 W.C.BSS 算法中有三处需要加以说明:

(1) 求解 $y(t)$ 时, 若采用 W.BSS 算法, $y(t)$ 如式 (4) 所示

$$y(t) = Wx'(t) = W(As(t) + N(t) - d_s(t) - d_n(t)) \\ = WAs(t) + WN(t) - Wd_s(t) - Wd_n(t) \quad (4)$$

其中, $d_s(t)$ 、 $d_n(t)$ 分别为在小波消噪预处理中去除的信号部分和噪声部分。若采用本文提出的 W.C.BSS 算法, $y(t)$ 如式 (3) 所示。通过比较式 (3) 和式 (4) 可以发现:

(a) 在本文提出的 W.C.BSS 算法中, 小波去噪更加彻底, 混合信号 $x'(t)$ 的信噪比随之增大, 促使解混矩阵 W' 的精确性提高。同时, 因为在 W.C.BSS 算法求解 $y(t)$ 时, 采用的是没有经过小波去噪的观测信号 $x(t)$ 。所以, 虽然小波去噪更加彻底, 但却并没有使信号产生较大幅度失真。

(b) 假设无噪声独立成分估计部分能够将所有噪声消去, 而不损失有用信号。那么,

采用 W.BSS 算法时, 有 $s'(t) = WAs(t) - Wd_s(t)$ 。而采用本文提出的 W.C.BSS 算法, 则 $s'(t) = W'As(t)$ 。又由于解混矩阵 W' 的估计比解混矩阵 W 的估计更加精确, 所以显而易见, 绝大多数情况下, 采用 W.C.BSS 算法时估计出的 $s'(t)$ 更接近于源信号 $s(t)$ 。

Table 1. The solution step of W.C.BSS algorithm

(1) 对观测信号 $x(t)$ 采用小波消噪处理得到混合信号 $x'(t)$;	
(2) 采用文献[3]中提出的一种鲁棒性较好的基于高阶累积量的盲源分离算法 (为方便表述, 下文简称该算法为 C.BSS 算法) 得出解混矩阵 W' ;	
(3) 利用式 (3) 求出 $y(t)$ 为	
$y(t) = W'x(t) = W'(As(t) + N(t)) = W'As(t) + W'N(t)$	(3)
(4) 对信号 $y(t)$ 作无噪声独立成分估计, 去除噪声成分, 最终得到 $s'(t)$ 为对源信号 $s(t)$ 的估计。	

采用 W.BSS 算法时, 有 $s'(t) = WAs(t) - Wd_s(t)$ 。而采用本文提出的 W.C.BSS 算法, 则 $s'(t) = W'As(t)$ 。又由于解混矩阵 W' 的估计比解混矩阵 W 的估计更加精确, 所以显而易见, 绝大多数情况下, 采用 W.C.BSS 算法时估计出的 $s'(t)$ 更接近于源信号 $s(t)$ 。

(2) 在具体应用时, 采用强制消噪处理方法对观测信号进行去噪, 取正交小波 sym8 作为实验中的最优小波基, 并假设在小波去噪时进行 L 层分解。 L 的取值对分离结果的影响非常大。针对这一情况, 在后面的仿真实验中, 选取不同的 L 进行重复实验, 对分离结果进行具体的分析比较发现: 使最终分离效果较好的 L 总是集中在几个值上。这主要是因为分解层数太低时消噪不彻底, 分解层数太高则信号失真过大, 都会使 PI 值大幅增大, 算法性能下降。据此, 在进行小波去噪时, 分离层数选取不同的 L 值, 分别求解出相对应的解混矩阵 W' , 选取能够使 PI 值最小的 W' 作为最终的解混矩阵。

(3) 由于高阶累积量不受高斯噪声的影响, 因此基于高阶累积量的估计方法能够在一定程度上避免高斯噪声带来的问题。实际上, C.BSS 算法在无噪声或信噪比较高的情况下, 也是能够有效分离信号的。只是当信噪比较低时, 常出现振荡, 无法实现收敛或收敛时的 PI 值较大, 分离结果达不到期望效果。

本文利用小波变换先对观测信号 $x(t)$ 进行消噪处理, 提高观测信号的信噪比。然后采用本身就有噪声抑制功能的 C.BSS 算法, 使低信噪比下算法收敛的概率大大提高, 并且收敛时的 PI 值也有较大幅度的降低, 即算法的成功分离概率提高。

5 仿真实验及结果分析

实验一: 进行 1000 次仿真实验, 观察在 5dB 信噪比下, 小波分解层数 L 和性能指数 PI 之间的关系, 如图 3 所示 (横坐标代表小波分解次数 L , 纵坐标代表平均 PI 值)。由图 3 可见, 当分解层数 L 为 3, 4 或 5 时 (被圆圈框住的三个点), 平均 PI 值较小, 算法性能较好。实际上, 通过实验可以发现, 当分解层

数 L 为 3, 4 和 5 时, 产生最小 PI 值的可能性将高达 80% 以上 (其中分解层数为 4, 5 时, 产生最小 PI 值的概率分别为 30% 左右; 分解层数为 3 时, 产生最小 PI 值的概率为 20% 左右)。据此在 W.C.BSS 算法中, 本文分别选取 3, 4 和 5 作为分离层数 L , 计算得到相应的 3 个解混矩阵 W' , 然后选取能够使 PI 值最小的 W' 作为最终的解混矩阵。

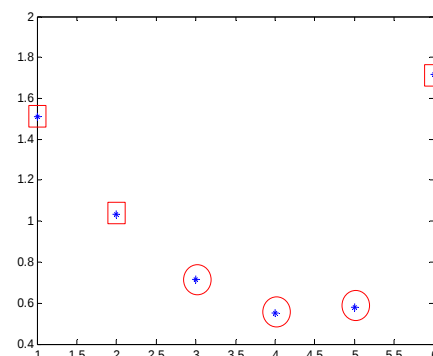


Figure 3. L-PI graph

实验二: 为验证本文算法的分离效果, 设计如下实验:

3 个传感器接收来自 3 个源信号的瞬时混合信号, 这 3 个源信号的表达式为:

$$s_1(t) = 0.1\sin(350t)\sin(60t),$$

$$s_2(t) = 0.1\sin(800t)\sin(80t),$$

$$s_3(t) = 0.1\cos((400t) + 4\cos(80t)), \text{ 采样率为 } 10\text{kHz}.$$

混合矩阵 A 为随机产生的 3×3 维矩阵, 加入高斯白噪声, 信噪比为 5dB。图 4 为分离效果图 (本文主要解决的是解混矩阵 W' 的估计问题, 为了更直观地观察实验效果, 判断解混矩阵 W' 的估计是否精确, 在式 (3) 的 $y(t)$ 中直接减去 $W'N(t)$ 作为分离信号)。由图 4 可见, 分离效果还是比较理想的。

实验三: 通过表 2 直观地反映出 C.BSS 算法, W.BSS 算法 (根据文献[4], 小波消噪层数为 2) 和本文提出的 W.C.BSS 在不同信噪比下的性能变化情况。

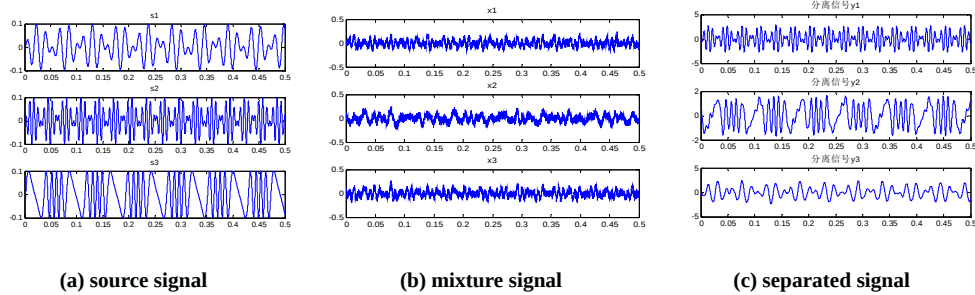


Figure 4. Separation effect graph

Table 2. Separation effect in different SNR

成功分离概率/平均 PI	15dB	10dB	5dB	0dB
C.BSS 算法	100%/ 0.0566	66%/ 0.6900	6%/1.8823	1%/2.7598
W.BSS 算法	100%/ 0.0413	97%/ 0.1388	42%/ 1.0219	4%/ 2.0819
W.C.BSS 算法	100%/0.0376	100%/0.0712	87%/0.3037	26%/1.0488

由表可见，在高信噪比的情况下，三种方法差别不大，均可以取得较为理想的分离效果。但随着信噪比的降低，特别是当信噪比低至 5dB 时，采用 C.BSS 算法，成功分离概率仅为 6%，采用 W.BSS 算法，成功分离概率也不足 50%，而如果采用 W.C.BSS 算法，成功分离概率则高达 87%，并且平均 PI 仅为 0.3037。可见 W.C.BSS 算法较 C.BSS 算法和 W.BSS 算法在性能上有较大幅度的提高。但是，进一步的仿真实验表明，当信噪比继续降低时，W.C.BSS 算法性能也会随之下降，如：当信噪比为 0dB 时，成功分离概率和平均 PI 值分别变为 26%和 1.0448。

6 结束语

含噪盲源分离具有重要的理论价值和实用价值。本文提出了一种结合小波变换技术和高阶累积量方法的含噪盲源分离方法——W.C.BSS 算法，并对小波分解层数的选取方法进行了讨论。仿真实验表明，本文算法在信噪比较低时，分离效果较 C.BSS 和 W.BSS 算法有较大改善。但是当信噪比降到 0dB 时，W.C.BSS 算法性能也有所下降，有待于进一步改进。同时在实际情况中，含噪盲源分离的情况较为复杂，可能包含卷积模型、非线性模型等，本文只考虑了线性瞬时模型下的含噪盲源分离问题，下一步将尝试对其进行完

善和补偿，以期能解决实际情况中的含噪盲源分离问题。

致谢

笔者感谢实验室的同学们对文章提出的宝贵意见！

References (参考文献)

- [1] A.Hyvarinen, J.Karhunen, and E.Oja. Independent Component Analysis. Wiley, 2001.
- [2] Xiang Qian, LIN Chun-sheng, Adaptive Algorithm for Blind Source Separation from Instantaneous Noisy Mixtures[J], Journal of Data Acquisition &Processing, 2006,21(1):42-45. 向前, 林春生, 程锦芳.噪声背景下的盲源分离算法[J]. 数据采集与处理, 2006, 21 (1): 42-45.
- [3] Cichocki A, Unbehauen R, Moszczynski L, Rummert E. A new online adaptive learning algorithm for blind separation of source signal [A]. Taiwan, 1994. 406-411.
- [4] Zhao Cai-hua, Liu Ju, Sun Jian-de, Yan Hua. Blind Separation of Noisy Speech Mixtures Based on Wavelet Transform and Independent Component Analysis[J]. 2006, 28(9):1565-1568. 赵彩华, 刘璐, 孙建德, 闫华.基于小波变换和独立分量分析的含噪混叠语音盲分离[J].电子与信息学报, 2006, 28 (9): 1565-1568.
- [5] A.Paraschiv-Ionescu, C.Jutten, K.Aminian, B.Najafi, Ph.Robert. Source separation in strong noisy mixtures: A study of wavelet de-noising pre-processing. IN ICASSP'2002,Orlando, Floride, 2002.
- [6] Sergio Cruces, Luis Castedo, Andrzej Cichocki. Robust blind source separation algorithms using cumulants[J]. Neuro-computing , 49(2002) 87-118.