

The Accurate Parametric Design and Motion Analysis of Gleason Spiral Bevel Gears

TANG Zhaoping¹, SUN Jianping²

1. School of Mechanical and Electrical Engineering, East China Jiao Tong University, Nanchang, China

2. School of Railway Transportation, East China Jiao Tong University, Nanchang, China

e-mail: tzp@ecjtu.jx.cn, sunjianping@ecjtu.jx.cn

Abstract: Gleason spiral bevel gears' teeth shapes are complicated. In length direction, their generating curves are producing shape wheel arc teeth curve, however, in profile direction, they are spherical involutes. In computer aided design, it is usual to adopt proximately back cone involutes, building model is difficult and accuracy is not nice. The paper analyzed the processing characteristic and the jugged formation principle, deduced out the arc tooth curve equation, realized to build precisely the Gleason spiral bevel gears model and entire parameterization design in Pro/Engineer Wildfire 2.0 environment. Applying virtual assemble and motion simulation technology, In design stage, it can realize to detect visually assembling intervenes of gear pair, and analyze the rationality of movement parameters such as location, speed, acceleration, nothing but load, impulsive force.

Keywords: computer aided design; parametric design; motion analysis; Pro/E; Gleason spiral bevel gears

格利森弧齿锥齿轮的精确参数化设计与运动仿真分析

汤兆平¹, 孙剑萍²

1. 华东交通大学机电工程学院, 南昌, 中国, 330013

2. 华东交通大学轨道交通运输学院, 南昌, 中国, 330013

e-mail: tzp@ecjtu.jx.cn, sunjianping@ecjtu.jx.cn

【摘 要】格利森弧齿锥齿轮齿形复杂, 其齿长方向是产形轮圆弧齿线, 齿廓方向为精确的球面渐开线, 在计算机辅助设计中常采用背锥渐开线近似, 建模困难, 精度不佳。本文分析了这种齿轮的加工特点和齿形形成原理, 推导出圆弧齿线方程, 在 Pro/E Wildfire 2.0 的环境下, 实现格利森弧齿锥齿轮的精确建模和全参数化设计。应用虚拟装配与运动仿真技术, 可在设计阶段对齿轮副干涉检测以及位置、速度、加速度、净负荷、冲力等产品运动参数的合理性分析。

【关键词】计算机辅助设计; 参数化设计; 运动仿真分析; Pro/E; 格利森弧齿锥齿轮

1 精确参数化建模的思路

格利森 (Gleason) 弧齿锥齿轮是我国机械产品中引进最早、应用最广的齿轮之一。它的齿形复杂, 齿长方向是一段复杂的产形轮圆弧齿线, 齿廓方向为精确的球面渐开线^[1]。由于球面渐开线无法展开成平面, 在建模与分析其传动时, 一般采用背锥渐开线近似, 虽然背锥渐开线与球面渐开线非常接近且建模方便, 但存在误差。加上圆弧齿线的复杂性, 给其精确建模带来了难度。

本文首先分析格利森弧齿锥齿轮加工和啮合原理, 推导出产形轮圆弧齿线方程, 根据计算机图形学、空间

运动学的理论和锥齿轮球面渐开线方程, 利用 Pro/E 基准曲线方程功能建立精确的曲线, 将产形轮圆弧齿线向齿轮坯料锥面投影, 得到锥面展成线并以其为轨迹线, 以球面渐开线、齿根圆等绘制截面线, 对圆锥齿轮坯料切制齿槽, 可得到精确的弧齿锥齿轮模型。

建模时将齿轮主要尺寸参数化, 还可通过调整参数值, 得到不同尺寸规格的齿轮, 改善了图形的修改手段, 提高了设计的柔性。利用 Pro/E 内部开发工具中的程序和关系式功能, 还能控制产形轮圆弧齿线的锥面展成线轨迹随螺旋角 (正负、大小) 的改变而相应变化, 这也是该齿轮参数化设计的难点和关键。在完成精确参数化建模基础上, 进一步生成齿轮副, 应用虚拟装配与运动仿真技术, 实现了在设计阶段可视地对装配进行干涉检

资助信息: 华东交通大学校立科研基金资助, 项目编号:06ZKQT01
江西省载运工具与装备重点实验室资助

测以及产品设计的合理性分析,为后续的虚拟制造打下基础。

2 圆弧齿线方程的推导

格利森弧齿锥齿轮的轮齿为圆弧收缩齿,一般采用单分齿的端面铣削方法,用冠状刀盘在格利森铣齿机上切制而成。铣制时刀盘固定在机床摇台上,绕本身轴线旋转形成主运动。机床摇台带着刀盘运动,工件齿轮也同时旋转,形成展成运动(图1)。

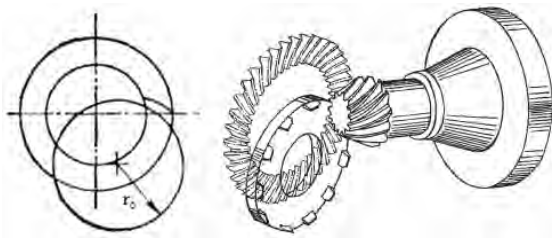


Figure 1. Face-milling of incremental index
图 1. 单分齿的端面铣削法

为了得到满足啮合要求的局部共轭的弧齿锥齿轮副,需要根据齿轮啮合和齿面修正的基本原理以及齿轮切齿计算图(图2),计算出机床调整参数。

选择计算基点为轮齿槽中点 \$O\$, 如图2所示, 坐标系 \$\sigma_g[O_g; i_g, j_g, k_g]\$ 的坐标原点位于产形轮中心, \$i_g\$ 在大轮根锥节平面内, 过 \$O\$ 点且与大轮根锥平行; \$k_g\$ 平行于产形轮轴线。\$\sigma_c[O_c; i_c, j_c, k_c]\$ 为与大轮铣刀盘固连的坐标系。\$\sigma_R[O; i_R, j_R, k_R]\$ 为建立在计算基点的坐标系, \$k_R\$ 与大轮根锥平行, \$i_R\$ 与相对运动方向重合。计算出如下机床调整参数:

$$\begin{aligned} x = & \cos(\beta + \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta} - 90) \cos(360t) \sqrt{L_{cf}^2 + (\frac{L \cos \beta}{\cos(\arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})})^2 - 2L_{cf} \frac{L \cos \beta}{\cos(\arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})} \cos(\beta + \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})} \\ & - \sin(\beta + \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta} - 90) \sin(360t) \sqrt{L_{cf}^2 + (\frac{L \cos \beta}{\cos(\arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})})^2 - 2L_{cf} \frac{L \cos \beta}{\cos(\arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})} \cos(\beta + \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})} \\ & + \frac{L \cos \beta}{\cos(\arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})} \cos(\beta + \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta}) \\ y = & \sin(\beta + \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta} - 90) \cos(360t) \sqrt{L_{cf}^2 + (\frac{L \cos \beta}{\cos(\arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})})^2 - 2L_{cf} \frac{L \cos \beta}{\cos(\arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})} \cos(\beta + \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})} \\ & + \cos(\beta + \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta} - 90) \sin(360t) \sqrt{L_{cf}^2 + (\frac{L \cos \beta}{\cos(\arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})})^2 - 2L_{cf} \frac{L \cos \beta}{\cos(\arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})} \cos(\beta + \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})} \\ & + \frac{L \cos \beta}{\cos(\arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta})} \sin(\beta + \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta}) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} j = \arctan \frac{r_u - L \sin \beta}{L \cos \beta} \\ q = \beta + j \\ S = \frac{L \cos \beta}{\cos j} \\ \begin{cases} L_f = \frac{L \sin \delta}{\sin \delta_f} \\ L_{cf} = L \cos \theta_f \end{cases} \end{cases}$$

式中: \$\beta\$——螺旋角; \$r_u\$——刀尖半径; \$L\$——中点锥距; \$j\$——刀位计算中间夹角; \$q\$——刀位极角; \$S\$——径向刀位; \$\delta\$——分锥角; \$\delta_f\$——根锥角; \$\theta_f\$——齿根角; \$L_f\$——齿轮工艺节锥的节锥距; \$L_{cf}\$——齿轮产形轮节锥的节锥距。

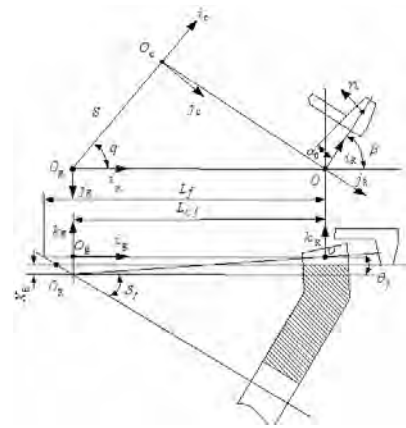


Figure 2. Calculation picture of gear wheel gear cutting
图 2. 齿轮切齿计算

根据以上机床调整参数,推导出圆弧齿线方程(式中 \$t\$ 为参变量):

3 锥齿轮参数化建模的步骤

3.1 建立设计锥齿轮的相关参数

利用 Pro/E 提供的参数 (Parameters) 与关系 (Relations) 功能, 先将格利森弧齿锥齿轮的模数、螺旋角、旋向、齿数等参数设置如表 1。再输入如下的关系:

```
de=m*z      /*大端分度圆直径
delta=atan(z/zd)  /*分锥角
Re=de/(2*sin(delta)) /*大端锥距
Ri= Re-b /*小端锥距
L= Re-b/2 /*中点锥距
hf=(hax+cx-x)*m /*齿根高
ha=( hax +x) *m /*齿顶高
dfe=de-2*hf*cos(delta) /*大端齿根圆直径
dae= de+2*ha*cos(delta) /*大端齿顶圆直径
hfd=(hax+cx+x)*m /*配对齿轮齿根高
dm=de-b*sin(delta) /*齿宽中点分度圆直径
Rp=0.5*dm/sin(delta) /*冠轮参考点分度圆半径
p=pi*m /*分度圆齿距
e=p/2 /*分度圆齿槽宽
s=p/2 /*分度圆齿厚
db=Re*sin(delta)*cos(alpha)*2 /*基圆直径
tha=asin(sin(delta)*cos(alpha)) /*齿轮基锥角
pb=pi*db/z /*基圆齿距
sb=s*db/de-db*(alpha*pi/180-tan(alpha)) /*基圆齿厚
eb=pb-sb /*基圆齿槽宽
angle=(eb/db)*(180/pi) /*基圆半齿槽宽所对圆心角
j=atan((ru-L*sin(betam))/L*cos(betam))
/*刀位计算中间夹角
q= betam+ j /*刀位极角
ss= (L*cos(betam))/cos(j) /*径向刀位
x0=ss*cos(q) /*原点坐标变换 x0
y0=ss*sin(q) /*原点坐标变换 y0
thdaf=atan(hf/ Re) /*齿根角
deltaf=delta-thdaf /*根锥角
thdaa=atan(hfd/ Re) /*齿顶角
deltaa=delta+thdaa /*顶锥角
Lcf=L*cos(thdaf) /*产形轮节锥距
rx=(Lcf^2+ss^2-2*Lcf*ss*cos(q))^0.5 /*弧线半径
faifai=q+asin(Lcf*sin(q)/rx)-180 /*坐标变换夹角
```

Table 1. The parametric table

表 1. 参数设置表

参 数	大端模数 m	齿数 z	配对齿 数 zd	螺旋角 betam	齿轮 宽度 b	旋向 xuan
值	12	35	18	35	80	1
参 数	径向变位 系数 x	齿顶高 系数 hax	齿顶间 隙系数 cx	刀齿形 角 alpha	刀盘名 义半径 ru	
值	0.29	0.85	0.188	20	165.12	

3.2 创建所需基准曲线及锥齿轮坯料

3.2.1 创建产形轮分度圆

在 Pro/E 默认的笛卡尔坐标下, 创建一基准曲线 (图 3), 在记事本中输入方程:

```
x=rp*cos(t*360)
y=rp*sin(t*360)
z=0
```

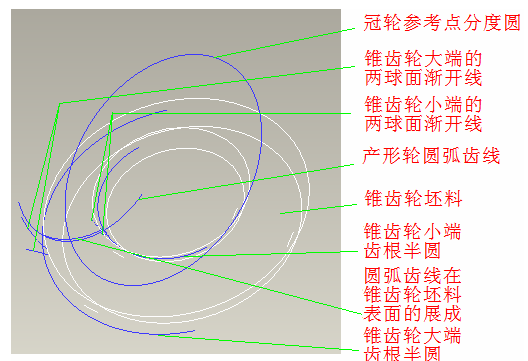


Figure 3. To create the necessary benchmark curve

图 3. 创建所需的基准曲线

3.2.2 创建产形轮圆弧齿线

在同样的坐标下输入方程:
/* 齿轮左旋时 xuan=1,右旋则 xuan= -1
xx=cos(120*(t-0.5))* rx
yx=sin(120*(t-0.5))* rx
x=xx*cos(faifai)-yx*sin(faifai)+x0
y=(xx*sin(faifai)+yx*cos(faifai)+y0)*xuan
z=0

3.2.3 创建锥齿轮坯料

创建基准点、轴线、面及草绘 (图 4), 草绘绕中心线旋转 360°便可得锥齿轮坯料实体。根据实践经验, 草绘的平面最好选择过基准轴线, 与 front 平面夹角等于分度圆锥角。这是由于旋转实体表面将被草绘

平面分割为两个面,若齿坯锥面被与 front 平面垂直的基准面分割开,则后面创建的产形轮圆弧齿线锥面展成线也将被分割开,给后续的 swept blend 轨迹线的绘制与选取带来极大的困难,这也是实现齿轮旋向参数化的关键。

建模时,若齿轮坯料宽度为齿轮宽度值,由于产形轮圆弧齿线的锥面展成线轨迹的螺旋旋转,必将造成坯料的两端面处的齿槽切口形状不完全。操作时,可将齿轮坯料宽度向两端各延长 0.1 倍宽度,保证 swept blend 切透齿槽齿轮宽度,之后再再将坯料两端多余处用 revolve tool 去除。

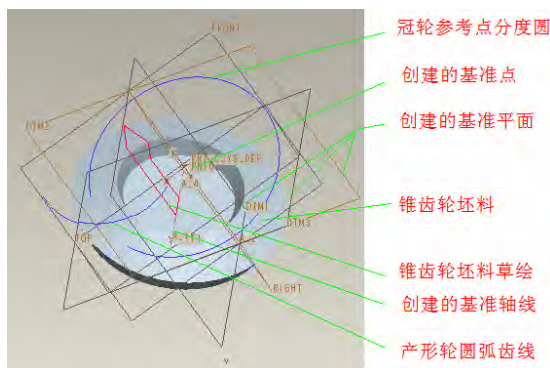


Figure 4. The necessary datum points, axis, planes and sketch for establishing cone gear

图 4. 创建锥齿轮所需的基准点、轴线、面及草绘

3.2.4 创建产形轮圆弧齿线锥面展成线

选取齿轮坯料锥面作为曲面,产形轮圆弧齿线作为曲线,front 平面作为投影平面,通过向曲面投影,获得圆弧齿线锥面展成线。

3.2.5 创建两条小端球面渐开线及齿根圆

为使创建的锥齿轮小端的两条球面渐开线关于锥面展成线对称,现创建一新坐标系,新坐标系原点不变,Z 轴经过齿轮坯料旋转中心,指向齿轮锥顶,XZ 平面经过展成线在锥面小端的端点,X 轴正方向背离端点。

在新坐标系的笛卡尔坐标系下,输入一小端球面渐开线方程:

$$fai=t*65$$

$$psai=fai*\sin(\delta)*\cos(\alpha)$$

/*定义未旋转的球面渐开线,坐标为中间量

$$x1=Re*(\sin(fai)*\sin(psi)+\cos(fai)*\cos(psi)*\sin(\theta))$$

$$y1=Re*(-\cos(fai)*\sin(psi)+\sin(fai)*\cos(psi)*\sin(\theta))$$

$$z1=Re*\cos(psi)*\cos(\theta)$$

/*定义小端旋转后的球面渐开线,*0.9 是使齿槽能切穿齿轮宽度

$$x=-(x1*\cos(\text{angle})-y1*\sin(\text{angle}))*Ri/Re*0.9$$

$$y=(x1*\sin(\text{angle})+y1*\cos(\text{angle}))*Ri/Re*0.9$$

$$z=-z1*Ri/Re*0.9$$

创建另一小端球面渐开线,x、z 与上同,y 则为:

$$y=-(x1*\sin(\text{angle})+y1*\cos(\text{angle}))*Ri/Re*0.9$$

创建小端齿根圆,方程如下:

$$x=(dfe/2*\cos((t-0.5)*360))*Ri/Re*0.9$$

$$y=(dfe/2*\sin((t-0.5)*360))*Ri/Re*0.9$$

$$z=-(Re*\cos(\theta)+db/2*\tan(\theta)-dfe/2*\tan(\theta))*Ri/Re*0.9$$

3.2.6 创建两条大端球面渐开线及齿根圆

创建过程与上同,但新坐标系 XZ 平面经过展成线在锥面大端的端点。

在新坐标系的笛卡尔坐标系下,输入一大端球面渐开线方程:

/*定义一球面渐开线

$$fai=t*65$$

$$psai=fai*\sin(\delta)*\cos(\alpha)$$

/*定义未旋转的球面渐开线,坐标为中间量

$$x1=Re*(\sin(fai)*\sin(psi)+\cos(fai)*\cos(psi)*\sin(\theta))$$

$$y1=Re*(-\cos(fai)*\sin(psi)+\sin(fai)*\cos(psi)*\sin(\theta))$$

$$z1=Re*\cos(psi)*\cos(\theta)$$

/*定义旋转后的球面渐开线,*1.1 是使齿槽能切穿齿轮宽度

$$x=-(x1*\cos(\text{angle})-y1*\sin(\text{angle}))*1.1$$

$$y=(x1*\sin(\text{angle})+y1*\cos(\text{angle}))*1.1$$

$$z=-z1*1.1$$

创建另一大端球面渐开线,x、z 与上同,y 则为:

$$y=-(x1*\sin(\text{angle})+y1*\cos(\text{angle}))*1.1$$

创建大端齿根圆,方程如下:

$$x=dfe/2*\cos((t-0.5)*360)*1.1$$

$$y=dfe/2*\sin((t-0.5)*360)*1.1$$

$$z=-(Re*\cos(\theta)+db/2*\tan(\theta)-dfe/2*\tan(\theta))*1.1$$

3.3 切除齿轮齿槽并阵列

选取前面创建的产形轮圆弧齿线锥面展成线为轨迹线,再利用大小端球面渐开线、齿根圆投影草绘截面,扫描混合切除一个齿槽。

以轴的方式进行轴线阵列,阵列 35 个,夹角 $(360/35)^\circ$ 。对阵列进行编辑,输入以下关系:

$$P389=z \quad /*阵列轮齿个数$$

$D386=360/z$ /*阵列轮齿夹角

3.4 完善齿轮

去除坯料两端多余处,挖轴孔、开键槽、倒圆角,完善齿轮(图5)。

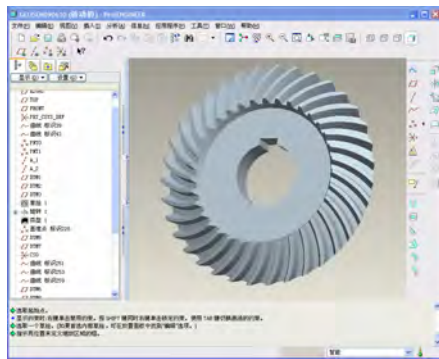


Figure 5. Improved and perfected gear
图 5. 完善后的齿轮($m=12, z=35, \beta=35, \delta=62.78, b=80, ha^*=0.85, c^*=0.188, x=-0.29, \alpha=20$, 右旋)

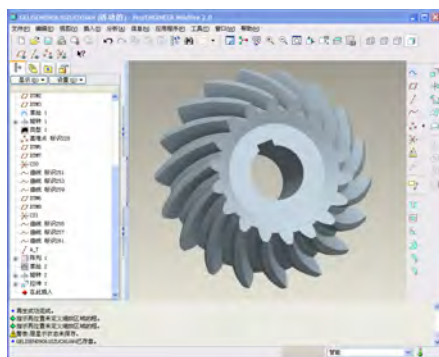


Figure 6. The gear which parameter is changed
图 6. 改变参数的齿轮($m=12, z=18, \beta=35, \delta=27.22, b=80, ha^*=0.85, c^*=0.188, x=-0.29, \alpha=20$, 左旋)

4 参数程序设计

通过 Pro/E Wildfire 2.0 内嵌的 Program 模块,利用程序来设计全尺寸驱动的零件,可以有效地解决相似零件的系列化设计问题。生成的 Program 文件是一个记录文件,记录着模型的成型步骤和成型条件等信息,大部分内容由 Pro/E 自动生成,不需要从头至尾编写整个程序,用户可以根据设计意图对 Pro/E 自动产生的特征 Program 文件进行编辑。

进行参数转换程序设计时,利用“tools/ program/ edit design”,在 input 与 end input 间添加如下程序:

z number =35

“请输入齿数:”

m number =12

“请输入模数:”

betam number=35

“请输入螺旋角:”

.....

注意:程序中提示性语言的标点符号须为英文半角。这样,在设计齿轮时,只需再生基本模型,根据系统的提示输入不同的设计变量,即可生成所要求的锥齿轮(图6)。

5 配对齿轮的虚拟装配仿真

现以一对配对齿轮为例,在 Pro/E Wildfire 2.0 的环境下,对其进行虚拟装配仿真。

实际使用中,齿轮可以与轴一起旋转,也可以轴固定,齿轮在轴上旋转。以第二种情况为例,先建立两根轴,建模时应考虑好齿轮安装时轴的相应位置(两轴夹角等于两分度锥之和)及所需的基准点(取与齿轮建模中创建的分度圆锥顶点对应),以方便装配齿轮。

首先分别引入两根轴元件,以缺省方式装配。接着再引入两齿轮元件,选择销钉连接方式、齿轮与轴轴对齐、分度圆锥顶点与基准点平移(图7)。

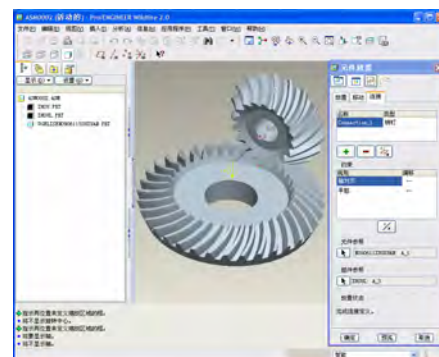


Figure 7. Define of assembly connection
图 7. 装配连接的定义

由于两齿轮是用同一个参数化模型通过改变参数,保存不同副本而得到的,因此装配后必然是齿厚对齿厚。故需将第二个齿轮旋转半个轮齿角度,以实现齿厚对齿槽啮合。装配后,可将两轴隐藏。

连接定义完成后,可以通过机械模块给它们添加相应的驱动,进行运动仿真。

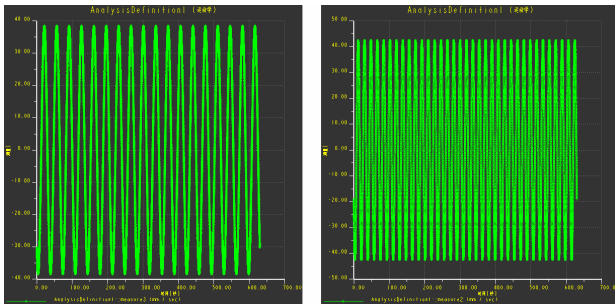


Figure 8. Speed's Y component artwork and data of point on big (left) and small (right) gear

图 8. 大(左)小(右)齿轮上点的速度 Y 分量图形和数据

选择应用程序——机构(Mechanism), 进入机构模块, 点击“定义伺服电动机”按钮, 分别新建 ServoMotor1 和 ServoMotor2, 在“类型”标签中选取装配时定义的轴对齐为连接轴、移动类型为旋转; 在“轮廓”选项卡中定义: 规范设置为速度, 模设置为常数, A 设置为 360 除以各齿轮齿数, 以保证大小齿轮啮合运动时的传动比要求。

点击“运动分析”按钮, 新建 AnalysisDefinition1, 在其对话框优先选项卡中, 设置开始时间、长度与帧频。单击运行, 可以观看见机构的运行情况。

6 仿真结果的分析

6.1 干涉分析

在机构模块中, 点击“回放”按钮, 可在对话框干涉选项卡中, 动态地检测各零件间干涉情况; 点击播放当前结果集——捕获, 可制作 mpg 格式的视频。

6.2 运动参数分析

本机构模块中可进行的分析测量的量有: 位置、速度、加速度、连接反作用、净负荷、冲力等。

为分析大小齿轮的相对运动, 必须先要在装配图中

建立分析测量参考坐标系, 注意该坐标系应在装配图中建立, 不能跟随齿轮转动而旋转。

点击“生成分析的测量结果”按钮, 显示测量结果对话框, 在测量栏内新建测量 Measure1, 输入需要的量, 如选中“分别绘制测量图形”, 点击对话框中“绘制选定结果集所选测量的图形”按钮, 设定的量将以图形和数据的形式输出, 直观准确(图 8)。

从以上运动仿真输出的图形中可以看出:

(1) 大小齿轮速度 Y 分量成正弦余弦规律变化。与实际运转中齿轮作圆周运动规律吻合。

(2) 大齿轮 Y 分量有 18 个正弦波, 小齿轮 Y 分量有 35 个正弦波, 与实际运转中大小齿轮啮合传动比规律吻合。

由此可见, 以上所有的仿真结果与理论计算结果相同, 与实际情况也相符合。

致谢

感谢团队负责人周新建教授、博士的指导以及其他成员的协助。

感谢华东交通大学校立科研基金资助(项目编号:06ZKQT01); 同时对江西省载运工具与装备重点实验室的工作人员提供的帮助表示感谢。

References (参考文献)

- [1] Wang Qingyun, "The study of CAD & modeling system for Klingelnberg cycloid bevel gears", Dissertation, Beijing: Beijing University of Technology, 2006,5:9-15 (Ch).
王青云, 克林贝格摆线锥齿轮 CAD 及仿真系统的研究与开发[D], 北京:北京工业大学, 2006:5, 9-15.
- [2] Liu Kai, "Research on Motion Analysis and Control System of Spiral Bevel Gear NC Milling Machine", Dissertation, Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007,8:25-31 (Ch).
刘凯, 弧齿锥齿轮数控铣齿机运动分析及控制系统研究[D], 南京:南京航空航天大学, 2007,8:25-31.