

Cooperative Optimization Method for Train Timetabling Problem of Railway Network

Ming Xia, Leishan Zhou, Xiaohong Fang, Yixiang Yue, Yanfang Zhou

School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing, China

Email: 04114216@bjtu.edu.cn

Abstract: As a core technology and a difficult work for network and information construction of railways, train timetabling problem of railway network is an important issue to keep the orderliness in sections. Based on the analysis of its own speciality, a train timetabling optimal model for railway network with both single track and double track lines was set up according to the discrete event system characteristics. In this way, the consistency of description and solution for complex railway network are met. A collaborative evolutionary ant colony algorithm was presented to realize integrated operation of railway network based on the optimization policy and algorithm for multi-layers coordination. In addition, the mechanism of collaborative evolution was adopted in the calculation of fitness function value to ensure that the fitness of individual changes sensitively with the changing of collaboration schemes, accordingly avoiding the search procedure sinking into local optima. A specific railway network is taken as an example to simulate this method, which showed it can could guarantee practicability and adaptability for complex network structure, and meet the actual demands.

Keywords: train timetabling; railway network; cooperative optimization; ant colony algorithm; collaborative evolution

网络列车运行图的协同优化方法研究

夏明, 周磊山, 房霄虹, 乐逸祥, 周艳芳

北京交通大学交通运输学院, 北京, 中国, 100044

Email: 04114216@bjtu.edu.cn

【摘要】网络列车运行图的协同优化是铁路网络化、信息化建设的一个核心技术和难点, 关系到行车秩序的优劣。在分析其自身特点基础上, 依据列车运行过程的离散事件动态系统特性, 构建基于路网的列车运行图编制优化模型, 保证了复杂路网情况下列车运行图描述的一致性。设计了一种基于分层优化策略的协同进化蚁群算法来求解该问题, 并提出路网协同评价算法, 使协作区段运行方案的变化能灵敏的反映到个体的适应值上, 有效地避免了搜索路径陷入局部最优解。最后, 以某铁路网络为例进行了模拟实验, 证明该算法具有较强的实用性和对复杂路网结构的适应性, 能够满足网络列车运行图协同编制的要求。

【关键词】列车运行图; 铁路路网; 协同优化; 蚁群算法; 协同进化

1 引言

列车运行图是铁路运输工作的综合性计划, 是铁路行车组织工作的基础。列车运行图编制问题是指在满足车站和区间各种时间间隔的前提下, 以列车旅行时间最少、机车消耗最少等为目标, 为每一作业对象确定具体的作业地点和作业时间, 包括: 列车在车站的具体的到

达和出发(或通过)时刻、列车在区间的运行时间、列车在车站的停站时间以及机车交路等具体的作业安排。

由于路网规模庞大, 为了降低运行图编制工作的复杂性铁路系统被划分为若干调度区段分段编制。国内外许多学者应用运筹学^[1]、人工智能^[2]、离散事件动态系统^[3]和智能计算等方法^[4,5]对运行图编制问题进行了有意义的研究。

但是, 列车在路网中各区段的运行并不是完全孤

基金项目: 北京市自然科学基金 (9082012); 铁道联合基金重点项目 (60736047)。

立的，而是紧密衔接的^[6]。如果在网络列车运行图编制过程中不考虑各区段间行车计划的协同配合对编制效果的影响，就无法实现全局优化。本文充分考虑网络列车运行图编制的整体性特点，建立了复杂路网情况下列车运行图协同编制问题(Railway Network Train Timetabling Cooperative Optimization Problem, RNTTCOP)的优化模型。然而，随着路网规模的增大，求解这样一个全局优化问题是非常困难的。近年来，蚁群算法在解决大规模复杂问题中表现出描述能力强、鲁棒性高和便于融入协同进化思想等优势^[7]。鉴于此，本文设计了一种协同进化蚁群算法(Cooperative Evolutionary Ant Colony Algorithm, CEACA)来对RNTTCOP进行求解，为实现复杂路网运行图计算机自动编制奠定基础。

2 RNTTCOP 描述

考虑如图 1 所示的两个相邻的调度区段，由于在制定运行计划过程中，不研究列车的运动过程，只求解列车在车站的到发时间，因而列车的运行过程可视为离散的^[3]。这样，若以调度区段为“生产车间”，以区间为“加工机器”，以列车为“加工工件”，以列车“位移”为“加工产品”，把列车占用区间封装为一个“事件”，将列车运行路径的信息融入“事件”形成列车“加工作业”，那么，网络列车运行图编制问题可以抽象为列车在“生产车间”的“加工机器”上进行“加工作业”产出“加工产品”的多车间协同生产调度问题(Multi-workshop Planning and Scheduling Problems, MWSP)。

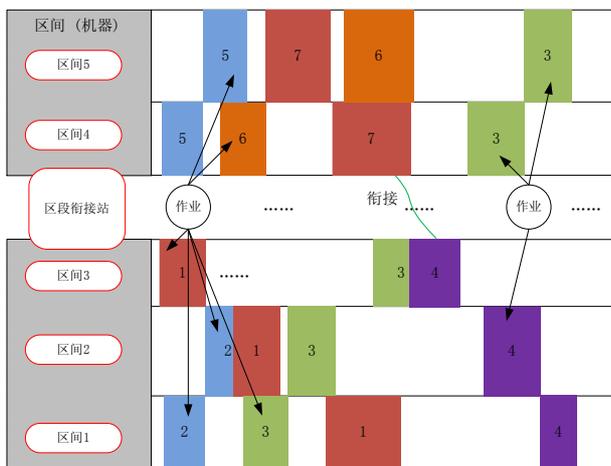


Figure 1. The train operation at section of two railway lines

图 1. 两区段列车区间“作业”示意图

与 MWSP 相比，RNTTCOP 又具有以下特点：

(1) 加工设备关联性强，结构复杂，设备性能多样。由于铁路路网结构复杂，单线、复线区段共存，形成了多个车间；区间闭塞方式、列车的类型、牵引方式，车站的作业类型也存在多种情况。如图 1 所示，区间 1, 2, 3 为复线区段，而区间 4、5 为单线区段，列车运行标尺和行车组织方式都大相径庭。

(2) 车间生产计划耦合紧密。各区段列车运行计划按照列车运行方向互为基础，互为前提。例如，在图 1 中，确定列车 3 在 4、5 区间的最早开始调度时刻，需要已知列车 3 在区间 3 的最晚交出时刻。对任意区间列车运行线的调整，都可能引起路网运行计划的制定。

(3) 约束性强，问题规模庞大。为了保障行车安全，提高运行效率，列车在铁路上是不能随意运行的，所以，进行列车运行图编制时，要满足列车与列车、列车与车站等多方面的约束。一般分为时间约束(运行时分、停车时间、运行间隔、接续时间等约束)和空间约束(区间正线数目、车站到发线数目、交会地点选择、机车交路、列车等级划定等约束)两大类。

目前列车调度员在实际工作中，往往要求以较快的速度求出一个可行的较优解而不是最优解，这使得使用计算机对网络列车运行图编制问题进行求解成为可能。

3 RNTTCOP 模型

具体的，设路网中共包含 NL 个相互衔接的区段，根据调度区段在路网中的位置、行车量等因素为区段划分层次，各区段对应的重要度系数为 $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{NL}\}$ 。其中，区段 k 含有 m_k 个区间， $m_k + 1$ 个车站，按下行方向依次记做 $Q_k = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_{m_k}\}$ ， $S_k = \{S_1, S_2, \dots, S_{m_k+1}\}$ 。车站到发线为 $B_k = \{B_1, B_2, \dots, B_{m_k+1}\}$ 。

共有 NT 列需编制的列车，记为集合 T ，区段 k 列车集合为 $T_k = \{T_1, T_2, \dots, T_{n_k}\}$ ，对应的列车权重为 $\omega_k = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n_k}\}$ ，表示列车的相对优先性和紧迫性。列车 i 在区间 j 的纯运行时间为 p_{ijk}^y ，运行时间为 p_{ijk} ，开始占用区间的时刻为 x_{ijk} ，驶出区间的时刻为 y_{ijk} ，起、停车附加时间为 p_{ijk}^q 、 p_{ijk}^l 。列车 i 在车站 j 的到发时刻分别为 u_{ijk} 、 v_{ijk} ，占用车站时间为 d_{ijk} ，停站时间为 ts_{ijk} ，令 du_k 表示调度区段类型， $du_k = 1$ 表示复线区段， $du_k = 0$ 表示单线区段。

3.1 约束条件

这里引入 $td = 86400$ 表示一天的时间，并定义运算：

$$t_1 \oplus t_2 = \begin{cases} t_1 + t_2 & t_1 + t_2 \leq td \\ t_1 + t_2 - td & t_1 + t_2 > td \end{cases} \quad (1)$$

$$t_1 \odot t_2 = \begin{cases} t_1 - t_2 & t_1 - t_2 \geq 0 \\ t_1 + td - t_2 & t_1 - t_2 < 0 \end{cases} \quad (2)$$

(1) 同一列车的区间通过顺序约束：

$$x_{ijk} \odot x_{ij'k} + M(1 - a_{ij'k}) \geq p_{ij'k} \quad (3)$$

$$i \in T_k, j, j' \in Q_k$$

(2) 复线区段同向的不同列车追踪间隔约束：

$$x_{ijk} \odot x_{i'jk} + M[(1 - b_{i'jk}) + (1 - dir_{i'}) + (1 - du_k)] \geq I \quad (4)$$

$$i, i' \in T_k, j \in Q_k$$

(3) 单线区段同向的不同列车连发间隔约束：

$$x_{ijk} \odot x_{i'jk} + M[(1 - b_{i'jk}) + (1 - dir_{i'}) + du_k] \geq \tau_{连} \quad (5)$$

$$i, i' \in T_k, j \in Q_k$$

(4) 单线区段对向列车不同时到达间隔时间约束：

$$u_{ijk} \odot u_{i'jk} + M[(1 - e_{i'jk}) + dir_{i'} + du_k] \geq \tau_{不} \quad (6)$$

$$i, i' \in T_k, j \in S_k$$

(5) 单线区段对向列车会车间隔时间约束：

$$v_{ijk} \odot u_{i'jk} + M[(1 - h_{i'jk}) + dir_{i'} + du_k] \geq \tau_{会} \quad (7)$$

$$i, i' \in T_k, j \in S_k$$

(6) 列车区间运行时分约束：

$$p_{ijk} = p_{ijk}^y + SI_{ijk} p_{ijk}^q + SO_{ijk} p_{ijk}^t \quad (8)$$

$$i \in T_k, j \in Q_k$$

(7) 任何一个车站在任何时刻被占用的到发线数量，均不得超过该站用于接发列车的到发线数， $T_j(t)$ 表示车站 j 被占用到发线数量；

$$T_j(t) \leq B_j \quad (9)$$

$$j \in Q_k$$

(8) 因旅客乘降或技术作业，列车必要停站时间约束：

$$v_{ijk} \odot u_{ijk} = d_{ijk} \geq ts_{ijk} \quad (10)$$

$$i \in T_k, j \in S_k$$

(9) 列车在相邻区间和车站的时间关系约束

$$v_{ijk} = y_{i(j-1)k}, u_{ijk} = x_{ijk} \quad i \in T_k, j \in S_k \quad (11)$$

(10) 不同调度区段列车之间的接续时间约束， $tc_{i'j}$ 为

列车接续时间

$$v_{ij} \odot u_{i'j} + M(1 - h_{i'j}) - tc_{i'j} \geq 0 \quad (12)$$

$$i \in T_k, i' \in T_k, j \in S_k$$

(11) 变量逻辑关系约束：

$$a_{ij'k} = \begin{cases} 1 & \text{在列车运行路径上 } j' \text{ 在 } j \text{ 之前} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (13)$$

$$b_{i'jk} = \begin{cases} 1 & \text{列车 } i' \text{ 在 } i \text{ 之前通过区间 } j \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (14)$$

$$e_{i'jk} = \begin{cases} 1 & \text{列车 } i' \text{ 在 } i \text{ 之前到达车站 } j \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (15)$$

$$h_{i'jk} = \begin{cases} 1 & \text{列车 } i' \text{ 在 } i \text{ 从车站 } j \text{ 出发之前到达} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (16)$$

$$dir_{i'} = \begin{cases} 1 & \text{列车 } i' \text{ 与 } i \text{ 运行方向相同} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (17)$$

$$c_{i'j} = \begin{cases} 1 & \text{列车 } i' \text{ 和 } i \text{ 在 } j \text{ 有接续关系} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (18)$$

$$SI_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{列车 } i \text{ 停车后进入区间 } j \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (19)$$

$$SO_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{列车 } i \text{ 驶出区间 } j \text{ 后停车} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (20)$$

3.2 目标函数

目标函数取为所有列车运行时间最短：

$$\min z = \sum_{k=1}^{NL} \sum_{i=1}^{NT} \omega_i C_{ik} \quad (21)$$

$$C_{ik} = \sum_{j=1}^{m_k} p_{ijk} + \sum_{j=1}^{m_k+1} d_{ijk} \quad (22)$$

4 CEACA

4.1 算法思路及步骤

鉴于 RNTTCOP 模型的复杂性，算法设计必须既满足运算效率的要求，又满足多区段列车运行计划协同优化的要求。而蚁群算法具有良好的计算效能和协作特性。基于此，本文提出了一种用于多区段网络列车运行图编制的协同进化蚁群算法，其核心思想是通过各调度区段相互配合协同优化来得到网络列车运行图优化方案。具体来讲，每一个调度区段对应一个人工蚁群，运用重要区段优先调度 (Important Line First Dispatch, ISFD) 规则，按照各区段蚁群的重要度逐次搜索，并由区段当前搜索阶段最优个体得出的列车交出时刻，作为确定其它区段接续时间的基准，如此反复，直到计算出所有区段的列车运行计划。在进化过程中不但考虑个体之间的竞争，还考虑个体之间的协作，采用各区段人工蚂蚁个体共同构成的网络列车运行计划目标函数值，作为更新信息素的依据，实现

各区段蚁群协同进化。算法步骤为：

- Step1: 初始化: 识别路网结构, 生成各区段逻辑关系; 加载列车运行信息和线路标尺信息; 初始化蚁群;
- Step 2: 各区段运行方案生成: 应用状态转移规则构造蚂蚁径路, 生成区段运行方案和接续列车交出时刻;
- Step 3: 运行方案适应值评价: 个体适应值计算, 找出最优路径;
- Step 4: 更新信息素;
- Step 5: 已经满足结束条件, 转 Step6, 否则转 Step2;
- Step 6: 输出编制结果;

4.2 列车作业编码与序优化

将调度区段 k 需要调度的列车 T_k 按照列车运行径路分解为列车在各个区间的“作业”。将分解得到的作业任务依次编号, 形成 n_k 个列车的作业集。

定义 1: 列车作业集。依列车运行径路分解的带有作业编号的列车区间运行作业的集合, 用 T_{i_k} 表示, 其中, $i_k \in \{1, 2, \dots, n_k\}$, 其含义为区段 k 的 i 列车带编号的作业任务集。例如, 图 2 中 $T_{1_k} = \{1, 2, 3, 4\}$, $T_{2_k} = \{5, 6, 7, 8\}$, $T_{3_k} = \{9, 10, 11, 12\}$ 。

通过这样的编号可以隐含同一列车作业的运行径路约束。进一步, 如果用结点代表列车作业, 弧表示作业间的调度顺序, 列车运行图编制问题可转化为在作业结点图中求解最佳路径问题。所以, 人工蚂蚁在图中搜索, 通过遍历图中所有结点来对列车作业进行排序。4 个区间 3 个列车的排序过程可以表示成图 2 的形式。其中, o 和 s 为虚拟起点和终点。人工蚁从起始点 o 出发, 经过结点 1-2-5-9-10-11-6-7-12-8-3-4 到达 s 构造一条完整路径, 得到该区段列车作业调度顺序。

为方便讨论, 再给出如下定义:

定义 2: 已安排作业集。蚂蚁已经遍历作业的集合。

定义 3: 可选择作业集。所有紧前作业都已放入已安排作业集的列车区间运行作业的集合。

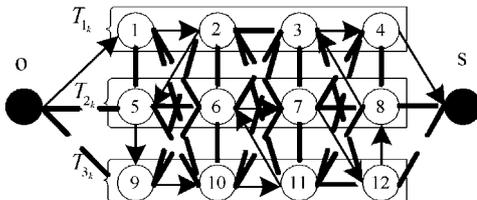


Figure 2. The solution construction

图 2. 蚁群算法解构图

设当前蚂蚁位于作业结点 r 处, 需要选择下一作业结点 s 为:

$$s = \begin{cases} \arg \max_{k \in P_r^a} ([\tau_{rk}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{rk}(t)]^\beta) & q < q_0 \\ s' & q \geq q_0 \end{cases}$$

式中 q 是随机变量, 蚂蚁将以概率 q_0 选择具有最大的 $[\tau_{rk}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{rk}(t)]^\beta$ 值的工序 $k \in P_r^a$; 与此对应, 蚂蚁将以概率 $1 - q_0$ 进行随机搜索, 扩大解的寻优范围。选择概率 $p_{rs}^a(t)$ 的计算方法为:

$$p_{rs}^a(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{rs}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{rs}(t)]^\beta}{\sum_{k \in P_r^a} ([\tau_{rk}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{rk}(t)]^\beta)} & s \in P_r^a \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$\tau_{rs}(t)$, $\eta_{rs}(t)$ 分别表示第 t 步, 弧 (r, s) 上的信息素数量和启发式信息值。初始时刻, 各条弧上的信息素相等; $\eta_{rs}(t)$ 由某种算法决定, 本文所使用的启发式规则为: 选择具有最短运行时间列车作业。令 l_s 表示列车作业 s 的运行时间。

$$\eta_{rs}(t) = \frac{1}{l_s} / \sum_{s \in S_0} \frac{1}{l_j}$$

α , β 分别代表信息素启发式因子和期望值启发式因子, p_r^a 表示位于作业结点 r 处的蚂蚁 a 的可选择作业集。

4.3 运行方案生成

在所有可选择作业集元素都移入已安排作业集后, 人工蚂蚁完成遍历得到列车作业排序, 就需要逐列车逐区间的判定和疏解作业间的冲突, 并计算作业的具体开始、结束时刻, 才能确定运行方案。

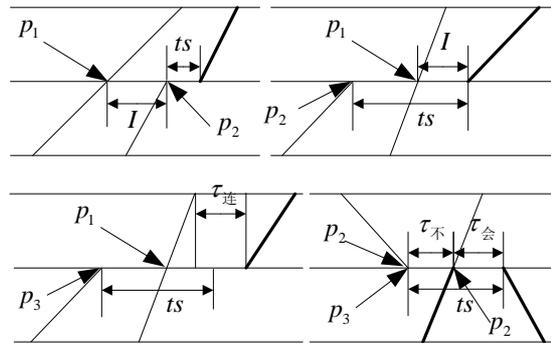


Figure 3. Conflict resolution

图 3. 冲突疏解示意

我们说两作业冲突是指两列车作业空间上的重复和时间上的叠加。对于复线自动闭塞区间(如图3(a),(b)所示),前后两列车作业必须满足式(4)所示的追踪间隔时间要求,否则视为发生冲突。为避免冲突,后续列车作业必须延迟 I 时间安排;相比之下,单线区段的情况要更加复杂(如图3(c),(d)所示),前后两列车作业必须满足式(5)所示的连发间隔时间要求外,对向列车还必须满足 τ_{\downarrow} 和 τ_{\uparrow} 的车站间隔时间要求。与此同时,列车在有作业时间要求的车站必须停留 t_s 时间后才能开始下一区间作业。因此,为避免冲突,生成运行方案时,前后列车作业开始时间一定要满足相应的间隔时间要求。

4.4 协同适应值计算和信息素的更新

蚁群算法多种群协同适应值计算需要首先取得网络列车运行方案。方法为:将调度区段按重要度系数降序排列。对应 λ_{\max} ,即路网最重要区段 k^* ,按照 2.2 所述方法搜索其列车作业顺序,按照 2.3 所述方法生成运行方案,并对下层关联区段形成约束(到发间隔约束、到发线约束、接续时间约束等)。下层区段在满足约束的条件下,搜索列车作业顺序,生成运行方案。重复这一过程,直到路网内所有区段运行方案生成完毕。

然后,进行个体适应值协同计算:将计算对象个体与其它种群中每一个个体构成一个完整解,并计算适应值,取所有适应值的平均值作为该个体的适应值。例如,蚁群 k 中人工蚂蚁个体 i 的适应值的计算方法为:从除种群 k 外的每个种群随机选取一个个体与个体 i 组成完整解,然后计算该完整解的适应值,将上述过程循环 N 次,把取得的 N 个完整解的适应值的平均值作为个体 i 的适应值。

个体适应值的具体计算过程为:

- (1) 确定要进行评价的蚂蚁群 k ;
- (2) 设置循环计数器初值 $i \leftarrow 1$;
- (3) 取得要评价蚂蚁个体 $h \leftarrow Q(i)$,取得蚂蚁个体代表的运行方案,进行评价:

- 1) 设置循环计数器初值 $l \leftarrow 1$,适应值累计值 $sum \leftarrow 0$;
- 2) 从除种群 k 外的每个种群随机选取一个个体,并取得个体代表的运行方案;
- 3) 将取得的所有 Nk 个运行计划组成一个完整解;

4) 计算式(21)所示的目标函数 z_l , $sum = sum + z_l$;

5) 若 $l < N$, $l = l + 1$,转 2),否则对网络列车运行方案进行评价,评价函数取为 $f(i_k) = sum / N$;

6) 若 $i < T_k$, $i \leftarrow i + 1$ 转(2)。

为了加快算法的收敛速度,规定只有当次迭代的最优解具有更新信息素的资格。信息素更新规则如下:

$$\tau_{rs}(t + \Delta t) = (1 - \rho)\tau_{rs}(t) + \Delta\tau_{rs}(t + \Delta t)$$

$$\Delta\tau_{rs}(t + \Delta t) = \frac{q(t)}{f(so^{ib})}$$

式中: ρ 表示信息素的消逝程度, $1 - \rho$ 就表示信息素的残留系数。 so^{ib} 代表蚁群本次迭代的最优解。 q 表示信息素强度,表征蚂蚁所留信息素数量的一个常量,随着迭代次数的增加,仍然采用较高的信息素强度 q ,容易使算法集中到几个信息素强度高的解上,使算法陷入局部最优解,产生停滞。采用阶跃函数 $q(t)$ 来代替常数值 q ,随着迭代步数的增加适当减少增加的信息素强度,从而避免陷入局部最优解。 $f(\bullet)$ 表示评价函数。

5 计算实例

如图 4 所示铁路路网,由四个区段 $O-A$, $O-B$, $O-C$ 和 $O-D$ 构成,其中, $O-A$, $O-B$ 和 $O-C$ 为复线区段, $O-D$ 为单线区段,且 $\lambda_{O-C} > \lambda_{O-A} > \lambda_{O-B} > \lambda_{O-D}$, O 为连接各区段的枢纽站。在时间范围[8:00-11:00]内,各区段运行列车有跨局特快、管内特快、跨局快速、跨局快车、管内快车、跨局慢车等旅客列车,以及直通货物列车、区段货物列车、始发直达列车、小运转列车等货物列车。

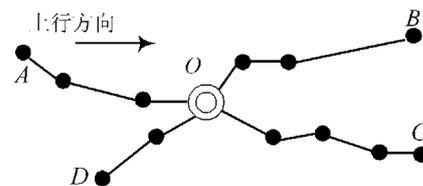


Figure 4. Railway network structure

图 4. 路网结构

每个区段蚁群由 50 个人工蚂蚁构成, ρ 取 0.05, α, β 均取为 1, 取 q_0 为 0.7。运用 CEACA 算法,从路网整体角度,对算例中各区段的列车运行次序进行迭代优化,分别得到列车区间作业排序,在此基础上,逐列车、逐区间的检查、疏解作业冲突,最终生成的

优化列车运行方案如图 5 所示。

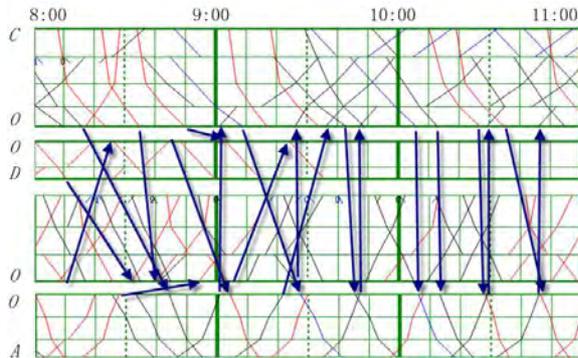


Figure 5. Train timetable of the example

图 5. 列车运行图编制结果



6 结论

本文对路网中混合调度区段（复线区段和单线区段并存）列车运行图编制问题进行了研究，运用车间生产调度理论，构建了复杂路网的列车运行图协同编制问题（RN TTCOP）的优化模型，提出了解决铁路网络列车运行图编制问题的协同进化蚁群算法（CEACA），实例表明，协同优化算法能够有效地协调各区段列车运行过程，优化列车运行次序，有利于实现路网列车整体优化运行，从而为网络条件下列车

运行图优化编制的理论研究和实际应用提供一定探索性研究成果的目的。

References (参考文献)

- [1] Xuesong Zhou, Ming Zhong. Single-track train timetabling with guaranteed optimality: Branch-and-bound algorithms with enhanced lower bounds[J]. *Transportation Research Part B*. 2007, 47: 320-341.
- [2] Ni shaoquan; Yang Minghun; Peng Qiyuan. Research on the Expert System for Working out Train Graphs. *JOURNAL OF SOUTHWEST JIAOTONG UNIVERSITY*. 1995, 30(5), 550-556. 倪少权, 杨明伦, 彭其渊. 列车运行图编制专家系统之研究[J]. 西南交通大学. 1995, 30(5): 550-556.
- [3] Zhou Leishan, Qin Zuorui. GENERAL ALGORITHM AND ITS REALIZATION ON COMPUTER FOR THE TRAIN OPERATION ADJUSTMENT SYSTEM[J]. *Journal of the China Railway Society*, 1994, 16(3), P56-65. 周磊山, 秦作睿. 列车运行计划与调整的通用算法及其计算机实现[J]. 铁道学报, 1994, 16(3), P56-65.
- [4] Higgins, A. Optimization of Train Schedules to Minimise Transit Time and Maximise Reliability. PhD thesis, Queensland University of Technology. 1997.
- [5] Higgins, A., & Kozan, E. Heuristic techniques for single line train scheduling. *Journal of Heuristics*, 1997, 3, 43-62.
- [6] Peng Qiyuan, Zhu Songnian, Wang Pei. Study on a general optimization model and its solution for railway network train diagram[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2001, 22(1), P1-8. 彭其渊, 朱松年, 王培. 网络列车运行图的数学模型及算法研究[J]. 铁道学报, 2001, 22(1), P1-8.
- [7] Liu Zhigang, Li Yan, Li Shujuan. Multi-resource Constrained Job-shop Optimization Scheduling Based on Ant Colony Algorithm[J]. *Journal of System Simulation*. 2007, 19(1) P216-220. 刘志刚, 李言, 李淑娟. 基于蚁群算法的 Job-Shop 多资源约束车间作业调度[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(1), P216-220.